

2.4 Éénpuntperspectief

Inleiding

Je hebt gezien dat figuren in perspectief getekend beter benaderen wat je ook daadwerkelijk ziet. Éénpuntperspectief is de simpelste manier om dit te bereiken. Alleen moeten in dat geval de zaken die je bekijkt wel recht voor je liggen.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- figuren tekenen in éénpuntperspectief;
- met verhoudingen en gelijkvormigheid in éénpuntperspectief werken.

Voorkennis

- werken met ruimtelijke figuren in parallelprojectie en in perspectief;
- de begrippen verdwijnpunt, horizon, oogpunt;
- rekenen met verhoudingen en de stelling van Pythagoras.

Verkennen

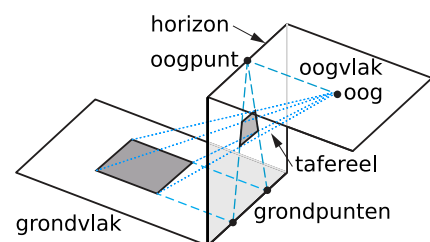
Opgave V1

Teken een kubus in éénpuntperspectief. Bedenk een manier om er een even grote kubus achter tegenaan te tekenen.

Uitleg

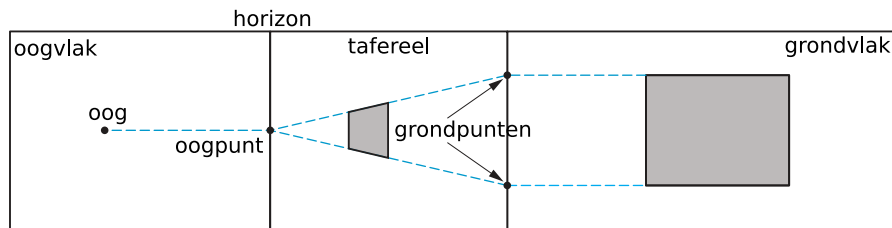
Bekijk de schematische weergave van hoe een object (in dit geval een tegel) wordt bekeken. Je ziet:

- Het oogvlak is het horizontale vlak ter hoogte van het oog. Het oog is het punt van waaruit naar een object wordt gekeken. Als je vanaf het oog vooruit kijkt, zie je de horizon, een lijn op ooghoogte in het oogvlak. Het snijpunt van de loodlijn door het oog op de horizon is het oogpunt.
- Het grondvlak is het vlak waarin of waarop objecten (in dit geval een tegel) zich bevinden. Lijnen en punten in het grondvlak worden grondlijnen en grondpunten genoemd.
- Het tafereel is het afbeeldingsvlak, omdat in het tafereel de afbeelding wordt geprojecteerd.



Figuur 2

Deze vlakken kunnen 'plat' neergelegd worden, waardoor duidelijk wordt hoe de perspectieftekening er uit komt te zien.

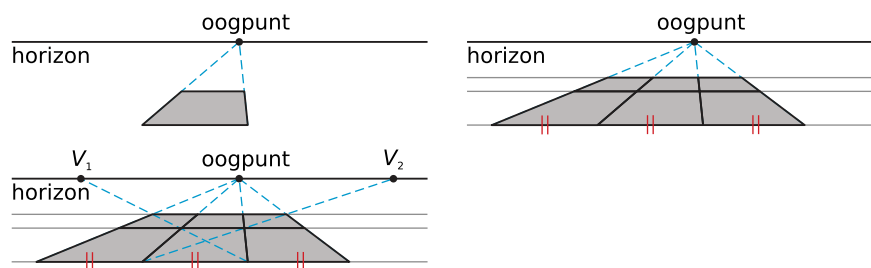


Figuur 3

Wil je meer dezelfde tegels aan elkaar tekenen dan kun je de diagonaalmethode gebruiken.

Tegels die op dezelfde lijn evenwijdig met de horizon liggen, hebben op de tekening dezelfde breedte. Met behulp van het oogpunt kun je dus een rij tegels tekenen.

Om de volgende rij te tekenen, maak je gebruik van de diagonalen van een vierkant. Omdat de diagonalen van alle vierkanten twee aan twee evenwijdig met elkaar zijn, gaan ze allemaal door verdwijnpunt V_1 of V_2 .



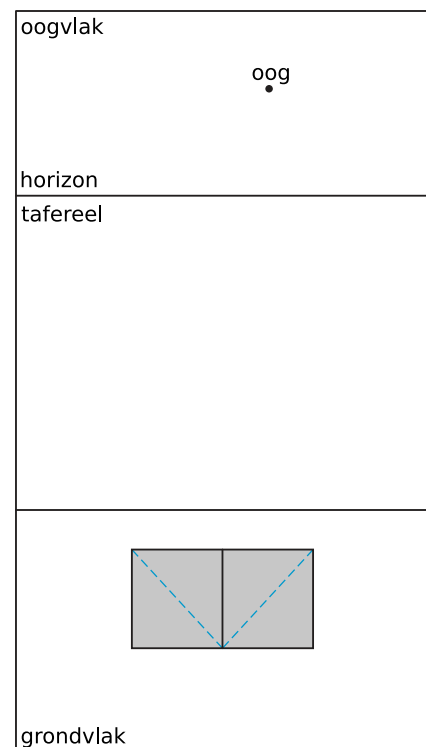
Figuur 4

Met behulp van deze constructie kunnen tegels worden verdubbeld. Het halveren van vloertegels kun je op soortgelijke manier construeren.

