

1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Je hebt nu alle theorie van **Logisch redeneren** doorgewerkt. Er moet een totaalbeeld van deze leerstof ontstaan...

Ga na, of je al de bij dit onderwerp horende begrippen kent en weet wat je er mee kunt doen. Ga ook na of je de activiteiten die staan genoemd kunt uitvoeren. Maak een eigen samenvatting!

Begrippenlijst

- logische redenering — bewering — conclusie — uitgangspunt — definitie — redeneerstap — correct en (on)volledig
- bewering — logische verbindingstekens: conjunctie, disjunctie, negatie — venndiagram — waarheidstabel — logisch gelijkwaardig
- als-dan-redenering, implicatie — nodige voorwaarde, voldoende voorwaarde
- redenering, uitgangspunten, hieruit-volgt-conclusie — modus ponens — modus tollens — voorbeeld, tegenvoorbeeld
- tautologie (altijd ware bewering) — contradictie (nooit ware bewering) — paradox

Activiteitenlijst

- een logische redenering herkennen — een logische redenering houden
- een waarheidstabel opzetten — onderzoeken of proposities logisch gelijkwaardig zijn
- bij proposities de logische operatoren herkennen en er waarheidstabellen bij opstellen
- in een logische redenering de uitgangspunten en de conclusie herkennen — redeneervormen modus ponens en modus tollens gebruiken
- tautologie, contradictie herkennen en aantonen — paradox herkennen

Achtergronden

De Griekse filosoof **Aristoteles (384 322 voor Christus)** wordt wel de grondlegger van de logica genoemd. Hij dacht onder andere na over geldige manieren van redeneren. Hij vroeg zich af wanneer een uitspraak (zin) waar was. Volgens hem is een zin waar als hij overeenkomt met de werkelijkheid. Hij stelde dat een zin waar is als hij is af te leiden uit ware zinnen. Zo'n afleiding noemde hij een 'syllogisme'. Aristoteles bedacht geldige en ongeldige syllogismen.

Een voorbeeld van een geldig syllogisme is:

- "Alle mensen zijn sterfelijk."
- "Socrates is een mens."

dus

- "Socrates is sterfelijk."

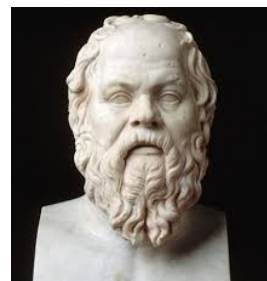
De eerste twee zinnen heten de 'premissen', de derde zin is de 'conclusie'. Alle syllogismen met deze zelfde structuur zijn ook geldige redeneringen. Dat hoeft echter niet te betekenen dat de conclusie ook zonder meer waar is, kijk maar:

- "Alle leerlingen houden van logica."
- "Helène is een leerling."

dus

- "Helène houdt van logica."

De Stoïcijnen waren volgelingen van **Zeno (335–265 v.Chr.)**, een Griekse wijsgeer. De Stoïcijnen kenden vijf fundamentele redeneerschema's. Elk van die redeneerschema's heeft een bepaalde structuur. Met behulp van deze redeneerschema's beredeneerden ze of iets waar is.



Figuur 1

Testen

Opgave 1

In gebouwen, bijvoorbeeld ziekenhuizen of bibliotheken, wordt bij de ingang weleens gebruikge-
maakt van een luchtsluis om tocht te voorkomen. Er zijn dan twee deuren: een buitendeur en een
binnendeur.

Gebruik de afkortingen:

- A betekent dat de buitendeur open is
- B betekent dat de binnendeur open is.

- a Beschrijf in eigen woorden wat $\neg A \vee \neg B$ betekent.
- b Laat met behulp van een waarheidstabel zien dat $\neg(A \wedge B)$ en $\neg A \vee \neg B$ gelijkwaardig zijn.

Opgave 2

Gegeven is de uitspraak:

“Als Roxy een bloedsinaasappel eet, dan heeft ze de volgende morgen pukkeltjes op haar gezicht.”

Formuleer de omkering van deze als-dan-bewering en ga na of deze waar is.

Opgave 3

Op een muziekkavond op school heeft een van de leerlingen het snoer van de microfoon doorgeknipt.
Milou, Frederiek en Lotte zijn de verdachten en leggen onder ede de volgende verklaringen af:

Milou: “Frederiek is schuldig en Lotte is onschuldig.”

Frederiek: “Als Milou schuldig is, dan is Lotte ook schuldig.”

