

1.2 Matrixvermenigvuldiging

Inleiding

Je hebt nu wel het begrip matrix leren kennen, maar het echte werk begint pas als je matrices kunt vermenigvuldigen. Natuurlijk is dat met de grafische rekenmachine niet moeilijk uit te voeren. Maar als je niet weet hoe het vermenigvuldigen werkt, begrijp je nooit wat je precies aan het berekenen bent en welk doel een matrixvermenigvuldiging in de praktijk heeft.

Je leert in dit onderwerp

- matrices vermenigvuldigen;
- de begrippen vierkante matrix, eenheidsmatrix, hoofddiagonaal.

Voorkennis

- werken met het begrip matrix, matrices optellen, aftrekken en vermenigvuldigen met een getal;
- matrices in je grafische rekenmachine invoeren.

Verkennen

Opgave V1

Een schoenenwinkel heeft van een nieuw model wandelschoenen (de 'Strider') nog 76 paar in voorraad. Van de Strider bestaan drie varianten, die op de doos met A, B en C worden aangeduid. De Strider wordt voorlopig alleen in de maten 39, 40, 41 en 42 gemaakt. Hier zie je de bestelling bij de fabrikant aan het eind van een bepaalde maand.

Om de waarde van deze bestelling te berekenen, heb je inkooprijzen en verkoopprijzen nodig. Je ziet in de tabel dat deze prijzen alleen van de variant afhangen, niet van de maat schoen.

Voor de aankomende maand wil de eigenaar van de varianten A en B van elke maat 15 paar in huis hebben en van variant C van elke maat 10 paar.

- Bereken de totale inkoopwaarde en verkoopwaarde per schoenmaat van de bestelling. Geef de resultaten in een 4×2 -matrix weer.
- Stel je voor dat je de tabel omzet in een 4×3 -voorraadmatrix V en een 3×2 -prijzenmatrix P . Hoe kun je dan de voorgaande matrix maken vanuit deze twee matrices?

Uitleg

Een schoenenwinkel heeft van een nieuw model wandelschoenen (de 'Strider') nog 76 paar in voorraad. Van de Strider bestaan drie varianten, die op de doos met A, B en C worden aangeduid. De Strider wordt voorlopig alleen in de maten 39, 40, 41 en 42 gemaakt. Hier zie je de bestelling bij de fabrikant aan het eind van een bepaalde maand.

Om de waarde van deze bestelling te berekenen, heb je inkooprijzen en verkoopprijzen nodig. Je ziet in de tabel dat deze prijzen alleen van de variant afhangen, niet van de maat schoen. Je kunt nu de totale inkoopwaarde en de totale verkoopwaarde per maat in een matrix weergeven.

metroverbindingen tussen 7 stations in Amsterdam						
		ND	CS	ZD	SL	BA
Noord	ND	0	1	1	0	0
Centraal	CS	1	0	1	0	1
Zuid	ZD	0	1	0	1	1
Sloterdijk	SL	0	0	1	0	1
BijlmerArenA	BA	0	1	0	1	0

Figuur 1

metroverbindingen tussen 7 stations in Amsterdam						
		ND	CS	ZD	SL	BA
Noord	ND	0	1	1	0	0
Centraal	CS	1	0	1	0	1
Zuid	ZD	0	1	0	1	1
Sloterdijk	SL	0	0	1	0	1
BijlmerArenA	BA	0	1	0	1	0

Figuur 2

Dat gaat zo:

$$\begin{array}{l}
 5 \cdot 140 + 10 \cdot 160 + 4 \cdot 175 = \\
 \begin{pmatrix} 5 & 10 & 4 \\ 1 & 1 & 10 \\ 9 & 7 & 5 \\ 8 & 11 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 140 & 195 \\ 160 & 210 \\ 175 & 239 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3000 & 4031 \\ & \\ & \\ & \end{pmatrix}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 9 \cdot 195 + 7 \cdot 210 + 5 \cdot 239 = \\
 \begin{pmatrix} 5 & 10 & 4 \\ 1 & 1 & 10 \\ 9 & 7 & 5 \\ 8 & 11 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 140 & 195 \\ 160 & 210 \\ 175 & 239 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3000 & 4031 \\ 2750 & 3770 \\ 3255 & 4420 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Figuur 3