Opgave 1

In het grondvlak zijn twee vierkante tegels getekend. In het oogvlak is het oog getekend. Deze figuur staat ook op het [werkblad](#).

- Teken de plaats van het oogpunt met bijbehorende hulplijn.
- Teken de grondpunten met bijbehorende hulplijnen van de zijden van de vierkanten die loodrecht op het tafereel staan. Verbind deze grondpunten G_1 , G_2 en G_3 met het oogpunt.
- Teken de grondpunten met bijbehorende hulplijnen van de diagonalen van de vierkanten. Noem deze grondpunten G_4 en G_5 en noem de bijbehorende hulplijnen l_4 en l_5 .
- Om het verdwijnpunt te vinden dat hoort bij G_4 , teken je een hulplijn l_6 evenwijdig aan l_4 en door het oog. Het snijpunt van l_6 met de horizon is verdwijnpunt V_1 . Teken op dezelfde manier het verdwijnpunt V_2 dat hoort bij grondpunt G_5 .
- Verbind V_1 met G_4 en V_2 met G_5 en maak in het tafereel het perspectiefbeeld van de twee tegels af.



Figuur 5

Opgave 2

Gegeven is een deel van een tegelvloer met vierkante tegels. Deze figuur staat ook op het [werkblad](#).

Teken er aan de achterkant nog twee rijen van drie tegels bij.

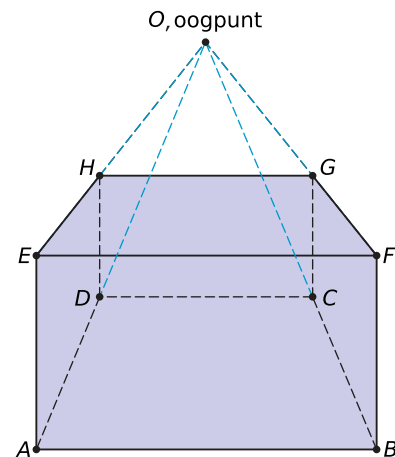


Figuur 6

Opgave 3

Bekijk de balk $ABCD.EFGH$ die in éénpuntperspectief is getekend.

- Leg uit waarom het voorvlak van deze getekende balk gelijkvormig is met de werkelijke voorkant van de balk.
- Waarom zijn de voorkant en de achterkant van de balk in deze perspectieftekening ook gelijkvormig?
- Door welke eigenschap zijn AE en DH evenwijdig?
- Leg uit dat de driehoeken OAE en ODH in 2D gelijkvormig zijn.
- Noem nog drie paar driehoeken die gelijkvormig zijn.



Figuur 7

Theorie en voorbeelden

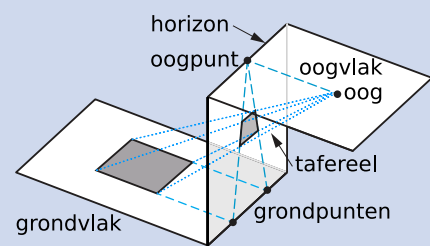
Om te onthouden

Bij het tekenen in perspectief maak je gebruik van een oogvlak, grondvlak en een tafereel.

Bij tekenen in perspectief zijn lijnen die evenwijdig zijn met het tafereel vaak een handig hulpmiddel.

Perspectieftekeningen hebben de volgende eigenschappen:

- Rechte lijnen in 3D worden rechte lijnen in 2D.
- Lijnen die in 3D evenwijdig zijn, snijden elkaar in 2D in één punt, het verdwijnpunt.
Dit geldt niet voor evenwijdige lijnen in 3D die evenwijdig zijn met het tafereel, deze zijn ook in 2D ook evenwijdig.
- Verdwijnpunten van lijnen die horizontaal zijn in 3D, liggen in 2D op één lijn, de horizon.
- Het oogpunt ligt op de horizon.
- Lijnstukken die in 3D in een vlak liggen dat evenwijdig is met het tafereel hebben dezelfde verhoudingen als die van hun beelden in 2D. Daarom zijn ook vormen die in zo'n vlak liggen gelijkvormig met hun afbeelding in 2D.



Figuur 8

Voorbeeld 1

Beeldende kunstenaars uit de tijd van de renaissance ontdekten losse eigenschappen van perspectief. Het idee dat evenwijdige lijnen dichterbij elkaar moesten komen ontstond in deze tijd, maar de samenhang ontbrak.

