

1.4 Hieruit-volgt-conclusies

Inleiding

Je hebt nu gezien hoe je proposities (beweringen) aaneen kunt schakelen tot complete zinnen met behulp van verbindingstekens. Ook heb je de waarheid van dergelijke zinnen kunnen onderzoeken met behulp van waarheidstabellen. Nu gaat het erom met behulp van dit soort zinnen een redenering op te zetten met een duidelijke conclusie. Je spreekt dan wel van een 'hieruit-volgt'-conclusie.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- logische redeneringen opzetten en hieruit-volgt-conclusies trekken;
- werken met voorbeelden en tegenvoorbeelden.

Voorkennis

- de belangrijkste onderdelen van een logische redenering herkennen;
- logische redeneringen uiteen rafelen in beweringen en verbindingstekens voor 'en', 'of', 'niet', 'daaruit volgt';
- werken met venndiagrammen en waarheidstabellen.

Verkennen

Opgave V1

Er zitten drie kinderen achter elkaar op een rij. Uit een voorraad van 5 petjes (3 zwarte en 2 rode) krijgt elk kind een petje op. De kinderen kunnen alleen de petjes zien van diegene die voor hen zit(ten).

Aan het achterste kind wordt gevraagd "Weet jij welk kleur petje je op hebt?" Het kind kijkt naar de twee petjes voor hem, denkt even na, en zegt dan: "Nee." Dezelfde vraag wordt vervolgens aan het middelste kind gevraagd, en ook deze antwoord ontkennend. Het voorste kind is even stil en zegt "Dan weet ik de kleur van mijn petje!"

- Welke twee combinaties petjes kan het achterste kind voor zich zien? Er zijn drie mogelijkheden.
- Een van deze drie mogelijkheden valt direct af. Welke? Leg jouw antwoord uit.
- Welke twee kleuren petjes kan het middelste kind voor zich zien?
- Een van deze mogelijkheden valt af. Waarom?
- Wat is de kleur van het petje van het voorste kind?

Uitleg

Gegeven is de uitspraak: “Als de zon schijnt, dan loopt Lise naar de stad om te winkelen.”

Dit is een $A \Rightarrow B$ uitspraak met:

- A : “De zon schijnt.”
- B : “Lise loopt naar de stad om te winkelen.”

A	B	$A \Rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Tabel 1

Er zijn nu vier situaties denkbaar. Soms kun je een ‘hieruit volgt’ conclusie trekken. Gebruik daarbij de waarheidstabel voor $A \Rightarrow B$.

- situatie 1: Lise loopt naar de stad om te winkelen.
Uitgangspunten zijn: $A \Rightarrow B$ is waar en B is waar.
Je kunt nu niets concluderen over A , de zon kan nog steeds wel of niet schijnen.
Kortweg: Uit $A \Rightarrow B = 1$ en $B = 1$ volgt geen conclusie over A .
- situatie 2: De zon schijnt niet.
Uitgangspunten zijn: $A \Rightarrow B$ is waar en A is onwaar.
Je kunt nu niets concluderen over B , Lise kan nog steeds wel of niet naar de stad lopen.
Kortweg: Uit $A \Rightarrow B = 1$ en $A = 0$ volgt geen conclusie over B .
- situatie 3: De zon schijnt.
Uitgangspunten zijn: $A \Rightarrow B$ is waar en A is waar.
Nu kun je wel een conclusie trekken over B , Lise loopt naar de stad om te winkelen, B is waar.
Kortweg: Uit $A \Rightarrow B = 1$ en $A = 1$ volgt $B = 1$.
- situatie 4: Lise gaat met de auto naar de stad om te winkelen.
Uitgangspunten zijn: $A \Rightarrow B$ is waar en B is onwaar.
Nu kun je wel een conclusie trekken over A , Lise loopt niet naar de stad om te winkelen, dus de zon schijnt niet, A is onwaar.
Kortweg: Uit $A \Rightarrow B = 1$ en $B = 0$ volgt $A = 0$.

Opgave 1

Gegeven is de uitspraak:

“Als ik een leuke band heb, dan kom ik te laat op mijn afspraak met de tandarts”.