Lotte: “Ik ben onschuldig, maar minstens een van de anderen is schuldig.”

- a Stel dat alle drie de leerlingen onschuldig zijn. Wie heeft (hebben) er dan gelogen?
- b Stel dat alle drie de leerlingen de waarheid spreken. Wie heeft (hebben) er dan het snoer doorge-
knipt?
- c Stel dat de onschuldigen de waarheid spreken en dat de schuldige(n) loog (logen). Wie van deze drie
is (zijn) er dan zeker schuldig?

Opgave 4

Bekijk de bewering P : “Vierhoek $ABCD$ is een parallellogram.”

Formuleer beweringen Q , R en S die aan de voorwaarden voldoen:

Q is een nodige voorwaarde voor P .

R is een voldoende voorwaarde voor P .

S is een nodige en voldoende voorwaarde voor P .

Opgave 5

Uitspraak: “Als een koe meer dan 20 dagen geleden een kalfje heeft gekregen, dan is de melkpro-
ductie van deze koe per dag minder dan 8 kilogram.”

Neem aan dat deze uitspraak waar is, zolang je met deze opgave bezig bent.

Hieronder staat telkens een gegeven. Probeer iets te concluderen met behulp van bovenstaande
uitspraak. Laat zien, hoe je de waarheidstabel van de implicatie gebruikt.

- a Een koe heeft een maand geleden een kalfje gekregen.
- b Een koe heeft 30 dagen geleden een kalfje gekregen.
- c De melkproductie is precies 8 kilogram per dag.
- d De koe heeft twee weken geleden twee kalfjes gekregen.
- e De melkproductie is meer dan 8 kilogram per dag.
- f De koe heeft minder dan 20 dagen geleden een kalfje gekregen.

Opgave 6

Welke van de volgende zinnen in de propositielogica zijn altijd waar (tautologie) en/of welke zijn altijd onwaar (contradictie)? Toon de (on)waarheid aan met behulp van een waarheidstabel.

- a $\neg(A \vee B) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$
- b $A \wedge B \wedge \neg A$
- c $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (B \Rightarrow A)$

Opgave 7

Een vraag uit de Nationale Wetenschapsquiz 2001.

Wie liegen er als

- "Jantje zegt dat Pietje liegt."
- "Pietje zegt dat Klaasje liegt."
- "Klaasje zegt dat Jantje en Pietje liegen."

Gebruik een waarheidstabel of een redenering met:

J : Jantje spreekt de waarheid.

P : Pietje spreekt de waarheid.

K : Klaasje spreekt de waarheid.

Examen

Opgave 8: Zoek de dader

De politie heeft drie verdachten van de poging tot moord op buschauffeur Robert gearresteerd: Stolberg, Jones en Visser. Alle drie ontkennen ze de dader te zijn.

Tijdens het verhoor beweert Stolberg dat Robert een vriend van Jones was en dat Visser Robert haatte. Jones beweert dat hij Robert helemaal niet kent en dat hij bovendien helemaal niet in de stad was toen Robert daar neergestoken werd.

Visser beweert dat hij zowel Stolberg als Jones samen met Robert in de stad gezien heeft toen Robert neergestoken werd en dat één van beiden Robert neergestoken moet hebben.

Neem aan dat slechts één van de drie schuldig is en dat de twee onschuldigen de waarheid spreken. Bekijk om uit te zoeken wie de dader is, de volgende twee beweringen:

A : Jones spreekt de waarheid.

B : Visser spreekt de waarheid.

- a Uit de gegevens volgt dat geldt: $A \Rightarrow \neg B$.
Toon aan dat geldt: $A \Rightarrow \neg B$.
- b Uit $A \Rightarrow \neg B$ volgt dat óf Jones óf Visser de dader is.
Leg uit wie de dader is.