In de figuur, één van de 75 panelen over het leven van Jezus en Maria die Duccio di Buoninsegna (1255-1319) maakte voor de kathedraal van Siena, is te zien dat de kunstenaar pogingen doet om 'diepte' in zijn schilderij weer te geven. Als je ervan uitgaat dat de persoon rechts zich in een ruimte bevindt waarin alle wanden in werkelijkheid loodrecht op elkaar staan, dan worden de regels voor perspectief niet consequent toegepast.



Figuur 9

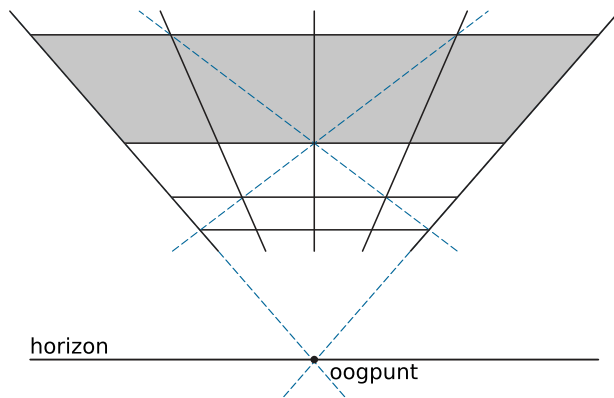


Figuur 10

Ga ervan uit dat het plafond is opgebouwd uit twaalf even grote vierkante vlakken. In de figuur zie je de eerste rij vierkanten. De balken worden als lijnen weergegeven. Maak het plafond zelf compleet.

Antwoord

De lijnen van het plafond die naar achter lopen worden verlengd in de richting van het oogpunt. Verder weet je dat bij rechthoekige vlakken de diagonalen door de hoekpunten van rechthoeken in de volgende rij gaan. De snijpunten van de verlengde zijden en de diagonalen zijn de hoekpunten van de nieuwe rij vlakken.



Figuur 11

(naar: syllabus wiskunde vwo C)

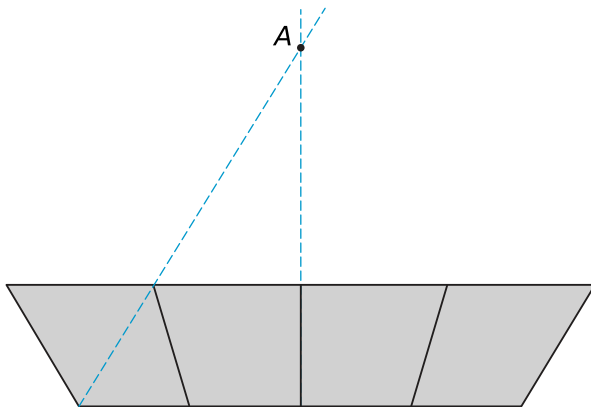
Opgave 4

Bekijk [Voorbeeld 1](#).

- Leg uit dat er niet aan de perspectiefregels is voldaan door de plafondbalken met het deksel van de kist te vergelijken.
- En hoe zit het met de lessenaar en het boek dat er op ligt? Klopt daar het perspectief?

Opgave 5

Bekijk de rechthoekige tegels in éénpuntperspectief. Er zijn hulplijnen getekend. Deze figuur staat ook op het [werkblad](#).

**Figuur 12**

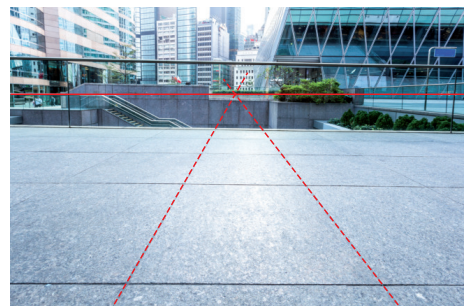
- a Leg uit dat punt A een hoekpunt van de tegels van een vorige rij moet zijn.
- b Maak gebruik van hulplijnen en maak het rijtje tegels af.
- c Leg uit of dit vloer- of plafondtegels zijn. Gebruik het woord oogpunt.

Voorbeeld 2

Veronderstel dat de tegels in de foto in éénpuntperspectief zijn afgebeeld. Het doorzichtige hek heeft een hoogte van 120 centimeter. Je kunt de hoogte van de camera ten opzichte van de tegels bepalen.

**Figuur 13****Antwoord**

Omdat het tafereel loodrecht op de tegels staat, staat de camera op de hoogte van het oogpunt. Gebruik de tegels om het oogpunt te vinden, trek daarna een horizontale lijn door dit punt. Dit is de horizon. De horizon en het oogpunt liggen op de helft van de hoogte van het hek, dus op ongeveer 60 cm boven de tegels.

**Figuur 14**

Opgave 6

Bekijk de figuur met daarin de horizon getekend.



Figuur 15

Hoe hoog zal de camera hebben gestaan ten opzichte van de vloer van de kamer?