- Splits deze $A \Rightarrow B$ uitspraak in twee beweringen A en B .
- Formuleer de uitspraak die hoort bij de situatie: $A \Rightarrow B = 1$ en $A = 1$.
Probeer een conclusie te trekken.
- Formuleer de uitspraak die hoort bij de situatie: $A \Rightarrow B = 1$ en $B = 0$.
Probeer een conclusie te trekken.
- Formuleer de uitspraak die hoort bij de situatie: $A \Rightarrow B = 1$ en $A = 0$.
Probeer een conclusie te trekken.

Opgave 2

Een klasgenoot beweert: "Jij haalt altijd goede cijfers voor aardrijkskunde."

Hij somt op: "Voor de eerste toets dit jaar had je een tien, daarna had je een acht en nu heb je weer een negen."

Je klasgenoot probeert zijn bewering te bewijzen door een heleboel voorbeelden te noemen.

- a** Is dit een waterdicht bewijs?

Jij bent het niet met je klasgenoot eens en pakt je cijferlijst voor aardrijkskunde erbij en zegt: "Ik haal helemaal niet altijd goede cijfers voor aardrijkskunde, want voor de vorige toets had ik een vier."

- b** Heb je met dit éne tegenvoorbeeld zijn ongelijk bewezen?

Opgave 3

Geef van elk van de beweringen een voorbeeld als de bewering waar is of een tegenvoorbeeld als de bewering onwaar is.

- a** Ik heb deze week met tien vriendinnen afgesproken, dus ik zie er minstens drie op dezelfde dag.
b Ik heb deze week met tien vriendinnen afgesproken, dus ik zie er op een dag minimaal twee.

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Er zijn twee redeneervormen die tot de juiste **hieruit-volgt-conclusies** leiden:

A	B	$A \Rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Tabel 2

- Uit $A \Rightarrow B$ is waar en A is waar volgt B is waar.
 Uit $A \Rightarrow B = 1$ en $A = 1$ volgt $B = 1$.
 Deze redeneervorm heet **modus ponens**
- Uit $A \Rightarrow B$ is waar en B is onwaar volgt A is onwaar.
 Uit $A \Rightarrow B = 1$ en $B = 0$ volgt $A = 0$.
 Deze redeneervorm heet **modus tollens**

Dit volgt uit de implicatietabel.

Met **voorbeelden** kun je iemand proberen te overtuigen dat iets waar is. Maar voorbeelden vormen nog geen wiskundig bewijs. **Tegenvoorbeelden** worden gebruikt om aan te tonen dat iets niet waar is. Je hebt aan één tegenvoorbeeld genoeg om de onwaarheid aan te tonen.

Voorbeeld 1

De dokter beweert: "Als je het medicijn gebruikt, dan word je beter."

Je trekt de volgende conclusies:

- Conclusie 1: Als ik beter ben, dan heb ik het medicijn gebruikt.
- Conclusie 2: Als ik het medicijn niet gebruik, dan word ik niet beter.
- Conclusie 3: Als ik niet beter ben, dan heb ik het medicijn niet gebruikt.

Welke conclusies zijn terecht? Welke niet? Verklaar je antwoord in woorden en met behulp van de waarheidstabel van de implicatie.

Antwoord

In woorden:

Conclusie 1 is niet terecht, want je kunt ook op andere manieren beter worden dan door het medicijn te gebruiken.

Conclusie 2 is ook niet terecht. Van een tijdje uitzieken kun je misschien ook wel beter worden.

Conclusie 3 is wel terecht, want op het moment dat je ziek bent is het zeker dat je het medicijn nog niet gebruikt hebt. De uitspraak is waar: als je het medicijn gebruikt, dan word je beter.

Met behulp van de waarheidstabel van de implicatie:

A	B	$A \Rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Tabel 3

- Benoem de uitgangspunten A , B en $A \Rightarrow B$.
 A : "Ik gebruik het medicijn."
 B : "Ik word beter."
 $A \Rightarrow B$: "Als ik het medicijn gebruik, dan word ik beter."
- Schrijf de redeneringen op die tot de conclusie 1, 2 en 3 leiden.
 Conclusie 1: $A \Rightarrow B = 1$ en $B = 1$ dus $A = 1$ en dat is onjuist.
 Conclusie 2: $A \Rightarrow B = 1$ en $A = 0$ dus $B = 0$ en dat is onjuist.
 Conclusie 3: $A \Rightarrow B = 1$ en $B = 0$ dus $A = 0$ en dat is juist.

