

## 7.4 Evenredigheid

### Inleiding

Als je met een vaste snelheid fietst is de afstand die je aflegt recht evenredig met de tijd die je fietst: twee keer zo lang fietsen betekent een twee keer zo lange afstand.

Als je een vaste afstand fietst is de tijd die je fietst omgekeerd evenredig met je snelheid: twee keer zo hard fietsen betekent de helft van de tijd nodig.

#### Je leert in dit onderwerp

- evenredigheid herkennen en beschrijven met grafieken en formules;
- Werken met dubbellogaritmisch grafiekenpapier.

#### Voorkennis

- recht evenredige en omgekeerd evenredige verbanden met hun karakteristieke grafieken en formules;
- machtsverbanden met hun karakteristieke grafieken en formules;
- werken met logaritmische schalen.

### Verkennen

#### Opgave V1

Je fietst met een snelheid van 15 km/h.

- a Laat met een getallenvoorbeeld zien dat de afgelegde afstand recht evenredig is met de tijd die je fietst.
- b Hoe ziet de grafiek bij zo'n recht evenredig verband er uit? En welke formule past er bij?
- Je fietst een afstand van 15 km.
- c Laat met een getallenvoorbeeld zien dat de daarvoor benodigde tijd omgekeerd evenredig is met de snelheid waarmee je fietst.
- d Hoe ziet de grafiek bij zo'n omgekeerd evenredig verband er uit? En welke formule past er bij?
- e Uit de rekenregels voor machten volgt dat bij de formule bij d ook sprake is van evenredigheid met een macht. Laat dat zien.



Figuur 1

### Uitleg 1

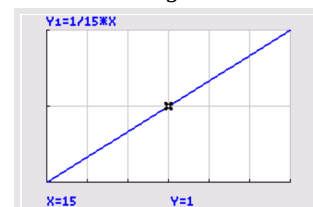
Je fietst met een snelheid van 15 km/h. De afstand die je aflegt is recht evenredig met de gefietste tijd. Bekijk de tabel. Als je twee keer zo ver fietst, dan doe je daar ook twee keer zo lang over.

|                  |   |     |     |     |     |    |     |     |
|------------------|---|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|
| afstand $x$ (km) | 0 | 3   | 6   | 9   | 12  | 15 | 18  | 21  |
| tijd $y$ (h)     | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1  | 1,2 | 1,4 |

Tabel 1

De formule die hierbij hoort is:  $y = \frac{1}{15} \cdot x$ .

Hierin is  $x$  de afstand en  $y$  de tijd.  $\frac{1}{15}$  is de richtingscoëfficiënt.



Figuur 2

De bijbehorende grafiek is een rechte lijn die door de oorsprong gaat met richtingscoëfficiënt  $\frac{1}{15}$ .

Je fietst een afstand van 20 kilometer. Hoelang je erover doet is omgekeerd evenredig met je snelheid. Bekijk de tabel. Verdubbelt je snelheid, dan halveert de tijd die je erover doet.

|                     |   |   |     |                |      |    |
|---------------------|---|---|-----|----------------|------|----|
| snelheid $x$ (km/h) | 0 | 4 | 8   | 12             | 16   | 20 |
| tijd $y$ (h)        | - | 5 | 2,5 | $1\frac{2}{3}$ | 1,25 | 1  |

**Tabel 2**

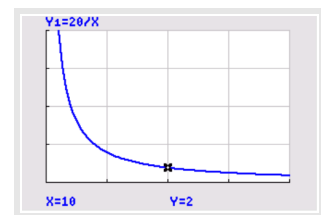
Een formule die hierbij past is:  $x \cdot y = 20$ .

Hierin is  $x$  de snelheid (km/h) en  $y$  de tijd (h).

De formule is te herleiden tot:  $y = \frac{20}{x}$ .

Ook is  $y = \frac{20}{x} = 20 \cdot x^{-1}$ , dus hier is  $y$  evenredig met een macht van  $x$ .

De bijbehorende grafiek is een hyperbool met asymptoten  $y = 0$  (als  $x$  groot wordt, gaat  $y$  naar 0) en  $x = 0$  (omdat je niet mag delen door 0).