Opgave 7

De afstand van de vloer van een verdieping tot de vloer van de volgende verdieping van dit gebouw is 2,75 meter. De balkonhekken bestaan voor een deel uit halfdoorzichtig glas. De foto staat ook op het [werkblad](#).

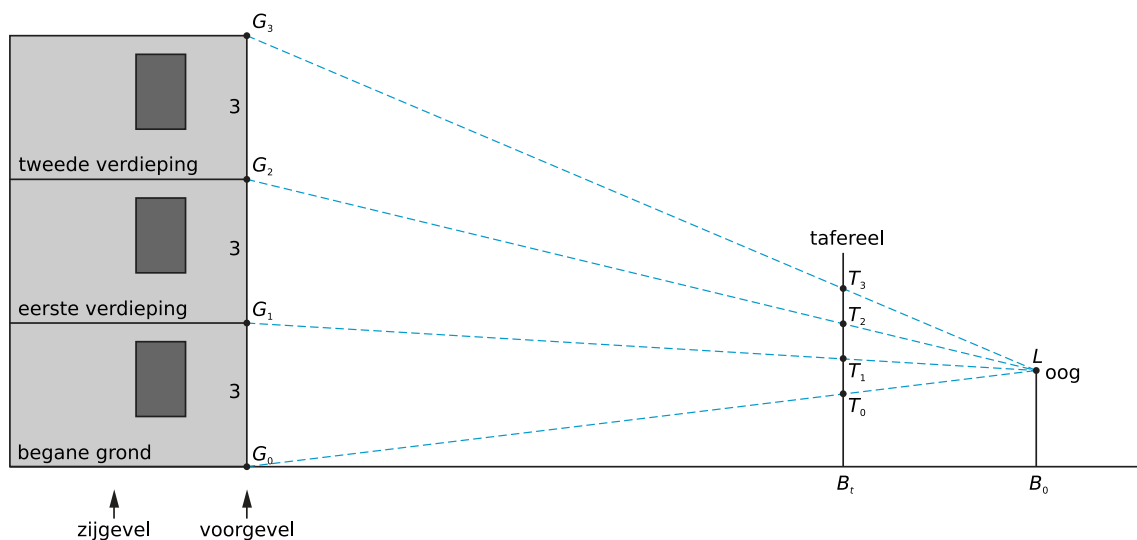
Bepaal de hoogte van dit glas.



Figuur 16

Voorbeeld 3

Hier zie je het zijaanzicht van een situatie waar een perspectiefafbeelding van een gebouw wordt gemaakt. Het tafereel is evenwijdig met de voorgevel. De afstand van G_0 tot B_t is drie keer zo lang als de afstand van B_t tot B_0 . De verdiepingen van het gebouw zijn elk 3 meter hoog. De afstand $B_t T_0$ is 1,5 meter.



Figuur 17

Bereken de afstand van het oog tot de grond.

Antwoord

Driehoek $G_0B_tT_0$ is gelijkvormig met driehoek G_0B_0L , want hoek G_0 is gemeenschappelijk en hoek B_t en B_0 zijn beide gelijk (90°).

De vergrotingsfactor van deze driehoeken is $\frac{4}{3}$ want de afstand van G_0 tot B_t is drie keer zo lang als de afstand van B_t tot B_0 .

De ooghoogte is $\frac{4}{3} \cdot B_tT_0 = \frac{4}{3} \cdot 1,5 = 2$ m.

Opgave 8

Bekijk de figuur in **Voorbeeld 3**.

- Bereken de afstand van T_0 tot T_1 .
- Toon aan dat de lengte van T_0T_3 gelijk is aan 2,25 meter.

Opgave 9

Gebruik de gegevens uit **Voorbeeld 3**. Bereken de ooghoogte, T_0T_1 en T_0T_3 als de afstand van G_0 tot B_t vier keer zo lang is als de afstand van B_t tot B_0 .

Voorbeeld 4

De voorkant van een balk, een punt van de achterkant en de plaats van het oogpunt zijn weergegeven in de figuur.

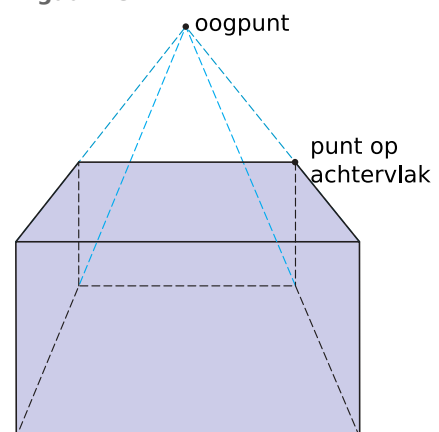
De kijkrichting is recht op de voorkant. Maak de perspectieftekening af.

• oogpunt

• punt op
achtervlak



Figuur 18



Figuur 19

Antwoord

Teken de lijnen door de hoekpunten van de voorkant en het oogpunt.