Je noemt dit het **vermenigvuldigen van twee matrices**. Je ziet dat je dan de getallen van een rij van de linkermatrix combineert die van een kolom van de rechtermatrix. Dit betekent dat het aantal kentallen op een rij van de linkermatrix even groot moet zijn dan het aantal kentallen in een kolom van de rechtermatrix. In het algemeen kun je daarom bij matrixvermenigvuldiging de twee matrices niet omwisselen.

Opgave 1

Bekijk in de **Uitleg** hoe een winkelier in Excel een bestelling van een bepaald type wandelschoen bijhoudt. Met matrixvermenigvuldiging worden in één klap zowel de inkoopprijs als de verkoopprijs per variant berekend.

- Voer zelf die matrixvermenigvuldiging handmatig uit.
- Voer beide matrices in je rekenmachine in en controleer dat je na ze te vermenigvuldigen dezelfde uitkomst krijgt als bij a.
- Waarom is het van belang dat je de prijzen in een 3×2 -matrix weergeeft als de voorraadmatrix een 4×3 -matrix is?
- Als je in de voorraadmatrix de volgorde van de varianten verwisselt, heeft dit dan gevolgen voor de prijzenmatrix?
- Als je in de prijzenmatrix de volgorde van de inkoop- en de verkoopprijs verwisselt, heeft dit dan gevolgen voor de voorraadmatrix?

Opgave 2

Bekijk nog eens de matrixvermenigvuldiging in de vorige opgave.

- Je geeft de voorraadmatrix V weer in een 3×4 -matrix. Hoe moet je dan de prijzenmatrix P maken?
- Hoe moet je nu de matrixvermenigvuldiging uitvoeren en wat voor matrix is het resultaat?
- Voer die matrixvermenigvuldiging met je rekenmachine uit. (Je kunt daarvoor de matrices van de vorige opgave gebruiken door ze te transponeren!)

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Hoe het **vermenigvuldigen van matrices** gaat, zie je hiernaast. Telkens worden de kentallen van een rij van de linkermatrix vermenigvuldigd met de kentallen van een kolom van de rechtermatrix en de resultaten worden opgeteld. Bij een 4×3 -matrix A en een 3×2 -matrix B kun je daarom alleen $A \cdot B$ berekenen en $A \cdot B$ wordt een 4×2 -matrix. $B \cdot A$ is nu niet te berekenen.

Alleen bij **vierkante matrices** kun je de matrixberekening uitbreiden.

Een vierkante matrix is een matrix met evenveel rijen als kolommen, dus een 2×2 -matrix, of een 3×3 -matrix, enz., een $n \times n$ -matrix dus.

Zijn A en B beide $n \times n$ -matrices, dan kun je $A \cdot B$ en $B \cdot A$ en $A \cdot A = A^2$ en $3 \cdot A^4 + B^2$ en dergelijke ook berekenen.

$$\begin{array}{l}
 9 \cdot 195 + 7 \cdot 210 + 5 \cdot 239 = \\
 \begin{pmatrix} 5 & 10 & 4 \\ 1 & 1 & 10 \\ 9 & 7 & 5 \\ 8 & 11 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 140 & 195 \\ 160 & 210 \\ 175 & 239 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3000 & 4031 \\ 2750 & 3770 \\ 3255 & 4420 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Figuur 4

In het algemeen is $A \cdot B \neq B \cdot A$.

Er bestaat bij $n \times n$ -matrices een $n \times n$ -**eenheidsmatrix** E met de eigenschap $A \cdot E = E \cdot A = A$.

Deze eenheidsmatrix E heeft als kentallen allemaal nullen, behalve op de **hoofddiagonaal** (de kentallen van linksboven naar rechtsonder) waar overal éenen staan, bijvoorbeeld

$$E_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

is de 3×3 -eenheidsmatrix.

