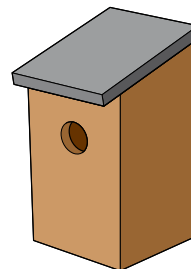


2.2 Aanzichten

Inleiding

Van veel ruimtelijke figuren krijg je zo'n parallelprojectie te zien. Nadeel daarvan is, dat niet alle lijnstukken hun ware lengte krijgen in zo'n figuur. Gelukkig blijft evenwijdigheid wel behouden, vandaar de naam parallelprojectie.

Wil je een beter beeld krijgen van de figuur, dan kun je werken met aanzichten: voor-, zij- en bovenaanzicht. Dan zie je tenminste de zaken die liggen in vlakken evenwijdig aan zo'n aanzicht in het aanzicht op ware grootte en met de juiste vorm.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- aanzichten van ruimtelijke figuren tekenen en deze gebruiken bij berekeningen;
- uit aanzichten van een 3D-figuur eigenschappen en vorm van de figuur afleiden.

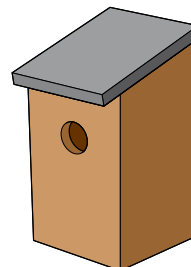
Voorkennis

- werken met ruimtelijke figuren en hun aanzichten;
- rekenen met verhoudingen en de stelling van Pythagoras.

Verkennen

Opgave V1

Je ziet een vogelhuisje met een dak tegen het inregenen. Je gaat er in het klein een drieaanzicht van tekenen. Het voorvlak (met het aanvlieggat) is een rechthoek van 12 cm bij 18 cm. Het achtervlak is een rechthoek van 12 cm bij 21 cm. Het grondvlak is een vierkant. Het dak, met een dikte van 9 mm, steekt aan de voorkant 3 cm uit. Teken een vooraanzicht, een zijaanzicht en een bovenaanzicht met de gegeven maten, inclusief het dak.



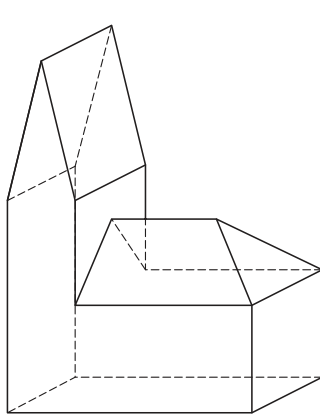
Figuur 2

Uitleg

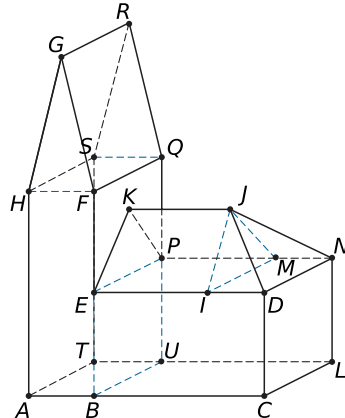
In figuur 1 zie je een tekening in parallelprojectie. Daarin wordt de driedimensionale (3D) vorm afgebeeld op een plat vlak (2D) zo, dat lijnen die in werkelijkheid parallel (evenwijdig) lopen dat ook in de tekening doen.

Alleen de ribben (overgangen tussen verschillende vlakken) van de figuur zijn getekend. Je kunt hem opdelen in twee balken, twee prisma's en een piramide (figuur 2).

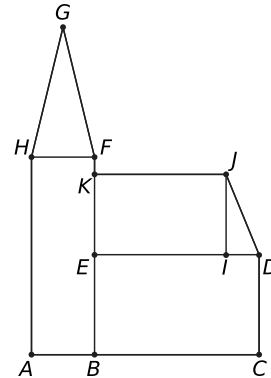
In figuur 3 zie je het vooraanzicht van de figuur.



Figuur 1



Figuur 2



Figuur 3

Figuur 3

In dit vooraanzicht krijgen alle ribben die ermee evenwijdig lopen hun werkelijke afmeting, eventueel op schaal. Voor ribben die er niet mee evenwijdig lopen geldt dit niet.