In de 3D-figuur staan enkele ribben door de hoekpunten van de voorkant loodrecht op het tafereel. Deze ribben liggen in de perspectiefafbeelding op lijnen door het oogpunt.

Je ziet dat het punt dat op de achterkant ligt, ook op een ribbe ligt die naar het oogpunt loopt. Dat punt is een hoekpunt.

De vorm van de achterkant in 2D is een rechthoek, die gelijkvormig is met de rechthoek van de voorkant (ze zijn beide evenwijdig met het tafereel). Teken de achterkant ook als een rechthoek.

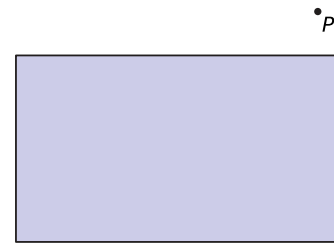
Maak de tekening van de balk af.

Opgave 10

Bekijk de figuur met daarin de voorkant van een balk en een punt P op een ribbe van het achtervlak. De plaats van het oogpunt O is weergegeven. Deze figuur staat ook op het [werkblad](#).

De kijkrichting is recht op de voorkant. Maak de tekening af.

Let op: er zijn twee mogelijkheden: Het punt kan op de bovenste ribbe of op de onderste ribbe liggen.



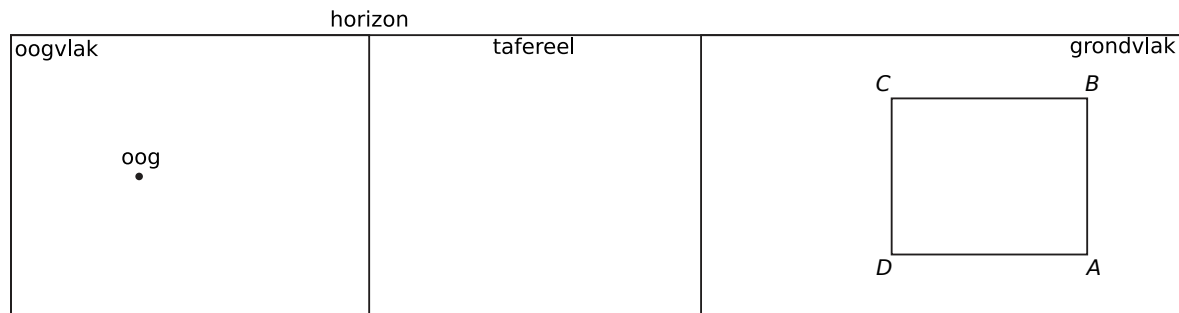
Figuur 20

Verwerken

Opgave 11

In het grondvlak is rechthoek $ABCD$ getekend. In het oogvlak is een oog getekend.

Deze figuur staat ook op het [werkblad](#).



Figuur 21

- Teken de grondpunten van de zijden van de rechthoek die loodrecht op het tafereel staan. Verbind deze grondpunten G_1 en G_2 met het oogpunt.
- Teken het grondpunt G_3 van de diagonaal AC .
- Maak in het tafereel de perspectieftekening van de rechthoek af.

Opgave 12

Bekijk de figuur met rechthoekige tegels in éénpuntperspectief. Deze figuur staat ook op het [werkblad](#).

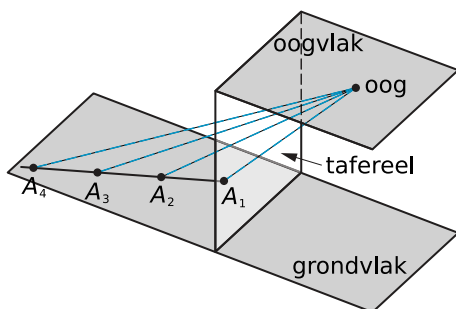


Figuur 22

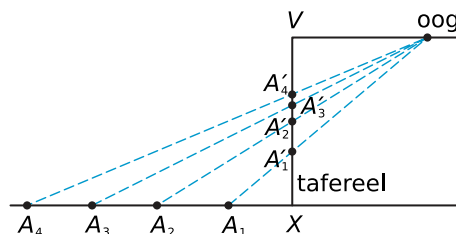
- Leg uit of dit vloer- of plafondtegels zijn. Gebruik het woord oogpunt.
- Teken er nog een rij tegels bij, achter de al getekende tegels. Maak gebruik van hulplijnen.

Opgave 13

Door een verticale glasplaat ziet een oog een horizontale lijn met daarop vier punten: A_1 , A_2 , A_3 en A_4 . Het horizontale vlak waarin de lijn ligt heet grondvlak, het horizontale vlak waarin het oog ligt heet het oogvlak en het vlak van de verticale glasplaat heet het tafereel. Bekijk de loodrechte parallelprojectie van de situatie.