**Figuur 3**

### Opgave 1

Evelien heeft een eigen auto en stelt haar autokosten per jaar  $K$  alleen afhankelijk van het aantal gereden kilometers  $g$ . Ze gaat daarbij uit van een gemiddeld verbruik van 1 liter brandstof op 18 kilometer en een gemiddelde brandstofprijs van € 1,620 per liter.

- Als Evelien het ene jaar drie keer zo veel kilometer rijdt als het andere jaar, wat gebeurt er dan met haar autokosten per jaar?
- Wat voor soort verband is er tussen  $K$  en  $g$ ?
- Stel een formule op bij het verband tussen  $K$  en  $g$ .
- Hoe ziet de grafiek bij dit verband eruit?
- De jaarlijkse autokosten waren in 2016 voor Evelien € 2105,45. Bereken hoeveel kilometer ze in 2016 heeft gereden.
- Evelien wil in 2017 niet meer dan € 1800,00 aan autokosten hebben. Hoeveel kilometer kan ze in 2017 maximaal rijden?

### Opgave 2

Het verbruik van een auto is het aantal kilometer dat een auto kan rijden op 1 liter brandstof. Het verbruik is afhankelijk van onder andere de snelheid waarmee de auto rijdt en de weersomstandigheden. Er is een verband tussen het (gemiddelde) verbruik  $v$  en de autokosten voor het aantal gereden km per jaar  $K$ .

- Als  $v$  twee keer zo klein wordt, wat gebeurt er dan met  $K$ ?
- Wat voor soort verband is er tussen  $K$  en  $v$ ?  
Jens heeft een eigen auto en stelt de autokosten per jaar  $K$  alleen afhankelijk van het gemiddelde verbruik  $v$ . Hij gaat daarbij uit van een gemiddeld aantal van 20000 gereden kilometers per jaar en een gemiddelde brandstofprijs van € 1,620 per liter. Als de auto van Jens een gemiddeld verbruik heeft van 1 liter op 18 kilometer, dan zijn de autokosten per jaar € 1800.
- Stel een formule op bij het verband tussen  $K$  en  $v$ .
- Hoe ziet de grafiek bij dit verband eruit?
- Bereken de jaarlijkse autokosten van Jens als zijn auto een gemiddeld verbruik heeft van 1 liter op 20 kilometer.
- Bereken het gemiddelde verbruik van de auto van Jens als de jaarlijkse autokosten € 1705 zijn.

## Uitleg 2

Bekijk de tabel met meetresultaten van een onderzoek naar het verband tussen de massa  $m$  van een dier en de energie  $E$  die het dier nodig heeft om zich over één kilometer te verplaatsen.

| dier         | $m$ (gram) | $E$ (calorieën) |
|--------------|------------|-----------------|
| muis         | 21         | 270             |
| eekhoorn     | 236        | 870             |
| witte rat    | 384        | 1700            |
| hond (klein) | 2600       | 4400            |
| hond (groot) | 18000      | 17000           |
| schaap       | 39000      | 23000           |

Tabel 3

De gegevens uit de tabel kun je uitzetten op **dubbellogaritmisch papier**. Dat is papier met op beide assen een logaritmische schaal. Als op dubbellogaritmisch papier de grafiek (bij benadering) een rechte lijn wordt, dan is  $E$  recht evenredig met een macht van  $m$ .

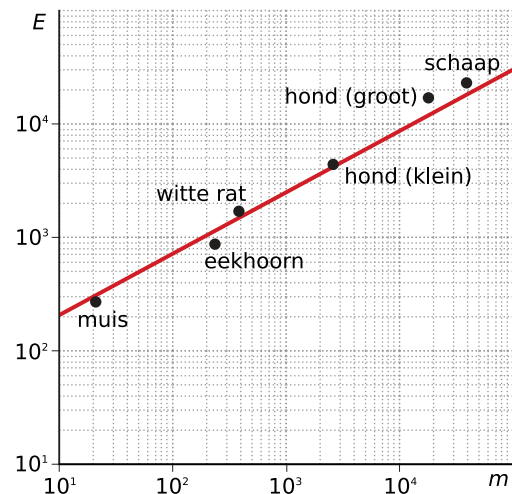
- Muis:  $m = 21 = 2,1 \cdot 10^1$  en  $E = 270 = 2,7 \cdot 10^2$ .
- Eekhoorn:  $m = 236 \approx 2,4 \cdot 10^2$  en  $E = 870 = 8,7 \cdot 10^2$ .
- Enzovoort.