Zo geldt:

- AB , BC , CD en DE zijn op schaal weergegeven, want deze lijnstukken zijn evenwijdig met het vooraanzicht, oftewel ze staan loodrecht op de kijkrichting.
- JD is niet op schaal weergegeven, want dit lijnstuk is niet evenwijdig met het vooraanzicht, oftewel het staat niet loodrecht op de kijkrichting.

Opgave 1

Bekijk het vooraanzicht van de figuur in de **Uitleg**. Deze figuur staat ook op het **werkbld**.

- Niet alle letters van de punten uit de 3D-afbeelding van de figuur zijn overgenomen in het vooraanzicht. Voeg alle ontbrekende punten in de tekening toe.
- Waarom is de lengte van het lijnstuk FG wel, en die van het lijnstuk FR niet op schaal weergegeven?
- Welke van de lijnstukken JD , JK en JN is/zijn op schaal? Licht je antwoord toe.

Opgave 2

Gebruik de gegevens van de **Uitleg**. Omdat er geen afmetingen bij de figuur staan, hoef je daar geen rekening mee te houden.

- Teken het linker aanzicht van de figuur.
- Teken het rechter aanzicht van de figuur.
- Teken het bovenaanzicht van de figuur.
- De kerk krijgt nieuwe dakbedekking op de toren. De aannemer moet daarom weten hoe groot het oppervlak van het dak is. Leg uit waarom je een vooraanzicht en een zijaanzicht met maten nodig hebt om dit te kunnen berekenen.

Opgave 3

Bekijk het vooraanzicht van de figuur in de **Uitleg**.

- Noem nog minstens vijf ribben die in het vooraanzicht op schaal zijn getekend.
- Noem twee ribben die in het vooraanzicht niet op schaal zijn getekend.

Theorie en voorbeelden

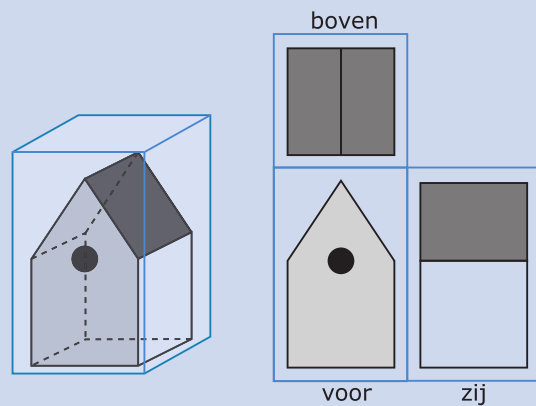
Om te onthouden

In een **aanzicht** wordt een 3D-figuur weergegeven zoals hij er van één kant bekeken uit ziet. Meestal is dat recht van voren, precies van opzij, of recht van boven. Je spreekt dan van een vooraanzicht, een zijaanzicht of een bovenaanzicht. Teken je ze alle drie dan heb je een drieaanzicht. Hier zie je een drieaanzicht van een vogelhuisje.

Het vogelhuisje zelf is in **parallelprojectie** getekend. Daarin worden evenwijdige lijnen ook evenwijdig getekend.

Voor aanzichten geldt:

- Lijnstukken die evenwijdig lopen met het vlak van tekening krijgen hun ware grootte (eventueel op schaal).
- Vlakke figuren die evenwijdig lopen met het vlak van tekening krijgen hun werkelijke vorm (hun werkelijke hoeken en afmetingen).

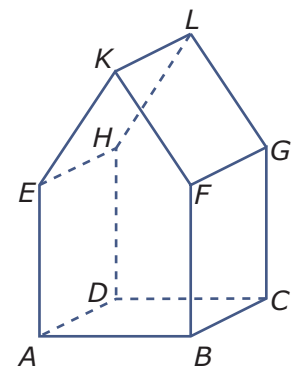


Figuur 4

Voorbeeld 1

Bekijk de figuur van een vogelhuisje in de vorm van een prisma.

