

1.5 Totaalbeeld

Samenvatten

Je moet nu voor jezelf een overzicht zien te krijgen over het onderwerp **keuzeonderwerp: Lineair programmeren**. Een eigen samenvatting maken is nuttig.

Begrippenlijst

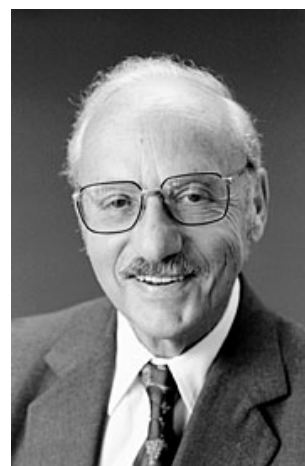
- functie van twee variabelen — randvoorwaarden, toegestane gebied — niveaulijnen
- beslissingsprobleem met twee variabelen — doelfunctie, randvoorwaarden, lineair programmeren
- functie van meerdere variabelen
- simplexmethode — spelingsvariabele — simplextableau

Activiteitenlijst

- bij een functie van twee variabelen het toegestane gebied (het domein) tekenen — niveaulijnen tekenen
- een lineair programmeringsprobleem oplossen — de randenwandelmethode gebruiken
- een lineair programmeringsprobleem oplossen met de Excel Oplosser
- een lineair programmeringsprobleem oplossen met de simplexmethode

Achtergronden

In 1947 ontwikkelde George Dantzig (8 november 1914 - 13 mei 2005) de simplexmethode, een techniek om lineaire programmeringsproblemen met meerdere variabelen op te lossen.



Figuur 1 George Dantzig

Testen

Opgave 1

Je wilt het maximum berekenen van de doelfunctie $W = 3x + 4y - 10$ onder de randvoorwaarden:

- $x \geq 30$
- $0 \leq y \leq 40$
- $x + 2y \leq 120$
- $3x + y \leq 240$

- Teken het toegestane gebied in een x, y -assenstelsel.
- Teken de niveaulijnen $W = 250$ en $W = 300$.
- Bereken het maximum van W op het toegestane gebied.

Opgave 2

Een fabrikant van auto's produceert drie verschillende uitvoeringen van de 'Libra', een typische gezinsauto. Hij maakt die drie uitvoeringen in twee van zijn fabrieken. De dagelijkse productie in auto's per dag is weergegeven in de tabel.

	Libra GT	Libra GS	Libra Eco
fabriek I	10	30	50
fabriek II	20	20	20

Tabel 1

Het komende halfjaar heeft de fabrikant bestellingen voor 800 auto's van het type 'Libra GT', 1600 auto's van het type 'Libra GS' en 2000 auto's van het type 'Libra Eco'. De productiekosten zijn € 20000 per fabriek per dag.

De fabrikant wil berekenen hoeveel dagen hij elke fabriek aan deze bestelling moet laten werken om de kosten zo laag mogelijk te houden.

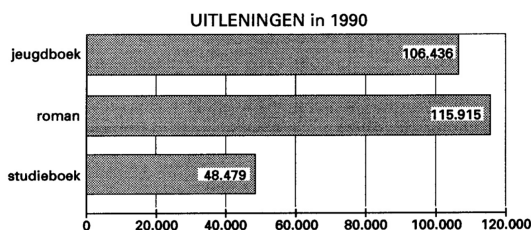
Ga ervan uit dat als een fabriek een dag draait, dat dan ook het precieze aantal auto's wordt gefabriceerd dat de tabel geeft. Er worden bijvoorbeeld altijd 50 Libra Eco's gemaakt als fabriek I een dag draait.

- Stel bij dit probleem de bijbehorende randvoorwaarden op en beschrijf de doelfunctie.
- Teken het toegestane gebied en enkele niveaulijnen van de doelfunctie.
- Los het probleem van de fabrikant op.

Opgave 3

Een gemeentebibliotheek koopt elk jaar nieuwe boeken. Hiervoor is in 2012 een bedrag van € 105000 beschikbaar.

In een vergadering van de hoofden van de drie afdelingen (jeugdboeken, romans en studieboeken) moet afgesproken worden hoe het bedrag over deze afdelingen zal worden verdeeld. Mevrouw De Rooy, hoofd van de afdeling romans, stelt voor het bedrag van € 105000 te verdelen volgens de verhouding van de uitleencijfers in 2010. Deze uitleencijfers zijn weergegeven in het staafdiagram.



Figuur 2

Mevrouw Jansen, hoofd van de afdeling jeugdboeken, stelt voor om in totaal zo veel mogelijk nieuwe boeken aan te schaffen. Wel moet aan een aantal eisen voldaan zijn. Zij noemt:

- de afdeling jeugdboeken en de afdeling romans moeten elk minstens 1200 boeken kunnen aanschaffen;
- de afdeling studieboeken moet minstens 400 boeken kunnen aanschaffen;
- de afdeling jeugdboeken krijgt niet meer geld dan de afdeling romans;
- de afdeling jeugdboeken krijgt niet meer dan drie keer het bedrag van de afdeling studieboeken.

Bij het doorrekenen van haar voorstel gaat men van de volgende gemiddelde prijzen uit: € 15 voor een jeugdboek, € 24 voor een roman en € 30 voor een studieboek.

- Bereken de bedragen die de afdelingen krijgen toegewezen als het voorstel van mevrouw De Rooy wordt uitgevoerd. Rond af op hele euro's.
- Doe hetzelfde in geval dat het voorstel van mevrouw Jansen wordt uitgevoerd.