De getekende punten liggen bij benadering op een rechte lijn. Daarom is  $E$  recht evenredig met  $m^b$ , dus  $E = a \cdot m^b$ .

De rechte lijn die het beste bij de meetpunten past, is getekend.

De formule die bij deze lijn past is:  $E = 58 \cdot m^{0,54}$ .

Met deze formule kan bijvoorbeeld het energieverbruik per kilometer van een kat met een massa van 3,2 kilogram worden berekend.



Figuur 4

### Opgave 3

Gebruik de gegevens uit **Uitleg 2**.

- Teken zelf de grafiek bij de tabel op dubbellogaritmisch papier. Ga na, dat de grafiek (ongeveer) door  $(10, 200)$  en  $(10^5, 3 \cdot 10^4)$  gaat.
- Laat zien, hoe je hiermee de formule kunt opstellen.
- Bereken het energieverbruik van een kat met een massa van 3,2 kilogram.
- Een middelgrote hond heeft een energieverbruik van 10500 calorieën per kilometer. Bereken de massa van deze hond in kilogram. Rond af op één decimaal.

### Opgave 4

Teken de punten uit de tabel op dubbellogaritmisch papier en ga na of er sprake is van een machtsverband tussen  $x$  en  $y$ . Stel een bijpassende formule op en bepaal de waarde van  $y$  bij  $x = 1000$ .

|     |    |    |     |     |     |      |
|-----|----|----|-----|-----|-----|------|
| $x$ | 1  | 5  | 17  | 55  | 250 | 880  |
| $y$ | 35 | 78 | 144 | 260 | 553 | 1038 |

Tabel 4

## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

#### Bekijk de applet

Twee variabelen  $x$  en  $y$  zijn **recht evenredig** wanneer geldt: als  $x$   $k$  keer zo groot wordt, wordt  $y$  ook  $k$  keer zo groot.

De formule heeft de vorm  $y = ax$ .

De grafiek van een recht evenredig verband is een lineaire grafiek die door de oorsprong gaat en richtingscoëfficiënt  $a$  heeft.

Twee variabelen  $x$  en  $y$  zijn **omgekeerd evenredig** wanneer geldt: als  $x$   $k$  keer zo groot wordt, wordt  $y$   $k$  keer zo klein. Bijvoorbeeld: wordt  $x$  twee keer zo groot, dan wordt  $y$  een half keer zo groot (ofwel twee keer zo klein).

Bij een omgekeerd evenredig verband hoort een formule van de vorm  $x \cdot y = a$  of  $y = \frac{a}{x}$ .

De grafiek van een omgekeerd evenredig verband heet een hyperbool.

Hij heeft een horizontale asymptoot  $y = 0$  en een verticale asymptoot bij  $x = 0$ .

Beide gevallen zijn voorbeelden van **recht evenredig met een macht**, waarbij een formule hoort van de vorm  $y = a \cdot x^b$ .

De grafieken van machtsverbanden vormen op **dubbellogaritmisch papier** rechte lijnen.

En als op dubbellogaritmisch papier het verband tussen twee variabelen een rechte lijn als grafiek oplevert, mag je uitgaan van een machtsverband tussen beide variabelen.

### Voorbeeld 1

Iemand uit Eindhoven rijdt naar Maastricht. De afstand tussen Eindhoven en Maastricht is ongeveer 90 kilometer. Neem aan dat zijn snelheid in km/h en de reistijd in  $h$  (uur) wordt gemeten.

- Hij is een kwartier onderweg. Leg uit, dat de afstand vanaf Eindhoven recht evenredig is met de gemiddelde snelheid waarmee hij rijdt. Geef een bijpassende formule.
- Hij is een kwartier onderweg. Leg uit, dat de afstand tot Maastricht niet recht evenredig is met de gemiddelde snelheid waarmee hij rijdt. Welke formule past daar bij?
- Waarom is de reistijd over dit traject omgekeerd evenredig met de gemiddelde snelheid? Geef een bijpassende formule.