- Teken op roosterpapier drie aanzichten van dit vogelhuisje. Neem $AB = AE = 12$ cm, de hoogte is 21 cm en de diepte 15 cm.
- Bereken de lengte van ribbe FK .
- Bereken de inhoud van het vogelhuisje in cm^3 .



Figuur 5

Antwoord

- De drie aanzichten (op schaal) zijn het bovenaanzicht, het vooraanzicht en het rechterzijaanzicht.
- FK zie je op ware grootte (op schaal) in het vooraanzicht. Die lengte is daar de hypotenusa van een driehoek met zijden 6 en 9 cm.

De stelling van Pythagoras geeft:

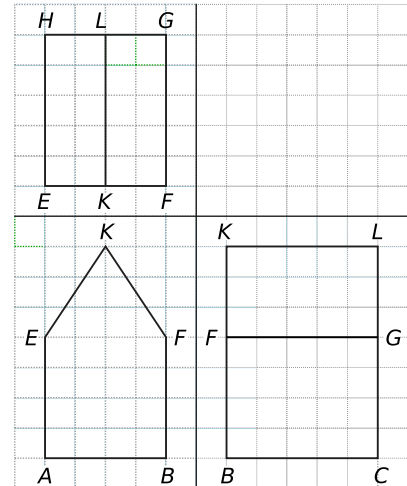
$$FK = \sqrt{6^2 + 9^2} \approx 10,8 \text{ cm.}$$

- De inhoud van het vogelhuisje is te berekenen door te bedenken dat het een prisma is. De voorkant van het vogelhuisje is het grondvlak en de diepte van het vogelhuisje is de hoogte van het prisma.

De oppervlakte van het grondvlak van het prisma is 198 cm^2 .

De hoogte van het prisma is 15 cm.

De inhoud van het prisma en het vogelhuisje is $198 \cdot 15 = 2970 \text{ cm}^3$.



Figuur 6

Opgave 4

Bekijk **Voorbeeld 1**.

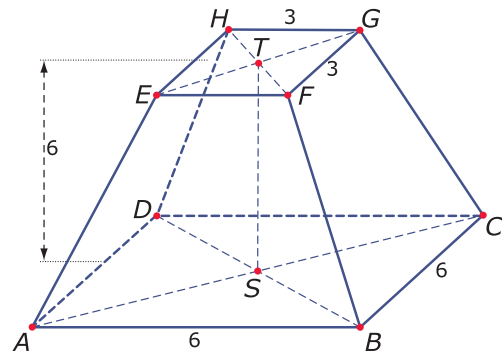
- De oppervlakte van het grondvlak van het prisma is precies 198 cm^2 . In welke twee vormen kun je het grondvlak verdelen om dit te berekenen? Geef de berekening.
- Er komt een stokje in het huisje van het midden van AE naar het midden van CG . Hoe lang is dit stokje?

Opgave 5

Bekijk de afgeknotten regelmatige vierzijdige piramide $ABCD.EFGH$. Regelmatig vierzijdig impliceert dat het grondvlak een vierkant is, evenals het bovenvlak. Bovendien staat het lijnstuk ST , dat het midden van het grondvlak verbindt met het midden van het bovenvlak, loodrecht op beide vlakken.

Gegeven is: $AB = 6 \text{ cm}$, $EF = 3 \text{ cm}$ en $ST = 6 \text{ cm}$.

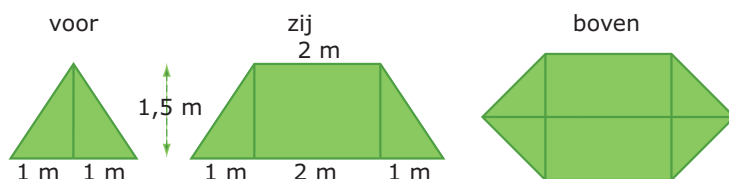
- Teken het drieaanzicht van de afgeknotten piramide. Neem vanaf nu aan dat niet $ST = 6$, maar dat alle vier de opstaande ribben 6 centimeter lang zijn. De lengte van de andere ribben is niet veranderd.
- Welk aanzicht verandert daardoor niet?
- Bereken de hoogte van de nieuwe figuur. Rond af op één decimaal.