Figuur 1



Figuur 2

Figuur 23

Bekijk ook het zijaanzicht. Van het verdwijnpunt V wordt een lijn loodrecht op het grondvlak getekend. Het snijpunt van deze lijn met het grondvlak is X genoemd. De afstand van het verdwijnpunt V tot het punt X is 200 millimeter en de afstand van het oog O tot het verdwijnpunt is 150 millimeter. De afstand van A'_1 tot A'_4 is 70 millimeter.

De lengte van V tot A'_4 is gelijk aan die van X tot A'_1 .

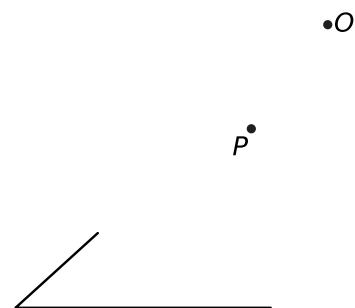
Bereken de lengte van A_4 tot A_1 in het grondvlak.

Opgave 14

Twee zijden van de onderkant van een balk, een punt P van de bovenkant en de plaats van het oogpunt O zijn weergegeven in de figuur. Deze figuur staat ook op het [werkblad](#).

De kijkrichting is recht op de voorkant.

Maak de tekening af. Let op: zorg dat het getekende punt P op de ribbe aan de voorkant komt te liggen.

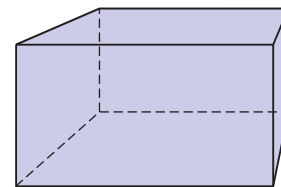


Figuur 24

Opgave 15

Een balk is in éénpuntperspectief getekend. Deze figuur staat ook op het [werkblad](#).

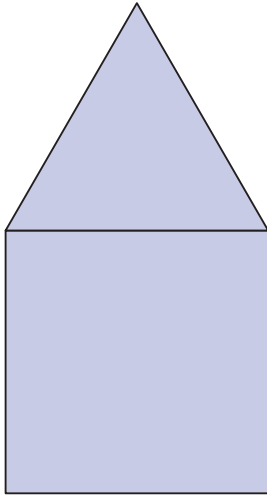
- Teken het oogpunt.
- Er wordt een balk van dezelfde afmetingen op deze balk geplaatst. Teken ook deze balk. Licht je werkwijze toe.



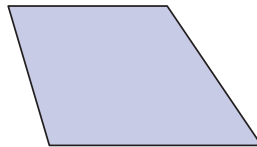
Figuur 25

Opgave 16

Een kubus en een regelmatige piramide staan op elkaar. De kubus en de piramide hebben dezelfde hoogte. In figuur 1 is het aanzicht getekend. Het zijaanzicht en het vooraanzicht zijn gelijk. In figuur 2 is een begin gemaakt met een éénpuntperspectieftekening van de gestapelde figuren: het grondvlak van de kubus is getekend. Deze figuur staat ook op het [werkblad](#).



Figuur 1



Figuur 2

Figuur 26

- Boven welk punt van het grondvlak van de kubus ligt de top van de piramide?
- Maak de perspectieftekening van de gestapelde figuren af. Licht je werkwijze toe.

Toepassen

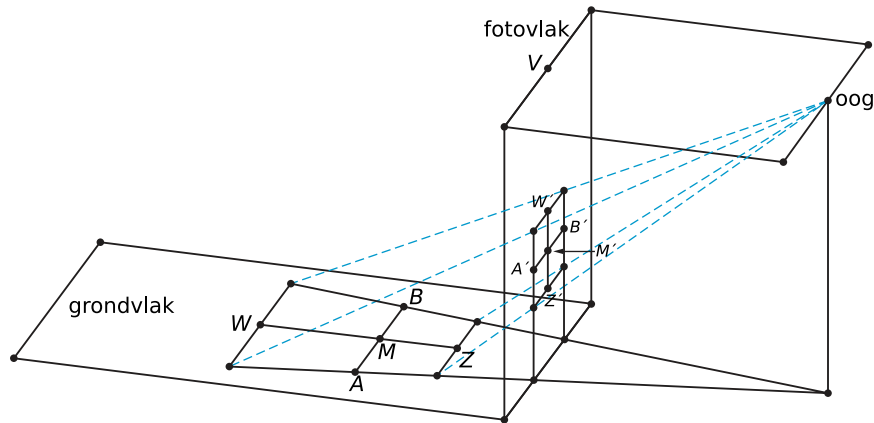
Jan Dibbets (Weert, 9 mei 1941) is een internationaal bekend beeldend kunstenaar. Hij is onder meer bekend geworden met zijn 'perspectivische correcties'. Daarin maakte hij met behulp van fotografie aanpassingen in de waarneming van simpele vormen, die hij tekende op vloeren, muren of uitzette in het gras of zand.

Dibbets plakte met tape een trapezium op een plankenvloer in een lege rechthoekige kamer. Van tevoren had hij bepaald welke positie hij met de camera moest innemen om het trapezium, vanwege het perspectief, waar te nemen als een vierkant.