Opgave 4

De kapster beweert: "Als ik je haar blondeer, dan wordt je haar broos." Je trekt de volgende conclusies:

- Conclusie 1: Als mijn haar niet broos is, dan heeft de kapster het niet geblondeerd.
- Conclusie 2: Als mijn haar broos is, dan heeft de kapster het geblondeerd.
- Conclusie 3: Als de kapster mijn haar niet blondeert, dan wordt mijn haar niet broos.

- Benoem de uitgangspunten A , B en $A \Rightarrow B$.
- Schrijf de redeneringen op die tot de conclusie 1, 2 en 3 leiden en laat zien welke conclusie(s) juist is (zijn).

Opgave 5

Bekijk de advertentie over oogdruppels.

Werkt u veel achter de computer? Dan hebt u waarschijnlijk ook weleens last gehad van droge en geïrriteerde ogen. Ook oogziektes en het dragen van contactlenzen kunnen tot een brandend gevoel in de ogen leiden. Het is een vervelend probleem met gelukkig een eenvoudige oplossing. Door Dioptrie oogdruppels te gebruiken zorgt u er namelijk voor dat uw ogen weer bevochtigd worden. Hiermee verdwijnt ook al snel het droge en branderige gevoel in uw ogen.

Een gedeelte van de redenering in deze advertentie is: "Als je Dioptrie oogdruppels gebruikt, dan worden je ogen weer bevochtigd".

- Zoek nog meer als-dan-redeneringen in deze advertentie.
- Wat vind je van deze redeneringen? Zijn ze terecht?
- Hoe kun je de redenering "Als je Dioptrie oogdruppels gebruikt, dan worden de ogen weer bevochtigd" aantonen?

Opgave 6

Bekijk de beweringen A en B .

A : 'Ik heb veel geld op de bank staan.'

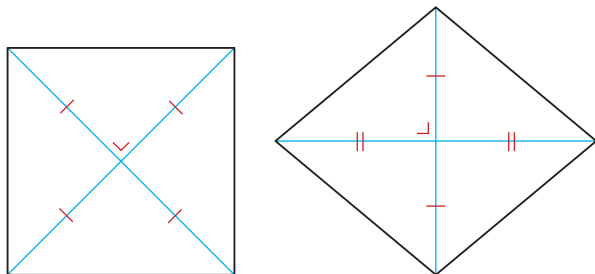
B : 'Ik kan verre reizen maken.'

- Geef in woorden de bijpassende redeneringen van de vorm:
 - Uit $A \Rightarrow B = 1$ en $A = 1$ volgt $B = 1$.
 - Uit $A \Rightarrow B = 1$ en $B = 0$ volgt $A = 0$.
 - Uit $A \Rightarrow B = 1$ en $B = 1$ volgt $A = 0$.
- Is A een nodige of een voldoende voorwaarde van B ?
- Kun je er van uitgaan dat $A \Rightarrow B$ in deze gevallen altijd waar is?
- Hoe zit dit met $B \Rightarrow A$?

Voorbeeld 2

Evert beweert: "Als van een vierhoek de diagonalen loodrecht op elkaar staan, dan delen de diagonalen elkaar ook precies doormidden."

Hij tekent een vierkant en een ruit als voorbeelden om zijn bewering kracht bij te zetten.

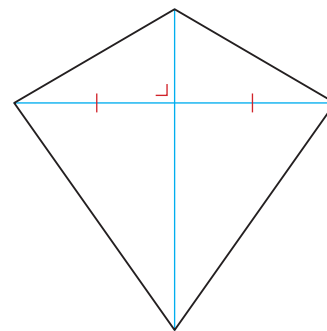


Figuur 2

Heeft Evert gelijk? Zo ja, leg uit. Zo nee, geef dan een tegenvoorbeeld om zijn conclusie te ontkrachten.

Antwoord

Evert heeft geen gelijk. Tegenvoorbeeld: een vlieger is ook een vierhoek waarvan de diagonalen loodrecht op elkaar staan, maar de diagonalen delen elkaar niet doormidden.



Figuur 3

Opgave 7

Gebruik de gegevens uit **Voorbeeld 2**.