Figuur 7

Voorbeeld 2

Je ziet hier drie aanzichten van een tentje.



Figuur 8

- Uit welke twee bekende ruimtelijke figuren bestaat deze tent?
- Bereken de inhoud van de tent.

Antwoord

Hiernaast zie je een parallelprojectie van de tent.

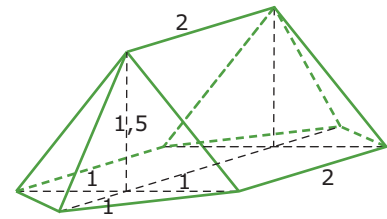
- De tent bestaat uit een driehoekig prisma (het middenstuk) en een regelmatige vierzijdige piramide (de twee eindstukken samengevoegd).
- Inhoud prisma = oppervlakte grondvlak $\times$ hoogte.
Het grondvlak van het prisma is de driehoek met basis 2 en hoogte 1,5 m.

De inhoud van het prisma is: $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1,5 \cdot 2 = 3 \text{ m}^3$.

Inhoud piramide = $\frac{1}{3} \times$ oppervlakte $\times$ hoogte.

Het grondvlak is een vierkant met zijden van $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ m}$.

De inhoud van de piramide is $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 1,5 = 2 \text{ m}^3$.



Figuur 9

Opgave 6

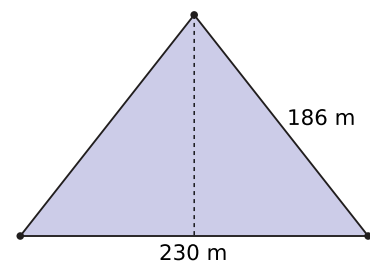
Gebruik de gegevens uit **Voorbeeld 1**.

- Hoe groot is de totale inhoud van de tent?
- Waarom weet je zeker dat het grondvlak van de piramide een vierkant is?

Opgave 7

Een ruimtelijke figuur heeft gelijke driehoekige voor- en zijaanzichten. Eén ervan is getekend. De ruimtelijke figuur heeft geen gebogen zijvlakken. De afmetingen zijn gegeven in meter.

- Welke vorm heeft de ruimtelijke figuur? Welke vorm heeft het onderaanzicht?
- Bereken de oppervlakte van het grondvlak.
- Bereken de hoogte van de ruimtelijke figuur.
Rond je antwoord af op een geheel aantal meter.
- Bereken de inhoud van de ruimtelijke figuur.
Geef je antwoord in m^3 afgerond op een duizendtal.

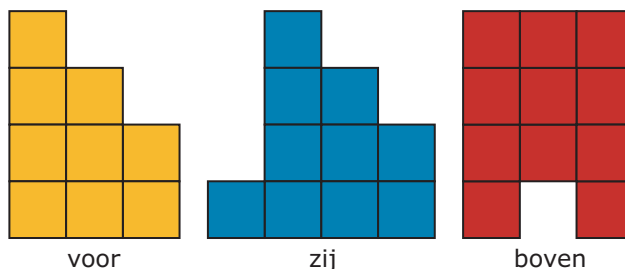


Figuur 10

Voorbeeld 3

Bekijk de drie aanzichten van een stapel kubussen.

Hoeveel kubussen zijn minimaal nodig om deze stapel te maken?



Figuur 11

Antwoord

Om het minimaal aantal kubussen te bepalen is het handig om de informatie uit de aanzichten schematisch weer te geven. Dit doe je door van het bovenaanzicht een tabel te maken (vier rijen en drie kolommen) en hier een extra rij (onder) en een extra kolom (rechts) aan toe te voegen.

In de extra rij en extra kolom geef je het aantal kubussen aan dat je minimaal nodig hebt om het voor- en zijaanzicht te kunnen maken.