Antwoord

Noem de afgelegde afstand vanaf Eindhoven  $s$  km en de gemiddelde snelheid  $v$  km/h.

- 1 kwartier = 0,25 h en de afgelegde afstand is  $s = 0,25 \cdot v$ .  
Als  $v$  twee keer zo groot wordt, wordt  $s$  ook twee keer zo groot.  
De  $s, v$ -grafiek is een rechte lijn door de oorsprong van het assenstelsel.
- De afstand tot Maastricht is  $a = 90 - s = 90 - 0,25 \cdot v$ .  
Als  $v$  twee keer zo groot wordt, wordt  $a$  niet twee keer zo groot.  
De  $a, v$ -grafiek is een rechte lijn door  $(0, 90)$ .
- De totale afstand is 90 km, dus de reistijd wordt  $t = \frac{90}{v}$ .  
Als  $v$  twee keer zo groot wordt, wordt  $t$  gehalveerd.

### Opgave 5

Gebruik de gegevens uit **Voorbeeld 1**.

- Hoelang duurt de rit als er gemiddeld 100 kilometer per uur wordt gereden?
- Bereken de gemiddelde snelheid als de rit 1,5 uur duurt.

- c Met welke formule kan de gemiddelde snelheid worden berekend als de reistijd bekend is? Gebruik de reistijd  $t$  in uur en de gemiddelde snelheid  $v$  in kilometer per uur.
- d Voor welke waarden van  $t$  is deze formule bruikbaar?

### Opgave 6

Stel bij de volgende verbanden tussen  $x$  en  $y$  een passende formule op.

- a  $y$  is recht evenredig met  $x$  en de grafiek gaat door het punt  $(8,24)$ .
- b De grafiek gaat door het punt  $(2,9)$ . Het verband dat bij de grafiek hoort is omgekeerd evenredig.

### Voorbeeld 2

Johannes Kepler beschreef als eerste het verband tussen de omlooptijd  $T$  (jaar) van een planeet en zijn gemiddelde afstand tot de zon  $R$ .

Voor de aarde geldt  $T = 1$  jaar en wordt  $R = 1$  AE (astronomische eenheid) genomen.

De gegevens van de aarde en de andere planeten zijn weergegeven in een tabel.

| planeet    | Mercurius | Venus | Aarde | Mars | Jupiter | Saturnus | Uranus | Neptunus |
|------------|-----------|-------|-------|------|---------|----------|--------|----------|
| $R$ (AE)   | 0,40      | 0,70  | 1     | 1,50 | 5       | 9,5      | 20     | 30       |
| $T$ (jaar) | 0,25      | 0,60  | 1     | 1,90 | 12      | 25       | 80     | 160      |

Tabel 5

De rechte lijn die het beste bij deze punten past kan bijvoorbeeld door Excel worden berekend.

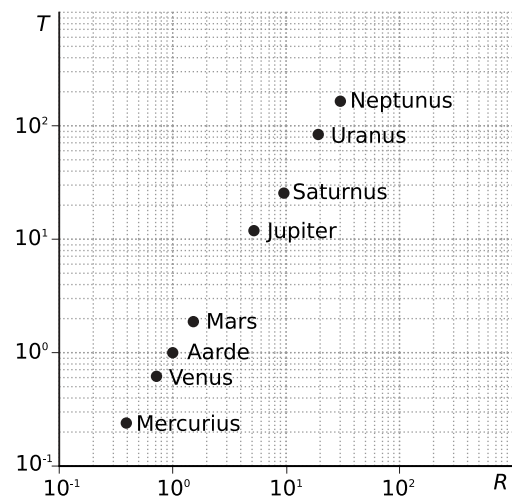
Teken een bijpassende grafiek op **dubbellogaritmisch papier** en stel een formule op bij deze grafiek.

Antwoord

De punten op de grafiek liggen ongeveer op een rechte lijn door  $(1,1)$  en  $(20,80)$  (Uranus). Hiermee kun je de formule  $T \approx 1 \cdot R^{1,5}$  afleiden.

Met die formule kun je de waarden in de tabel narekenen.