Voorbeeld 1

Voor een feest zijn 90 T-shirts in de kleuren rood, wit en blauw nodig in 3 verschillende maten. Bij een klerenwinkel doet de organisator van dit feest de volgende bestelling:

- rode T-shirts: 8 stuks S, 15 stuks M en 7 stuks XL
- witte T-shirts: 10 stuks S, 15 stuks M, en 5 stuks XL
- blauwe T-shirts: 5 stuks S, 16 stuks M, en 9 stuks XL

De inkooprijzen voor de winkelier zijn € 10 voor een T-shirt maat S, € 12 voor maat M en € 15 voor maat XL. Zijn verkoopprijzen bedragen € 14 voor een T-shirt maat S, € 16 voor maat M en € 20 voor maat XL. Bereken m.b.v. een matrixvermenigvuldiging de inkoop- en verkoopwaarde van deze bestelling per kleur.

Antwoord

Je moet nu goed kijken hoe je de twee matrices maakt, er zijn meerdere mogelijkheden. De bestelmatrix B wordt een 3×3 -matrix en de prijzenmatrix P een 3×2 -matrix of een 2×3 -matrix.

Wil je $B \cdot P$ berekenen, moet P een 3×2 -matrix worden. Bijvoorbeeld zo:

$$B \cdot P = \begin{pmatrix} 8 & 15 & 7 \\ 10 & 15 & 5 \\ 5 & 16 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 & 14 \\ 12 & 16 \\ 15 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 365 & 492 \\ 355 & 480 \\ 377 & 506 \end{pmatrix}$$

Maar je kunt deze berekening ook anders doen, je kunt de rijen en de kolommen verwisselen. Dan krijg je (als je dit goed doet) dezelfde waarden in een 2×3 -matrix.

Opgave 3

In **Voorbeeld 1** zie je hoe twee matrices worden vermenigvuldigd.

- Voer zelf handmatig de berekening $B \cdot P$ uit. Controleer je antwoord met behulp van je rekenmachine.
- Je kunt de berekening ook doen als je zowel bij B als bij P de rijen en de kolommen omwisselt. Waarin verschilt het antwoord met dat bij a?
- Is $P \cdot B$ een mogelijke matrixvermenigvuldiging? Waarom?

Voorbeeld 2

Gegeven zijn de matrices $A = \begin{pmatrix} 6 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & -4 \end{pmatrix}$ en $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

Laat zien dat $A \cdot B \neq B \cdot A$ door beide te berekenen.

Antwoord

Voer beide matrices in je grafische rekenmachine in. Voer vervolgens beide berekeningen uit. Je vindt:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 27 & 29 \\ -4 & -30 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 24 & 6 & 4 \\ 0 & -10 & 8 \\ 6 & 24 & -17 \end{pmatrix}$$

Opgave 4

Gegeven zijn de volgende matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 8 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ 20 & 0 \\ 7 & 15 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 7 & 5 \end{pmatrix} \text{ en } E = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bereken, voorzover dat mogelijk is: $A \cdot B$, $A \cdot C$, $A \cdot D$, $A \cdot E$, $B \cdot D$, $B \cdot C$, $B \cdot B$, $C \cdot B$, $B \cdot A$.
Bekijk eventueel eerst **Voorbeeld 2**.

Opgave 5

Gebruik de matrices uit de voorgaande opgave.

- a Is de matrixvermenigvuldiging $A^2 = A \cdot A$ mogelijk?
- b Bereken $B^2 = B \cdot B$ handmatig. Controleer je antwoord met de rekenmachine.
- c Waarom kan C^2 niet worden berekend?
- d Waarom is hier E geen eenheidsmatrix?
 E_3 is de 3×3 -eenheidsmatrix.
- e Laat handmatig zien, dat $A \cdot E_3 = E_3 \cdot A = A$. Controleer je antwoord met de rekenmachine.