- In de extra rij zet je de minimaal benodigde kubussen uit het vooraanzicht (van links naar rechts: 4, 3 en 2).
- In de extra kolom zet je de minimaal benodigde kubussen uit het zijaanzicht (van boven naar beneden: 2, 3, 4 en 1).

		2	2
	3		3
4			4
	×		1
4	3	2	

Tabel 1

Uit het bovenaanzicht blijkt dat overal minimaal één kubus moet liggen, behalve vooraan in het midden. Zet in de tabel daar een kruis. Bekijk vervolgens hoe je met zo weinig mogelijk kubussen de juiste hoogte per kolom en rij kunt maken. Die getallen zet je in de cellen van de bijbehorende rijen en kolommen.

Het minimaal aantal benodigde kubussen om de figuur te kunnen maken is 17.

1	1	2	2
1	3	1	3
4	1	1	4
1	×	1	1
4	3	2	

Tabel 2**Opgave 8**

Gebruik de drie aanzichten van de stapel kubussen in **Voorbeeld 3**.

Hoeveel kubussen zijn er maximaal te gebruiken om de gegeven aanzicht te maken?

Opgave 9

Bekijk het bovenaanzicht van een kubusstapel. De getallen geven aan hoeveel kubussen er op elkaar liggen.

Teken een bijpassend vooraanzicht en een bijpassend zijaanzicht.

3	4	3	2
2	1	2	4

Figuur 12**Verwerken****Opgave 10**

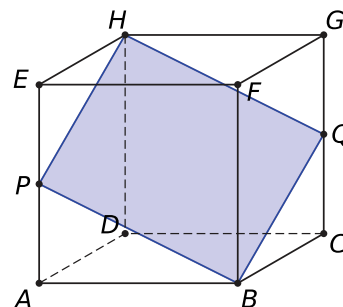
Voor het balkvormige blokje geldt: het is even hoog als breed (3 bij 3 cm), het is twee keer zo breed als diep. Voor het dak geldt: twee van deze blokjes zijn even groot als het balkvormige blokje. Teken het bovenaanzicht op ware grootte.

**Figuur 13**

Opgave 11

Gegeven is de kubus $ABCD.EFGH$ met ribben van 6 cm. Punt P is het midden van ribbe AE en punt Q is het midden van ribbe CG . Het vlak $PBQH$ verdeelt de kubus in twee lichamen, waarvan het lichaam $ABCD.PBQH$ er één is.

- Teken een bovenaanzicht, een vooraanzicht en een rechterzijaanzicht van $ABCD.PBQH$.
- $PBQH$ is een ruit, bereken hiervan de omtrek.



Figuur 14

Opgave 12

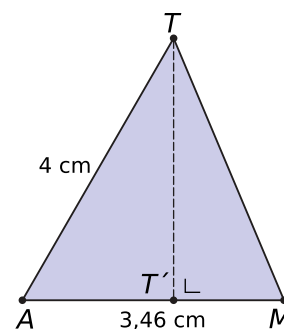
Gegeven is een regelmatig viervlak $ABC.T$ met ribben van 4 cm. $\triangle ABC$ staat op de grond.

- Teken een bovenaanzicht op ware grootte.
- Bereken de afstand van een hoekpunt naar het midden van de tegenoverstaande zijde. Rond af op twee decimalen.

Bekijk de doorsnede van het regelmatige viervlak $ABC.T$.

De doorsnede gaat door de top T , het punt recht onder de top T' en één van de rechtopstaande ribben. Er geldt: lijnstukken AT' en $T'M$ hebben een verhouding 2 : 1.

- Bereken de hoogte van de piramide. Rond af op één decimaal.

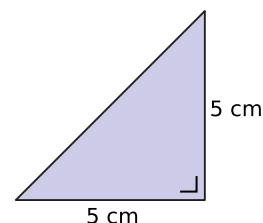


Figuur 15

Opgave 13

Van een bepaalde ruimtelijke figuur is het voor-, zij- en bovenaanzicht hetzelfde. Eén aanzicht is weergegeven.

- Wat voor een ruimtelijke figuur is dit?
- Bereken de inhoud van deze ruimtelijke figuur.