De gevonden waarden komen redelijk goed overeen met de gegeven waarden. De formule past dus vrij goed bij het verband tussen  $T$  en  $R$ .



Figuur 5

### Opgave 7

Gebruik de gegevens uit **Voorbeeld 2**.

- a Waarom moet de rechte lijn die past bij de grafiek in ieder geval door  $(1,1)$  gaan? Teken zelf de gegeven waarden en de bijpassende rechte lijn op dubbellogaritmisch papier.
- b Leid zelf de formule af voor het verband tussen  $T$  en  $R$ .
- c Reken met behulp van de formule de tabel voor ons zonnestelsel na.

In 1930 ontdekte astronoom Clyde Tombaugh een nieuw hemellichaam dat op een (gemiddelde) afstand van 38,4851 AE om de zon draait. Dit hemellichaam werd Pluto genoemd en wordt nu niet langer als planeet geclassificeerd.

- d Welke omlooptijd heeft Pluto?

- e Stel dat er een nieuwe planeet wordt ontdekt met een omlooptijd van 200 jaar, wat zal dan vermoedelijk zijn gemiddelde afstand tot de zon zijn?

## Verwerken

### Opgave 8

Geef aan van welk verband er sprake is.

- a Door twee keer zo hard te rijden, wordt de reistijd gehalveerd.  
**A.** recht evenredig verband  
**B.** omgekeerd evenredig verband
- b Door twee keer zo hard te rijden, wordt de afgelegde afstand binnen dezelfde tijd twee keer zo groot.  
**A.** recht evenredig verband  
**B.** omgekeerd evenredig verband
- c  $y = 5x$   
**A.** recht evenredig verband  
**B.** omgekeerd evenredig verband
- d  $y = \frac{8}{x}$   
**A.** recht evenredig verband  
**B.** omgekeerd evenredig verband

### Opgave 9

In een groot winkelbedrijf wordt onderzocht hoe de tomatenverkoop afhangt van de prijs. Iemand beweert dat als formule geldt:  $a = \frac{500}{p}$ .

Hierin is  $a$  de verkoop per dag in kilogram en  $p$  de prijs per kilogram in euro.

- a Plot een grafiek waaruit je de verkoop kunt aflezen voor prijzen tussen € 1,00 en € 5,00 per kilogram.
- b Iemand zegt: "Een verdubbeling van de prijs zorgt voor een halvering van de verkoop." Klopt dat?  
**A.** De bewering is waar.  
**B.** De bewering is niet waar.
- c Klopt deze bewering met de formule: "Als de prijs vijf keer zo hoog wordt, wordt de verkoop vijf keer zo klein"?  
**A.** De bewering is waar.  
**B.** De bewering is niet waar.
- d Geef twee andere formules voor hetzelfde verband tussen  $a$  en  $p$ .
- e Het bedrijf heeft een voorraad van 300 kilogram tomaten. Deze tomaten zijn niet lang meer houdbaar en men wil er binnen een dag vanaf.  
 Bereken de maximale prijs volgens de formule.
- f Een formule zoals  $a = \frac{500}{p}$  is meestal slechts op een beperkt gebied bruikbaar. Dat kun je zien als je voor  $p$  extreme gevallen neemt.  
 Hoe groot is de verkoop bij een prijs van € 0,01? En bij een prijs van € 100,00? Zal dit in werkelijkheid ook zo zijn?

### Opgave 10

De Duitse fysioloog Karl Meeh deed onderzoek naar het verband tussen lichaamsgewicht en huidoppervlakte van verschillende diersoorten. De grootte van de huidoppervlakte is van belang bij het warmteverlies van het dier. Diersoorten met een relatief grote huidoppervlakte in verhouding tot hun inhoud zullen meer energie nodig hebben om op temperatuur te blijven. Ze zullen dan ook in verhouding meer moeten eten.

Bekijk de tabel met gewichten  $G$  (kg) van een Schotse Hooglander met de bijbehorende huidoppervlakte  $H$  (dm<sup>2</sup>).