- Evert gebruikt voorbeelden om zijn bewering kracht bij te zetten. Waarom kunnen voorbeelden nooit als bewijs voor een bewering dienen?
- Waarom kan een tegenvoorbeeld wel als bewijs dienen dat een conclusie niet klopt?

Opgave 8

Geef van elk van de beweringen aan of deze waar of onwaar is en geef een tegenvoorbeeld als de bewering onwaar is.

- a "Een zoogdier heeft altijd twee of vier poten."
- b "Een spin is geen insect."
- c "Een gelijkbenige driehoek heeft altijd drie scherpe hoeken."
- d "Een rechthoekige driehoek heeft altijd twee scherpe hoeken."

Verwerken**Opgave 9**

Bekijk de volgende uitspraak:

"Ik heb goed geleerd voor mijn proefwerk dus ik haal een goed cijfer."

Wat kun je zeggen over het leren van het proefwerk of het cijfer in de volgende situaties:

- a Ik heb een goed cijfer gehaald.
- b Ik heb niet goed geleerd.
- c Ik heb wel vier uur geleerd voor mijn proefwerk.
- d Ik heb een onvoldoende gehaald.

Opgave 10

Geef van elk van de beweringen aan of deze waar of onwaar is en geef een tegenvoorbeeld als de bewering onwaar is.

- a "Alle vogels kunnen vliegen."
- b "Een vogelspin is geen vogel."
- c "Een vijfhoek kan geen scherpe hoek hebben."
- d "De hoeken van een vijfhoek zijn samen 540 graden."

Opgave 11

Sara, Gido en Iris spelen samen een spelletje darts. Nog voordat ze gaan beginnen doet Sara volgende uitspraak: "Als ik dit spelletje darts win, trakteer ik jullie allebei op een avondje uit."

De belofte die Sara hier maakt is een samenstelling van twee beweringen, namelijk:

P: "Ik win."

Q: "Ik trakteer."

Na afloop van het spel kunnen er vier situaties ontstaan:

- Sarah wint niet en ze trakteert ook niet.
- Sarah wint niet, maar trakteert wel.
- Sarah wint, maar trakteert niet.
- Sarah wint en ze trakteert.

In welk van de vier gevallen is Sarah een leugenaar?

Opgave 12

Een rechtse politicus leest in een interview de stelling: "Als je van kunst houdt, dan moet je wel links zijn". Hij weersprekt deze uitspraak, immers hij is zelf kunstliefhebber en noemt zichzelf niet links. Hij herformuleert de stelling tot: "Kunstliefhebbers zijn niet links".

Leg uit waarom deze laatste bewering niet correct hoeft te zijn.

(naar: voorbeeldexamen syllabus vwo C)

Opgave 13

Vier vriendinnen, Julia, Lotte, Roos en Sofie, gaan een middag shoppen. Aan het eind van de middag hebben ze alle vier twee verschillende aankopen gedaan. Sommige meisjes kochten een paar schoenen.

Op basis van het bovenstaande bleek de volgende uitspraak waar te zijn: "Als een meisje geen schoenen kocht, dan had ze bruin haar."

Deze uitspraak kun je met symbolen als volgt weergeven: $(\neg P) \Rightarrow Q$.

- a Beschrijf in woorden de uitspraak $(\neg Q) \Rightarrow P$ en geef aan of deze uitspraak waar of onwaar is.
b Er zijn meer ware uitspraken over het middagje shoppen.

1. Drie van hen hebben een paar schoenen gekocht.
2. Er is precies één meisje met bruin haar en zij kocht geen schoenen.
3. Slechts één meisje kocht een jas.
4. Twee meisjes kochten een rokje, één van hen had rood haar.
5. De zwartharige Lotte en het blonde meisje kochten allebei een broek.
6. Julia kocht niets wat Roos of het zwartharige meisje kocht.

Je kunt nu concluderen dat het meisje met het bruine haar Julia moet zijn.

Leg uit dat het meisje met het bruine haar Julia moet zijn.

(naar: pilotexamen wiskunde C in 2014, tweede tijdvak)

Toepassen

Opgave 14: Hoog opgeleid?

Bekijk de eerste twee plaatjes van een cartoon die enige tijd geleden in *de Volkskrant* stond.