Voorbeeld 3

Gegeven zijn de matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -7 \end{pmatrix}$ en $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 \\ -2 & 2 & 0 \\ 8 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

Bereken $A^3 \cdot 2B$.

Antwoord

Voer beide matrices in je grafische rekenmachine in. Voer vervolgens de berekening uit. Je vindt:

$$A^3 \cdot 2B = \begin{pmatrix} 800 & 46 & 866 \\ -286 & -164 & 1340 \\ -5726 & -358 & 1678 \end{pmatrix}$$

Opgave 6

In **Voorbeeld 3** zie je hoe je machten van matrices berekent.

- a Bereken A^2 handmatig. Controleer je antwoord met de rekenmachine.
- b Hoe moet je nu A^3 handmatig berekenen?
- c Bereken B^4 met de grafische rekenmachine.
- d Kun je van elke matrix machten berekenen? Licht je antwoord toe.
- e Vermenigvuldig A met de 3×3 -eenheidsmatrix E_3 . Wat is het resultaat?
- f Maakt het verschil of je $A \cdot E_3$ of $E_3 \cdot A$ uitrekent?

Opgave 7

Een fabrikant van filterkoffie heeft drie variëteiten in de handel, te weten 'Roodmerk', 'Zilvermerk' en 'Goudmerk'. In een bepaalde stad verkoopt een supermarktketen de verschillende variëteiten koffie in drie filialen. In een centraal magazijn worden de voorraden opgeslagen. Daar wordt ook per filiaal de voorraad beheerd. Elke dag worden de filialen vanuit dat centrale magazijn bevoorrad. De volgende tabel geeft de voorraad per filiaal, de inkoopprijs en de verkoopprijs van elk van de drie koffievarianten weer.

	Roodmerk	Zilvermerk	Goudmerk
filiaal 1	400	200	600
filiaal 2	500	400	0
filiaal 3	500	700	200
inkoopprijs	4,70	4,90	5,25
verkoopprijs	5,15	5,30	5,90

Tabel 1

De voorraadgegevens zijn van maandagochtend.

Je kunt nu op verschillende manieren een prijsmatrix P opstellen, waarin per variant de inkoopprijs en de verkoopprijs staan.

- a Hoe moet die P eruit zien als je met behulp van matrixvermenigvuldiging de totale inkoopprijs en de totale verkoopprijs van de voorraad op maandagochtend per filiaal wilt berekenen?
- b Kun je ook met matrixvermenigvuldiging de totale inkoopprijs en verkoopprijs per variant berekenen? Zo ja, laat dit dan zien.

Hier zie je wat er die maandag aan koffie werd verkocht:

	Roodmerk	Zilvermerk	Goudmerk
filiaal 1	264	300	410
filiaal 2	306	233	391
filiaal 3	412	530	199

Tabel 2

- c Bereken de winst per filiaal op maandag.
- d Bereken ook de winst per koffievariant op de totale verkoop van deze maandag.

Opgave 8

Iemand heeft bij de voorgaande opgave de volgende voorraadmatrix V en prijsmatrix M gemaakt:

$$V = \begin{pmatrix} 400 & 200 & 600 \\ 500 & 400 & 0 \\ 500 & 700 & 200 \end{pmatrix} \text{ en } M = \begin{pmatrix} 4,70 & 4,90 & 5,25 \\ 5,15 & 5,30 & 5,90 \\ 0,45 & 0,40 & 0,65 \end{pmatrix}.$$

Hij berekent nu $V \cdot M$.

- a Is dat mogelijk? Krijgt hij getallen die betekenis hebben?
- b Iemand anders heeft in de matrix V de rijen en de kolommen verwisseld. Heeft dan de vermenigvuldiging $V \cdot M$ betekenis?