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $G$ | 95  | 150 | 250 | 350 | 420 | 460 | 500 | 550 |
| $H$ | 185 | 251 | 353 | 442 | 500 | 530 | 560 | 600 |

Tabel 6

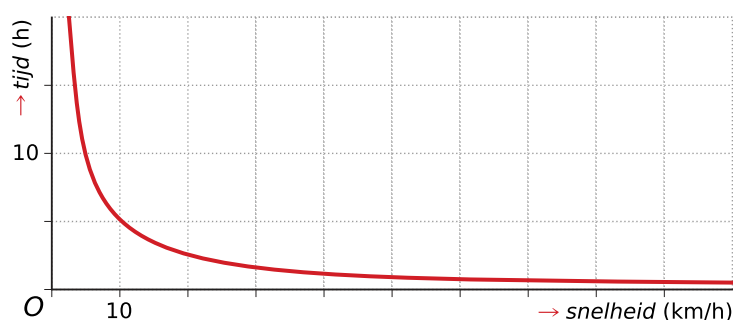
- Teken de punten uit de tabel op dubbellogaritmisch papier.
- Wat voor soort groeimodel hoort bij het verband tussen het gewicht en de huidoppervlakte? Hoe zie je dat aan de grafiek?
- Meeh heeft een formule opgesteld die het beste paste bij de punten in de grafiek.

Deze formule is:  $H = 8,9 \cdot G^{\frac{2}{3}}$ .

Bereken hoe zwaar een Schotse Hooglander met een huidoppervlakte van 450 dm<sup>2</sup> is.

### Opgave 11

Bekijk de grafiek die het verband tussen de snelheid en de tijd weergeeft voor iemand die van Utrecht naar Den Bosch reist. De (gemiddelde) snelheid  $v$  (km/h) is omgekeerd evenredig met de tijd  $t$  (h).



Figuur 6

- Stel een formule op die bij de grafiek past.
- De trein van Utrecht naar Den Bosch doet er ongeveer 25 minuten over. Hoeveel kilometer per uur rijdt de trein?

### Opgave 12

De overheid besteedt veel geld aan campagnes die waarschuwen voor de gevolgen van roken en drinken. Als deze campagnes effect hebben, dan zou binnen redelijke grenzen moeten gelden: hoe meer geld de overheid besteedt, hoe minder mensen er roken. Stel dat de volgende formule geldt voor het percentage rokers van de Nederlandse bevolking:

$$p = \frac{50}{b} + 15$$

Hierin is  $p$  het percentage rokers en  $b$  het bedrag dat de overheid aan antirookcampagnes besteedt in miljoenen euro.

- Geldt voor deze formule inderdaad dat het percentage rokers afneemt naarmate de overheid meer geld aan campagnes besteedt?  
A. ja  
B. nee
- Bereken het percentage rokers als de overheid 200 miljoen euro aan campagnes besteedt.
- Er is een percentage van de bevolking dat ondanks alle campagnes hardnekkig blijft roken. Hoe groot is dat percentage?
- Het percentage rokers is nooit meer dan 90 geweest en zal dat waarschijnlijk ook nooit worden. Bereken welke waarde van  $b$  bij  $p = 90$  hoort. Denk je dat de formule voor deze waarde van  $b$  nog geldig is?

### Opgave 13

De gymnastiekdocenten van een school organiseren een prestatie-loop voor de vierde klassen. Er moet een afstand van vijftien kilometer worden afgelegd. De gemiddelde snelheid voor een loper in kilometer per uur is  $v$ , de totale tijd  $t$ .

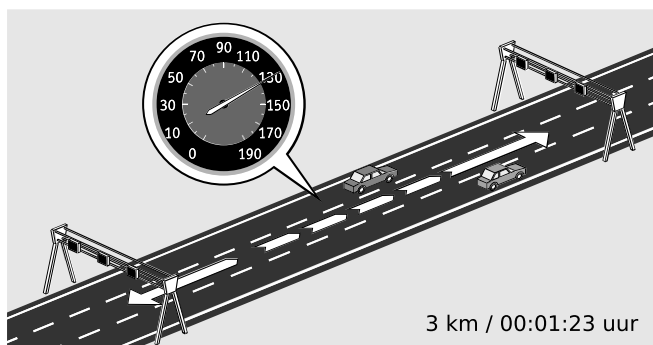
- Wat voor soort verband bestaat er tussen de snelheid en de tijd?
- Geef een formule die de looptijd  $t$  uitdrukt in de gemiddelde snelheid  $v$ .
- Hoe groot is de snelheid bij een looptijd van 100 minuten?
- Alle lopers zijn onderweg ongeveer vijf minuten tijd kwijt met het wachten bij een aantal stempel-posten.