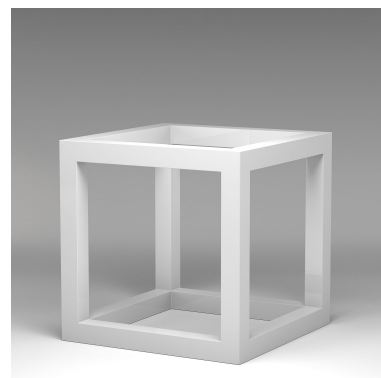


Figuur 16

Opgave 14

Bekijk het kunstwerk. Het bestaat uit even lange en dikke zijden en allemaal rechte hoeken. De hoogte is tien keer zo groot als de dikte van de zijden. De zijden zijn 50 cm lang.

- Teken een aanzicht op schaal 1 : 10 waarbij de richting van het aanzicht loodrecht op het midden van één van de zijden staat.
- Teken een aanzicht op schaal 1 : 10 waarbij de richting van het aanzicht loodrecht staat op het diagonaalvlak dat bestaat uit de diagonalen van de onder- en bovenkant en vier verticale ribben. Maak eerst een schets en bereken zo nodig de afmetingen.



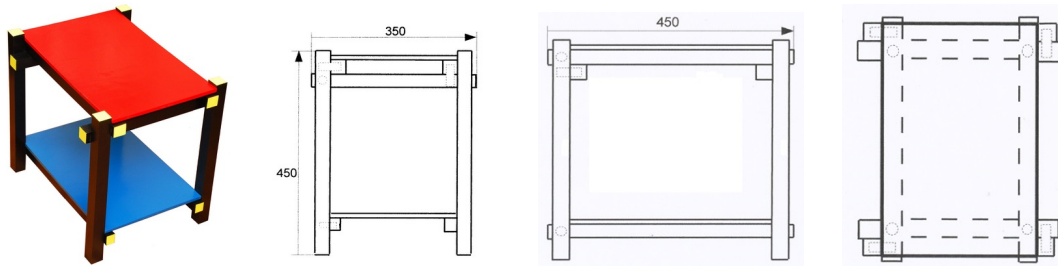
Figuur 17

Opgave 15

Gegeven is een prisma met een regelmatige zeshoek als grondvlak. De zijden van de zeshoek zijn 10 cm. Bereken de breedte van het smalst mogelijke zijaanzicht en van het breedst mogelijke zijaanzicht.

Toepassen**Opgave 16: Rietveld tafeltje**

Hier zie je een tafeltje in Rietveld-stijl. Verder zie je drie aanzichten van dit tafeltje met afmetingen in mm. Alle balkjes hebben een doorsnede van 40×40 mm en steken 10 mm uit.

**Figuur 18**

- a Hoe groot is de oppervlakte van een tafelblad?
- b Hoeveel cm aan balkjes is in totaal nodig om dit tafeltje mee te maken?
- c Hoeveel cm^2 aan gele verf is nodig voor het schilderwerk?

Opgave 17: De Steltman-stoel

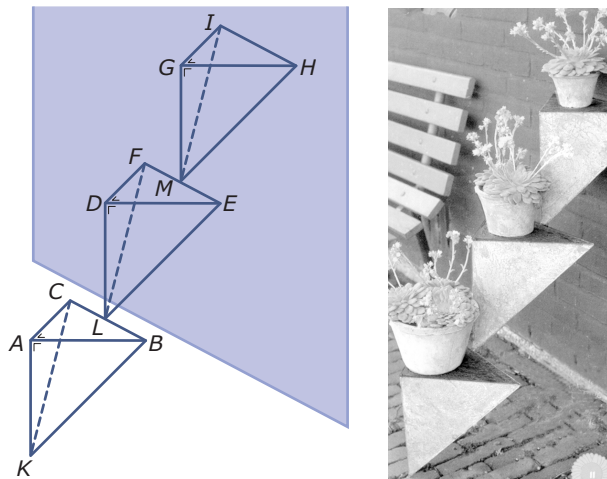
Hier zie je de Steltman-stoel, een ontwerp van Gerrit Rietveld uit 1963. De stoel is opgebouwd uit houten balken met een dikte van 44 mm en een breedte van 100 mm. De lengtes van deze balken zijn 255 mm, 350 mm, 400 mm (twee stuks), 456 mm, 556 mm en 600 mm. De zitting is $44 \times 356 \times 400$ mm.