Mevrouw Smit vindt de vierde voorwaarde van mevrouw Jansen niet redelijk, immers studieboeken zijn veel duurder dan jeugdboeken. Zij stelt voor het getal 3 in die voorwaarde te vervangen door 2.

- c Bereken opnieuw de bedragen die in dat geval naar elk van de afdelingen gaan.

(naar: examen vwo wiskunde A in 1991, eerste tijdvak)

Opgave 4

En weverij maakt drie soorten gordijnstof: ‘Rosa’, ‘Lelie’ en ‘Narcis’. De gordijnstoffen worden geweven uit katoendraad in de kleuren rood, geel en groen. Voor elk soort gordijnstof worden de kleuren in een andere verhouding gebruikt. De weverij levert gordijnstoffen op rollen met een vaste breedte.

Het bedrijf krijgt een opdracht voor het maken van 4000 meter gordijnstof, waarbij van elke soort ten minste 500 meter gemaakt moet worden. Men staat nu voor de vraag: “hoe verdeel je deze 4000 meter gordijnstof het beste over de soorten Rosa, Lelie en Narcis?” Bij het beantwoorden van deze vraag moet rekening worden gehouden met de aanwezige voorraad katoendraad en met de winst die op elke soort gordijnstof gemaakt kan worden.

In de tabel zijn gegevens over de voorraad, de winst en de kleurenverhouding van de stoffen weergegeven.

	rood	geel	groen	
voorraad katoendraad	2160 kg	930 kg	1800 kg	
	nodig per meter gordijnstof			winst per meter gordijnstof
‘Rosa’	0,6 kg		0,4 kg	€ 8,00
‘Lelie’	0,6 kg	0,3 kg		€ 2,00
‘Narcis’		0,3 kg	0,6 kg	€ 9,00

Tabel 2

Neem aan dat het bedrijf de opdracht uitvoert door x meter ‘Rosa’ te maken, y meter ‘Lelie’ en de rest ‘Narcis’.

Deze informatie leidt tot de volgende beperkende voorwaarden voor x en y :

- $x \geq 900$
- $y \geq 500$
- $x + y \leq 3500$
- $x + 3y \geq 3000$

- a Toon dit aan.
- b Bereken hoeveel meter het bedrijf van elke soort gordijnstof moet maken om zo veel mogelijk winst op deze opdracht te maken. Gebruik de Oplosser in Excel.

Opgave 5

Een bepaald bedrijf assembleert twee typen computers: type I en type II. Er is voor elk type een assemblagelijijn opgezet. Op de ene lijn kunnen per dag hoogstens 60 computers van type I in elkaar worden geschroefd en op de andere per dag hoogstens 50 computers van type II. Met het maken van een computer van type I is één werknemer 1 dag bezig. Het maken van een computer van type II kost één werknemer 2 dagen. Er zijn per dag 110 werknemers bezig met de assemblage van deze twee types computers. Er kunnen niet meer dan 75 van die computers per dag worden verpakt, dus worden er ook niet meer gemaakt.

Type I geeft een opbrengst van € 2400 per stuk; voor type II is de opbrengst € 3000 per stuk.

De vraag is: “Hoeveel computers van elk type zal het bedrijf per dag produceren?”

Ga uit van het streven naar een zo groot mogelijke opbrengst.

- a Geef alle voorwaarden weer. Kies zelf geschikte variabelen.
- b Beantwoord de vraag met behulp van simplextableaus.

- c Op de verpakkingafdeling werken vijftien mensen aan het inpakken van deze types computers. Stel dat een aantal van de 110 mensen die de apparaten assembleren verplaatst worden naar de verpakkingafdeling om deze meer mankracht te geven, dan zou de opbrengst misschien groter kunnen worden. Onderzoek dit. Hoeveel mensen zouden er dan verplaatst moeten worden, zodat de opbrengst maximaal wordt? Je mag gebruikmaken van een computerprogramma.

Toepassen

Opgave 6: Stoelen sjouwen

Voor een voorlichtingsavond zijn er 140 extra stoelen naar de aula en 70 extra stoelen naar de bibliotheek gebracht. Die stoelen komen uit lokalen op de eerste, de tweede en de derde verdieping. De aula is op de begane grond, de bibliotheek op de eerste verdieping. Er moeten 60 stoelen naar de derde verdieping, 60 stoelen naar de tweede verdieping en 90 stoelen naar de eerste verdieping. In de tabel kun je zien hoeveel tijd het gemiddeld kost om een stoel van de ene naar de andere plaats te dragen. De tijd is in minuten.

	naar 1ste	naar 2de	naar 3de
aula	2	4	6
bieb	2	3	5

Tabel 3

Verzin een methode om deze klus in zo min mogelijk tijd op te knappen. Hoeveel stoelen moeten er dan van de aula naar elke verdieping? En vanuit de bibliotheek?

Opgave 7: Eigen onderzoek: supermarkt

In een supermarktketen heeft men vaak te maken met problemen die met behulp van lineair programmeren zijn op te lossen. Denk maar eens aan het invoeren van nieuwe merken. Stel je voor dat product van merk A niet zo goed loopt kan worden vervangen door eenzelfde product van merk B. De directie weet nog niet zeker of merk B beter zal verkopen, dus houdt de supermarkt ook nog merk A op de schappen. Een beperkte ruimte en een beperkt budget worden beschikbaar gesteld voor merk B. Het gaat natuurlijk weer om een zo groot mogelijke winst.

Onderzoek nu hoe je hierbij een probleem kunt formuleren dat met behulp van lineair programmeren is op te lossen.



© 2021

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