Maak met dit gegeven een formule voor  $t$  van de vorm:  $t = \frac{a}{v} + c$ .

- Bereken met de tweede formule de gemiddelde snelheid van een loper die in totaal een uur en twintig minuten nodig heeft.
- Plot de grafiek van de tweede formule. Welke asymptoten heeft deze grafiek?

## Toepassen

### Opgave 14: Snelheidscontroles en boetes



**Figuur 7**

De politie controleert de snelheden van auto's op snelwegen op verschillende manieren. Een betrekkelijk nieuwe manier is de zogeheten trajectcontrole. Met een camera wordt een auto aan het begin en aan het eind van een traject gefotografeerd. Met een simpel rekensommetje (lengte van het traject gedeeld door de tijd) berekent een computer hoe snel de auto gemiddeld over het traject heeft gereden.

Op een voorlichtingssite van het Openbaar Ministerie wordt dit toegelicht met een voorbeeld. Bekijk de figuur.

In dit voorbeeld legt een auto een traject van 3 kilometer af in 00:01:23 uur (1 minuut en 23 seconden).

- In de figuur kun je aflezen dat de gemiddelde snelheid van de auto op het traject dan 130 km/h is. Toon dit met behulp van een berekening aan.
- Bij een vaste trajectlengte van 3 kilometer is de tijd  $t$  (h) omgekeerd evenredig met de gemiddelde snelheid  $s$  (km/h). Stel hierbij een formule op.
- Als de gemiddelde snelheid drie keer zo groot wordt, wat gebeurt er dan met de tijd?

Bij dergelijke metingen zijn altijd kleine meetfouten mogelijk. Daarom krijgen automobilisten pas bij een overschrijding van 4 km/h of meer een boete. Op sommige trajecten vindt de controle met meer dan twee cameraposten plaats; voor ieder deeltraject wordt dan apart de gemiddelde snelheid berekend. De hoogte van deze gemiddelde snelheden bepaalt dan of er een boete volgt.

Op de N256 geldt een maximumsnelheid van 80 km/h. Op deze weg is een traject van 9 kilometer opgedeeld in deeltraject A van 4 kilometer en deeltraject B van 5 kilometer.

Een automobilist rijdt met hoge snelheid en remt in de loop van het traject flink af. Hij legt deeltraject A af met een gemiddelde snelheid van 120 km/h en deeltraject B met een gemiddelde snelheid van 60 km/h. Voor het eerste deeltraject wordt hij beboet.

- d Onderzoek door een berekening of deze automobilist een boete zou krijgen als het traject van 9 kilometer niet zou zijn opgedeeld in deeltrajecten.
- e De automobilist legt deeltraject A af met een snelheid van 120 km/h. Hoeveel afstand  $a$  (km) hij aflegt is recht evenredig met de gereden tijd  $t$  (h). Stel hierbij een formule op.
- f Als de afstand vier keer zo groot wordt, wat gebeurt er dan met de tijd?

(bron: examen vwo wiskunde C in 2011, tweede tijdvak)

### Opgave 15: Leesbaarheid

Overheidsinstellingen geven vaak schriftelijk informatiemateriaal uit, zoals folders en brochures. Het is van belang dat mensen die dit materiaal lezen, goed begrijpen wat er staat. Er zijn verschillende formules ontwikkeld om te bepalen hoe moeilijk een tekst te begrijpen is.

In 1952 introduceerde Robert Gunning de Fog-index. Deze index wordt nog steeds veel gebruikt. De Fog-index  $F$  is een maat voor de moeilijkheid van een tekst. Naarmate een tekst moeilijker is, is de Fog-index  $F$  groter. De waarde van  $F$  wordt bepaald door:

$w$ : het gemiddelde aantal woorden per zin, en

$l$ : het gemiddelde aantal lange woorden per zin (lange woorden zijn woorden van drie of meer lettergrepen).