Verwerken

Opgave 9

Gegeven zijn de matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 & 9 \\ 2 & 0 & 5 & 10 \\ 12 & 5 & 7 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 4 \\ 1 & 7 \\ 8 & 3 \end{pmatrix} \text{ en } C = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}.$$

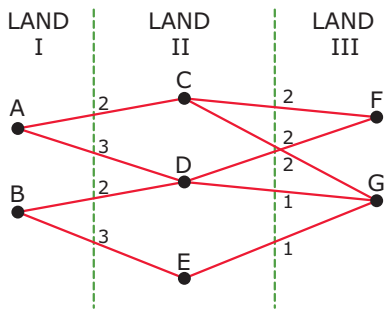
Bereken indien mogelijk de volgende matrices:

- a $A \cdot B$ en $B \cdot A$
- b $B \cdot 0,5 \cdot C$
- c C^3

- d $C^4 \cdot B$
- e $B + C$

Opgave 10

Je ziet hier het aantal vluchten per dag tussen vliegvelden in drie verschillende landen in beeld gebracht. De tabel geeft de vluchttarieven tussen deze vliegvelden weer.



Figuur 5

van	naar	prijs (in euro)
A	C	500
A	D	810
B	D	1020
B	E	598
C	F	390
C	G	612
D	F	185
D	G	142
E	G	420

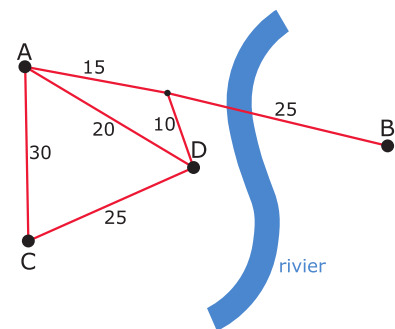
Tabel 3

- a Stel een 2×3 -matrix V_1 op die het aantal dagelijkse vluchten van land I naar land II weergeeft.
- b Stel een matrix V_2 op die het aantal dagelijkse vluchten van land II naar land III weergeeft. Zorg ervoor dat V_2 zo wordt samengesteld, dat $V_1 \cdot V_2$ betekenis heeft.
- c Bereken $V_1 \cdot V_2$ en omschrijf de betekenis van die matrix.
- d Stel een 2×3 -matrix T_1 op die de vluchttarieven van land I naar land II beschrijft.
- e Stel een vluchttarievenmatrix T_2 op die de vluchttarieven van land II naar land III beschrijft.
- f Stel tenslotte een matrix op waarin je de vluchttarieven van land I via land II naar land III weergeeft. Kun je die matrix laten ontstaan door op T_1 en T_2 een matrixbewerking toe te passen?

Opgave 11

Veel mensen werken in een andere plaats dan ze wonen. Deze forensen gebruiken vaak de auto voor het woon-werkverkeer. Hier wordt een model van zo'n situatie geschetst, waarin vier steden en hun onderlinge verbindingswegen een rol spelen. De getallen geven de rij-afstanden in km weer.

De tabel geeft het aantal forensen weer dat 's morgens naar het werk gaat.



Figuur 6

		naar			
		A	B	C	D
van	A	0	400	350	200
	B	200	0	100	50
	C	150	200	0	100
	D	100	50	150	0

Tabel 4

- a Stel een afstandenmatrix M bij dit model op.

- b** Stel een forensenmatrix F op zo, dat de vermenigvuldiging $M \cdot F$ mogelijk is. Bereken $M \cdot F$. Zijn er kentallen in deze matrix die betekenis hebben?
- c** Bepaal het totaal aantal km dat deze forensen op één dag afleggen, ervan uitgaande dat ze allen na het werk weer via de kortste route naar huis teruggaan.
- d** Als je alleen de benzinekosten rekent, hoeveel kost dit forensenverkeer dan elke dag? Ga ervan uit dat een auto gemiddeld 1 : 15 rijdt en een liter benzine € 1,20 kost.
- e** Er wordt een rechtstreekse verbinding met een nieuwe brug van B naar C aangelegd met een lengte van 50 km. Hoeveel besparing in de dagelijkse benzinekosten levert dat op?