- a Hoe hoog is de Steltman-stoel in totaal?
- b Teken een vooraanzicht, een zijaanzicht en een bovenaanzicht van de Steltman-stoel. Gebruik schaal 1 : 10.

**Figuur 19**

Opgave 18: Etagère

In een advertentie van een tuincentrum staat een foto van een etagère. De etagère is nagetekend.



Figuur 20

De etagère is opgebouwd uit drie gelijke piramiden. Elke piramide is gemaakt van vier driehoeken van blik die aan elkaar zijn gelast. De etagère steunt met het punt K op de grond en met de ribbe HI tegen de muur. De bovenste piramide is aan de middelste vastgelast in het midden M van ribbe EF en de middelste piramide is aan de onderste vastgelast in het midden L van ribbe BC . Het punt K en de ribben BC , EF en HI liggen in één vlak.

De driehoeken KAB , KAC en ABC zijn zowel rechthoekig als gelijkbenig. $KA = AB = AC = 25$ cm. De plateaus ABC , DEF en GHI lopen evenwijdig aan het grondvlak.

- Teken een bovenaanzicht van de etagère op schaal 1 : 5.
- Bereken hoeveel centimeter K van de muur af ligt.

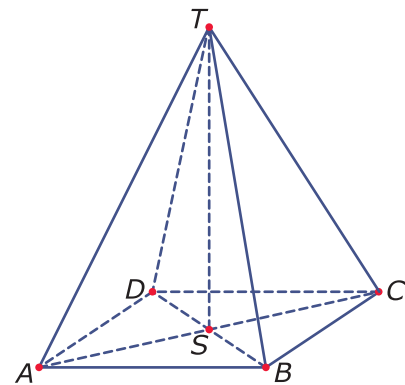
(bron: examen havo B in 2004, tweede tijdvak)

Testen**Opgave 19**

Bekijk de regelmatige vierzijdige piramide $ABCD.T$. Regelmatig betekent in dit geval dat het grondvlak een vierkant is en dat het lijnstuk ST , dat het midden van het grondvlak verbindt met de top, loodrecht op het grondvlak staat.

Gegeven is: $AB = 4$ cm en $AT = 6$ cm.

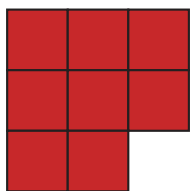
- Bereken afgerond op één decimaal de hoogte van de piramide.
- Teken een bovenaanzicht en een vooraanzicht.



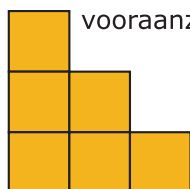
Figuur 21

Opgave 20

Bekijk deze aanzichten van een stapel blokken.

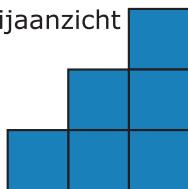


bovenaanzicht



vooraanzicht

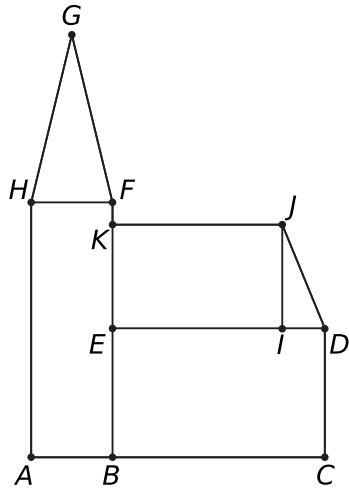
zijaanzicht



Figuur 22

Hoeveel kubussen zijn minimaal nodig om deze stapel te maken?

Werkblad bij Opgave 1 op pagina 2.





© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