Figuur 27

De figuur toont een schematische weergave van deze situatie.



Figuur 28

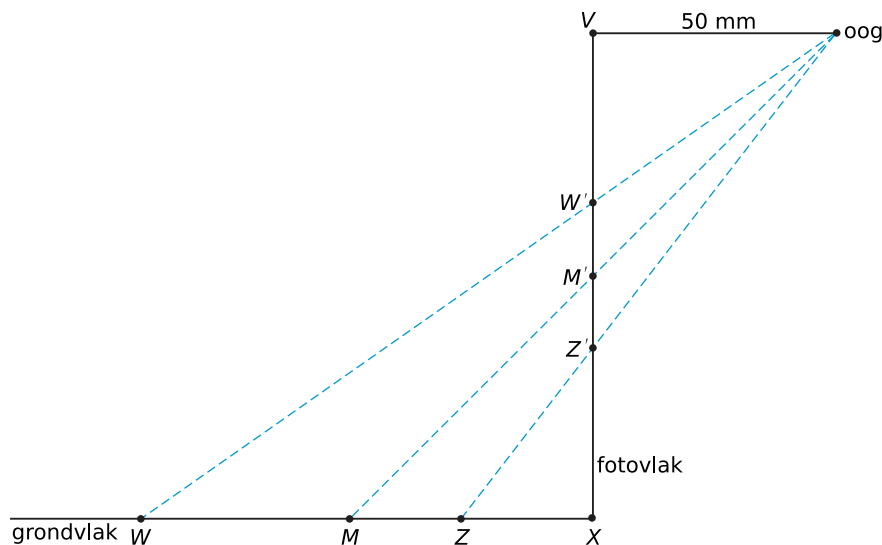
In de figuur geeft het oog het standpunt van de camera weer. Het trapezium in het grondvlak met de punten W en Z als middens van de twee evenwijdige zijden en A en B als middens van de twee andere zijden geeft een vierkant in de foto met de punten W' , A' , Z' en B' als middens van de zijden. V is het verdwijnpunt in het vlak van de foto.

(bron: syllabus wiskunde vwo C)

Opgave 17

Gebruik de gegevens uit **Toepassen**.

Dibbets heeft flink wat werk gehad om precies een vierkant op de foto te krijgen. Bekijk het zijaanzicht van de situatie dat op schaal is getekend.



Figuur 29

In de figuur is punt M' het midden van het vierkant, zoals dat op de foto is te zien. De hoogte van het vierkant op de foto, dus de lengte van $W'Z'$, is 30 millimeter. Van het verdwijnpunt V wordt een lijn loodrecht op het grondvlak getekend. Het snijpunt van deze lijn met het grondvlak is X . De afstand van het verdwijnpunt V tot het punt X is 100 millimeter en de afstand van het oog O tot het verdwijnpunt is 50 millimeter. Het vierkant ligt zodanig in het vlak van de foto dat de lengte van VW' gelijk is aan die van XZ' .

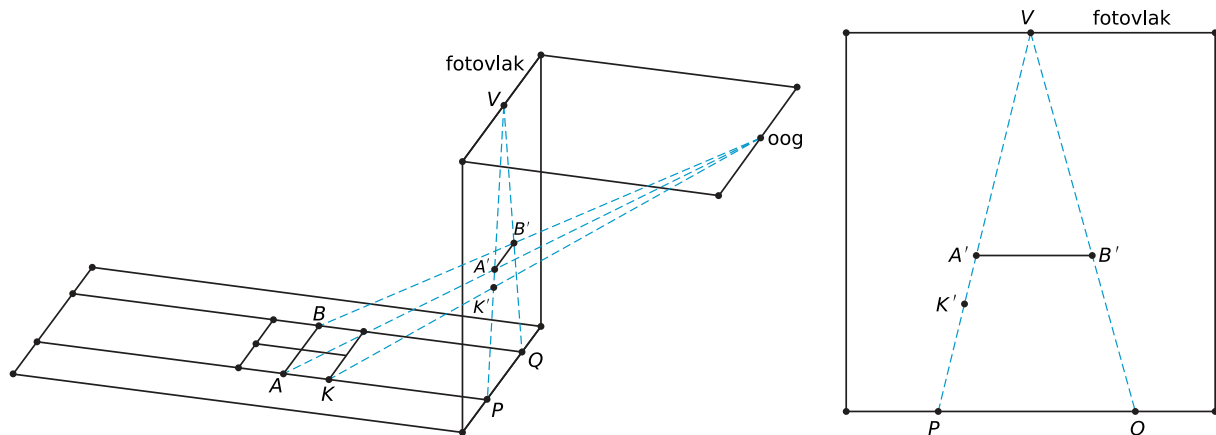
Met gelijkvormigheid en verhoudingen kun je de lengte van WZ in het grondvlak berekenen.