Figuur 4

Om de discussie in deze twee plaatjes te modelleren, gebruik je de volgende afkortingen:

H : iemand is hoogopgeleid;

O : iemand wordt oud en blijft lang gezond.

Ga ervan uit dat er in beide gevallen maar twee mogelijkheden zijn:

- iemand is hoogopgeleid of niet;
- iemand wordt 'oud en blijft lang gezond' of dat gebeurt niet.

Modelleer nu de beweringen in de twee plaatjes als volgt. De oude man zegt in het eerste plaatje: "Als iemand hoogopgeleid is, dan wordt hij oud en blijft hij lang gezond." Met behulp van bovenstaande afkortingen en met logische symbolen kun je dit vertalen als: $H \Rightarrow O$.

In het tweede plaatje zegt de oude man: "Ik ben niet hoogopgeleid en toch oud geworden en lang gezond gebleven."

- a Onderzoek of de uitspraak van de oude man in het tweede plaatje in tegenspraak is met de bewering $H \Rightarrow O$. Licht je antwoord toe.

In het tweede plaatje gebruikt de oude man het woordje 'toch'. Daaruit blijkt dat hij vindt dat er een tegenspraak is. De oude man onderscheidt kennelijk twee soorten mensen: hoogopgeleiden, die worden oud en blijven lang gezond en niet-hoogopgeleiden, waarvoor niet geldt dat ze 'oud worden en lang gezond blijven'. Dit laatste kun je vertalen in: $\neg H \Rightarrow \neg O$.

- b** Leg uit dat deze laatste bewering in tegenspraak is met de uitspraak van de oude man in het tweede plaatje.

Bekijk de complete cartoon.



Figuur 5

Sigmund trekt in het derde plaatje de volgende conclusie: de man is oud geworden en lang gezond gebleven, dus hij moet wel hoogopgeleid zijn, ofwel: $O \Rightarrow H$.

- c** Onderzoek of de bewering $O \Rightarrow H$ in overeenstemming is met $H \Rightarrow O$ of met $\neg H \Rightarrow \neg O$. Geef een toelichting bij je antwoord.

De werkelijkheid is ingewikkelder dan bovenstaande logische beweringen.

Er is onderzoek gedaan naar het verband tussen opleiding, levensduur en gezondheid. Uit een dergelijk onderzoek blijkt bijvoorbeeld het volgende:

- van alle hoogopgeleiden wordt 70% oud en blijft lang gezond;
- van alle niet-hoogopgeleiden wordt 50% oud en blijft lang gezond.

Ga er in deze vereenvoudigde situatie weer van uit dat er steeds maar twee mogelijkheden zijn: iemand is hoogopgeleid of niet en iemand 'wordt oud en blijft lang gezond' of dat gebeurt niet.

Bekijk de vier mogelijke conclusies:

A: Als iemand hoogopgeleid is, wordt hij oud en blijft hij lang gezond.

B: Voor niet-hoogopgeleiden geldt dat ze minder vaak oud worden en lang gezond blijven dan hoogopgeleiden.

C: De meeste mensen die oud worden en lang gezond blijven, zijn hoogopgeleid.

D: Een deel van de niet-hoogopgeleiden wordt oud en blijft lang gezond.

- d** Geef van elk van de vier bovenstaande conclusies aan of deze uit het genoemde onderzoek volgen. Licht je antwoord toe.

(naar: pilotexamen wiskunde C in 2014, eerste tijdvak)

Opgave 15: Dalende functie?

Onderzoek of de grafiek van $y = \frac{1200}{5+2 \cdot 3^{-x}} + 0,0009x^4 - 30x^2$ dalend is. Dit betekent dat bij grotere x -waarden altijd kleinere y -waarden horen.

Een leerling geeft het volgende antwoord: 'Ik bereken de y -waarden bij $x = 3$, $x = 13$ en $x = 23$ en zie dat de y -waarden steeds kleiner worden; dus de grafiek is dalend.'

- a** Leg uit waarom dit antwoord fout gerekend moet worden.
- b** Geef een tegenvoorbeeld waaruit blijkt dat de grafiek niet overal dalend is.

(naar: voorbeeldexamen syllabus vwo C)

Testen

Opgave 16

In 2014 is de campagne NIX18 van start gegaan. Dit betekent dat je voor de leeftijd van 18 jaar geen alcohol mag nuttigen.