(naar: pilotexamen wiskunde C in 2013, eerste tijdvak)

Opgave 9: Tweedledee en Tweedledum

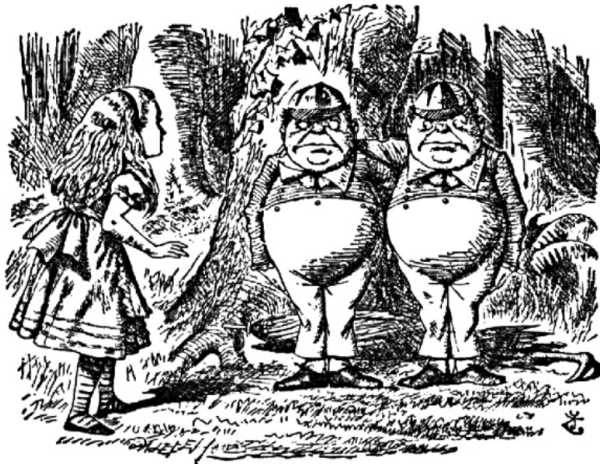
De tweelingbroers Tweedledee en Tweedledum zijn uiterlijk niet van elkaar te onderscheiden. Om de verwarring te vergroten, hebben ze de volgende afspraken met elkaar gemaakt.

1. Op maandag, dinsdag en woensdag liegt Tweedledee bij elke vraag die hem gesteld wordt en op alle andere dagen spreekt hij de waarheid.
2. Op donderdag, vrijdag en zaterdag liegt Tweedledum bij elke vraag die hem gesteld wordt en op alle andere dagen spreekt hij de waarheid.

Ga ervan uit dat deze afspraken in deze gehele opgave gelden.

- a Op zekere dag ontmoet Alice de tweeling en vraagt elk van hen: "Hoe heet jij?"
De ene tweelingbroer heeft een groene jas aan en zegt: "Tweedledee."
De andere tweelingbroer heeft een rode jas aan en zegt: "Tweedledum."
Onderzoek hoe de broer met de groene jas heet.

Elke tweelingbroer heeft altijd een zakdoek in zijn broekzak: als de ene tweelingbroer een rode zakdoek heeft, heeft de ander een zwarte en omgekeerd.



Figuur 2

Op zekere dag komt Alice de tweelingbroers tegen. Ze vraagt aan een van beiden: “Welke kleur zakdoek heb je?” Het antwoord van deze tweelingbroer luidt: “Zwart”. Op verzoek van Alice laat hij de zakdoek zien. Deze blijkt rood te zijn.

Daarop vraagt Alice aan de andere tweelingbroer: “Welke kleur zakdoek heb jij?”

- b** Welke kleur zal hij noemen? Leg duidelijk uit hoe je tot die conclusie komt.

(naar: pilotexamen wiskunde C in 2015, tweede tijdvak)

Opgave 10: Cruijffiaanse logica

De oud-voetballer en trainer Johan Cruijff staat bekend om zijn onnavolgbare logica. In een interview met Johan Cruijff door Johan Derksen in 2013 zei Cruijff het volgende: “Als ik jou vraag 'Laat eens zien wat je kan', zal jij laten zien wat je kan. Maar dan weet ik meteen wat je niet kan, want dat zal je niet laten zien.”

In deze opgave bekijk je de logica in deze uitspraak van Cruijff nader. Beperk je daarvoor eerst tot één vaardigheid, die je vaardigheid X noemt. Onderscheid hiervoor de volgende uitgangspunten:

A: iemand beheerst vaardigheid X .

B: iemand laat vaardigheid X zien.

Maak een model van Cruijffs uitspraak. Het eerste deel kun je met logische symbolen opschrijven als $A \Rightarrow B$. Het tweede deel van Cruijffs uitspraak kun je modelleren als: “Als iemand vaardigheid X niet laat zien, dan beheerst hij vaardigheid X niet.”

- a** Noteer het tweede deel van het model van Cruijffs uitspraak met behulp van logische symbolen en onderzoek of in het model het tweede deel logisch volgt uit het eerste deel. Licht je antwoord toe.
- b** Ga terug van het model naar de uitspraak van Cruijff.

Leg uit waarom je kritiek kunt hebben op de uitspraak van Cruijff.

Een andere bekende uitspraak van Cruijff is zelfs de titel geworden van een boek over hem: “Je moet schieten, anders kun je niet scoren.”

Om deze uitspraak te ontleden begin je met:

P : iemand schiet op doel.

Q : iemand scoort.

De uitspraak van Cruijff kun je herformuleren met de volgende logische bewering: “Als er gescoord wordt, dan is er op doel geschoten.”

- c** In een bepaalde wedstrijd wordt niet gescoord.
Schrijf eerst de bewering “Als er gescoord wordt, dan is er op doel geschoten” met logische symbolen op en onderzoek vervolgens daarmee wat je volgens zijn logica kunt zeggen over het schieten op doel in deze wedstrijd.

(naar: pilotexamen wiskunde C in 2015, eerste tijdvak)



© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