- Bereken de lengte van WZ .
- Teken in de foto op het **werkblad** het verdwijnpunt en de horizon.
- Op welke hoogte vanaf de grond bevond zich de lens van het fototoestel ongeveer op het moment dat de foto werd gemaakt? Geef op grond van de foto uitleg hoe je aan je schatting bent gekomen.

Opgave 18

Gebruik de gegevens uit **Toepassen**.

In een voorstudie zou Dibbets geëxperimenteerd kunnen hebben met een vierkant op het grondvlak (met punten A en B op de zijden en een hoekpunt K) om te zien wat dit als resultaat op de foto geeft. Deze situatie is in de linker figuur aangegeven.



Figuur 30

Bekijk in de rechter figuur de punten A' en B' en K' (als beeldpunten van A , B en K) in het vlak van de foto en op de foto rechts, dit is het vlak van de foto van voren gezien. Op de foto zal het vierkant in perspectief zichtbaar zijn.

Maak de perspectieftekening van het vierkant af. Deze figuur staat ook op het **werkblad**.

(bron: syllabus wiskunde vwo C)

Testen

Opgave 19



Figuur 31

Dit erepodium staat ook op een **werkblad**.

In welk soort perspectief is dit erepodium getekend? Bepaal de horizon en het oogpunt.

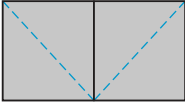
Opgave 20

Bekijk de afbeelding van het erepodium in de voorgaande opgave. De kubus die de eerste plaats voorstelt is heeft ribben van 50 cm.

De bovenkant van die kubus wordt in een éénpuntperspectieftekening afgebeeld als een symmetrisch trapezium met de onderste zijde 5 cm, de bovenste zijde 4 cm en een hoogte (de afstand tussen de onderste en de bovenste zijde) van 1,5 cm.

- Bereken hoe hoog het oogpunt in werkelijkheid boven het grondvlak zit.
- Leg uit waarom je met alleen deze gegevens nog niet de afstand van het tafereel tot het werkelijke erepodium kunt berekenen.

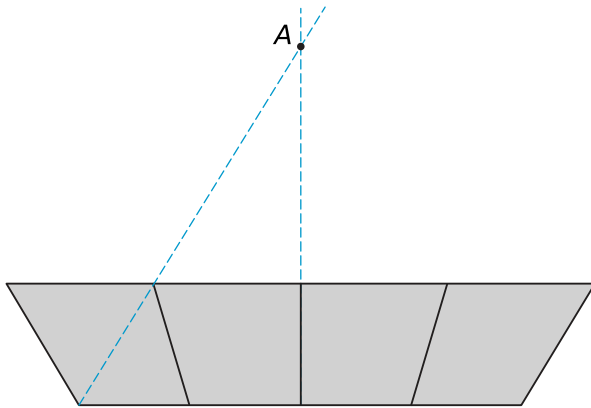
Werkblad bij Opgave 1 op pagina 2.

oogvlak	
horizon	
tafereel	
	
grondvlak	

Werkblad bij Opgave 2 op pagina 3.



Werkblad bij Opgave 5 op pagina 5.



Werkblad bij Opgave 7 op pagina 6.



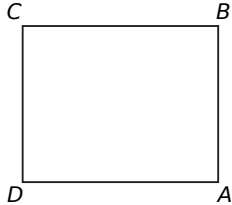
Werkblad bij Opgave 10 op pagina 8.

• O

• P



Werkblad bij Opgave 11 op pagina 8.

horizon		
oogvlak	tafereel	grondvlak
oog •		

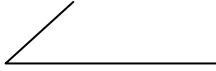
Werkblad bij Opgave 12 op pagina 8.



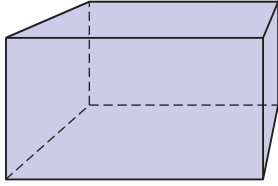
Werkblad bij Opgave 14 op pagina 9.

•O

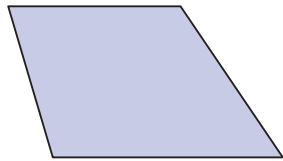
P•



Werkblad bij Opgave 15 op pagina 9.



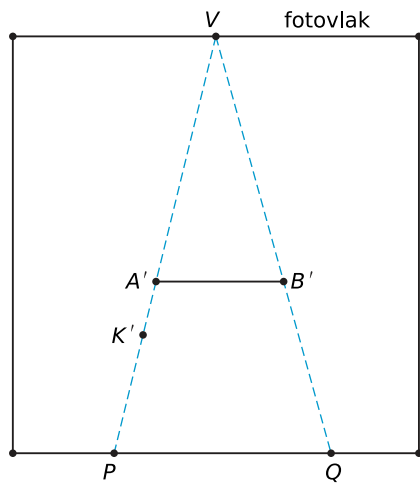
Werkblad bij Opgave 16 op pagina 10.



Werkblad bij Opgave 17 op pagina 11.



Werkblad bij Opgave 18 op pagina 12.



Werkblad bij Opgave 19 op pagina 12.





© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