De regel is dus: "Als je jonger bent dan 18 jaar, dan mag je geen alcoholhoudende drank nuttigen".

Hij heeft de vorm $P \Rightarrow Q$.

- a Omschrijf P en Q .
- b Je ziet een onbekende jongere alcohol drinken.
Kun je een conclusie trekken? Licht je antwoord toe.
- c Voor je liggen nu vier kaarten met op elke kant een leeftijd en op de andere kant een bijbehorend drankje.
Op de vier kaarten die voor je liggen staat het volgende:
Kaart 1: 16
Kaart 2: 20
Kaart 3: wijn
Kaart 4: cola
Welke kaart draai je om als je de regel wilt controleren?

Opgave 17

Lees de discussie tussen twee oude mannen.

Jan: "Als je zwaar bent bij je geboorte, word je later een lang persoon."

Maarten: "Klopt."

Jan: "Maar ik woog maar 6 pond als baby, en toch ben ik 1,95 m lang."

Maarten: "Ja."

Om de discussie te modelleren gebruik je de volgende afkortingen:

Z : iemand is zwaar bij de geboorte;

L : iemand wordt een lange volwassene.

Ga er verder van uit dat er in beide gevallen maar twee mogelijkheden zijn:

- iemand is een zware baby of niet;
- iemand wordt een lange volwassene of dat gebeurt niet.

Modelleer nu de beweringen als volgt:

Jan zegt: "Als iemand zwaar is bij zijn geboorte, dan wordt hij een lange volwassene." Met behulp van bovenstaande afkortingen en met logische symbolen kun je dat vertalen als: $Z \Rightarrow L$.

Daarna zegt Jan: "Ik was geen zware baby en toch een lange volwassene geworden."

- a Onderzoek of de tweede uitspraak van Jan in tegenspraak is met de bewering $Z \Rightarrow L$. Licht je antwoord toe.
- b In zijn tweede uitspraak gebruikt Jan het woordje 'toch'. Daaruit blijkt dat hij vindt dat er een tegenspraak is. Jan onderscheidt kennelijk twee soorten mensen: zware baby's, die worden lange volwassenen en niet-zware baby's, waarvoor niet geldt dat ze een lange volwassene worden. Dit laatste kun je vertalen in: $\neg Z \Rightarrow \neg L$.

Leg uit dat deze laatste bewering in tegenspraak is met de tweede uitspraak van Jan.

Lees de complete discussie.

Jan: "Als je zwaar bent bij je geboorte, word je later een lang persoon."

Maarten: "Klopt."

Jan: "Maar ik woog maar 6 pond als baby, en toch ben ik 1,95 m lang."

Maarten: "Ja."

Maarten: "Kun je nagaan hoe licht baby's vroeger waren."

Maarten trekt de volgende conclusie: Jan is een lange volwassene, dus hij moet wel een zware baby geweest zijn, oftewel: $L \Rightarrow Z$.

- c** Onderzoek of de bewering $L \Rightarrow Z$ in overeenstemming is met $Z \Rightarrow L$ of met $\neg Z \Rightarrow \neg L$. Geef een toelichting bij je antwoord.

De werkelijkheid is ingewikkelder dan bovenstaande logische beweringen.

Er is onderzoek gedaan naar het verband tussen geboortegewicht en lengte van volwassenen. Uit een dergelijk onderzoek blijkt bijvoorbeeld het volgende:

- van alle zware baby's wordt 75% een lange volwassene;
- van alle niet-zware baby's wordt 55% een lange volwassene.

Ga er in deze vereenvoudigde situatie weer van uit dat er steeds maar twee mogelijkheden zijn: iemand is een zware baby of niet en iemand wordt een lange volwassene of dat gebeurt niet.

Bekijk de vier mogelijke conclusies.

A: Als iemand een zware baby is, wordt hij een lange volwassene.

B: Voor niet-zware baby's geldt dat ze minder vaak een lange volwassene worden dan zware baby's.

C: De meeste volwassenen die lang zijn, waren zwaar als baby.

D: Een deel van de niet-zware baby's wordt een lange volwassene.

- d** Geef van elk van de vier bovenstaande conclusies aan of deze uit het genoemde onderzoek volgen. Licht je antwoord toe.



© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