Opgave 12

Kijk nog eens naar de afstandenmatrix M uit de voorgaande opgave. Een bepaald bedrijf dat in C is gevestigd heeft werknemers uit elk van deze vier plaatsen in dienst. Vanuit A werken er 150 mensen bij dit bedrijf, er wonen 50 werknemers in B en 100 in D. Deze mensen rijden dagelijks heen en weer naar het bedrijf, dat de reiskosten voor hun woon-werkverkeer vergoedt. De 200 werknemers die in C wonen, krijgen geen reiskosten vergoed.

- a** Stel een matrix W op voor het aantal werknemers van het bedrijf per plaats.
- b** Vermenigvuldig de matrices M en W op de juiste manier. Welke betekenis heeft de productmatrix?
- c** Hoe kun je nu vaststellen of het bedrijf zich beter in één van de drie andere plaatsen kan vestigen vanuit het oogpunt van de reiskostenvergoeding?

Opgave 13

Gebruik een willekeurige 3×3 -matrix $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$.

E_3 stelt de 3×3 -eenheidsmatrix voor.

- a** Vermenigvuldig A met E_3 . Wat gebeurt er? Maakt de volgorde waarin je vermenigvuldigt daarbij uit?
- b** Verwissel in E_3 de tweede en de derde kolom. Je krijgt dan matrix M_1 . Bereken $M_1 \cdot A$ en $A \cdot M_1$. Verklaar beide resultaten.
- c** Vervang in E_3 het kental in de eerste rij en de eerste kolom in een 2. Je krijgt dan matrix M_2 . Bereken $M_2 \cdot A$ en $A \cdot M_2$. Verklaar beide resultaten.
Je ziet dat je met matrixvermenigvuldiging, door E_3 op een geschikte wijze aan te passen, A kunt veranderen in een matrix waarbij twee kolommen of twee rijen zijn verwisseld of waarbij één kolom of rij met een bepaald getal is vermenigvuldigd.
- d** Experimenteer met je grafische rekenmachine en samen met een medeleerling. Verzin een paar regels voor dit verschijnsel.
- e** Je wilt matrix A veranderen in een matrix waarin de tweede kolom met 3 wordt vermenigvuldigd en de laatste twee rijen zijn verwisseld. Is dat mogelijk met matrixvermenigvuldiging? Zo ja, laat dan zien hoe.

Testen

Opgave 14

Gegeven zijn de matrices

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ en } B = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bereken nu voor zover dat mogelijk is:

- a** $2 \cdot A \cdot B$
- b** $2 \cdot B \cdot A$.
- c** B^2

- d $B + B^2$
 e A^3

Opgave 15

Een bepaald type muurverf wordt in vijf tinten geproduceerd. Die tinten ontstaan door het mengen van drie kleurstoffen in verschillende verhoudingen. De volgende tabel geeft weer in welke verhouding de kleurstoffen worden gemengd voor elk van de vijf tinten.

		kleurstof		
		R	G	B
tint	a	0,40	0,40	0,20
	b	0	0,50	0,50
	c	0,15	0,55	0,30
	d	0,60	0,20	0,20
	e	0,80	0	0,20

Tabel 5

De productie per maand is: 1200 liter van tint a, 1600 liter van tint b, 950 liter van tint c, 1750 liter van tint d en 1300 liter van tint e.

- a Stel een mengmatrix M en een productiematrix P op zo, dat $M \cdot P$ betekenis heeft.
 b Bereken $M \cdot P$ en omschrijf de betekenis van deze matrix.
 De kosten voor de kleurstoffen bedragen:
- kleurstof R: € 52,- per liter,
 - kleurstof G: € 24,- per liter,
 - kleurstof B: € 46,- per liter.
- c Stel een kostenmatrix K voor de kleurstoffen op zo, dat $K \cdot M \cdot P$ betekenis heeft.
 d Bereken $K \cdot M \cdot P$ en omschrijf de betekenis van die matrix.
 e Maakt het verschil of je dit product berekent als $(K \cdot M) \cdot P$ of als $K \cdot (M \cdot P)$?
 f Bereken $M \cdot P \cdot K$. Zijn er getallen in deze matrix te vinden die betekenis hebben?



© 2021

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