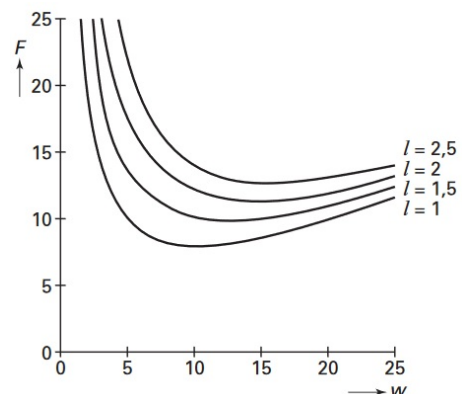
De bijbehorende formule is:  $F = 0,4 \cdot w + 40 \cdot \frac{l}{w}$ .

Bij een onderzoek worden twee teksten, tekst A en tekst B, met elkaar vergeleken. Beide teksten hebben gemiddeld twee lange woorden per zin:  $l = 2$ .

Tekst A heeft korte zinnen met gemiddeld weinig woorden,  $w = 10$ , terwijl tekst B lange zinnen heeft. Toch hebben beide teksten dezelfde Fog-index.

- a Bereken de waarde van  $w$  voor tekst B.

Vaak kun je in een tekst veel korte woorden toevoegen of juist weglaten, zonder dat de betekenis van de tekst ingrijpend wordt gewijzigd. Dan verandert  $w$ , terwijl  $l$  gelijk blijft. Anders gezegd: voor elke vaste waarde van  $l$  is  $F$  een functie van  $w$ . Bekijk de figuur waarin voor enkele waarden van  $l$  de bijbehorende grafiek van  $F$  is getekend. De grafiek van  $F$  daalt eerst en stijgt vervolgens. De grafiek van  $F$  heeft dus steeds een minimum.



Figuur 8

- b Een tekstschrijver weet uit ervaring dat zijn teksten gemiddeld 2,6 lange woorden per zin hebben. Hij wil graag dat zijn teksten zo eenvoudig mogelijk zijn. Bereken wat het gemiddeld aantal woorden per zin in zijn tekst in dat geval moet zijn. Rond je antwoord af op één decimaal.
- c Een tekst bestaat uit 95 zinnen met in totaal 1178 woorden, waarvan 159 lange woorden. Bereken de Fog-index van deze tekst. Rond je antwoord af op één decimaal.

Een andere manier om de Fog-index van een tekst te berekenen is als volgt:

$$F = 0,4 \left( k + l + 100 \cdot \frac{l}{k+l} \right)$$

Hierbij is  $k$  het gemiddeld aantal korte woorden per zin, met andere woorden:  $k + l = w$ .

Uit deze formule is de oorspronkelijke formule  $F = 0,4 \cdot w + 40 \cdot \frac{l}{w}$  af te leiden.

- d Geef deze afleiding.

(naar: examen vwo wiskunde A1 in 2005, eerste tijdvak)

## Testen

### Opgave 16

Stel in de volgende gevallen een passende formule op voor  $y$  afhankelijk van  $x$ .

- a**  $y$  is recht evenredig met  $x$  en de grafiek gaat door het punt  $(10,50)$ .
- b** De grafiek gaat door het punt  $(5,10)$  en  $y$  is omgekeerd evenredig met  $x$ .
- c** De grafiek gaat door het punt  $(4,120)$  en  $y$  is evenredig met  $x^{1,5}$ .

### Opgave 17

De lengte  $l$  en breedte  $b$  van een rechthoek met een oppervlakte van  $1 \text{ m}^2$  zijn omgekeerd evenredig.

- a** Welke drie formules passen bij het verband tussen  $l$  en  $b$  als beide in centimeter zijn?
- b** Plot de grafiek met  $l$  uitgedrukt in  $b$ . Welke asymptoten heeft de grafiek?
- c** Laat met de formule uit b zien dat  $l$  wordt gehalveerd als  $b$  wordt verdubbeld.
- d** Schrijf de formule van  $l$  uitgedrukt in  $b$  als machtsfunctie.
- e** Laat zien, dat de grafiek van de machtsfunctie bedoeld bij d een rechte lijn oplevert op dubbellogaritmisch papier.



© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: [f.spijkers@math4all.nl](mailto:f.spijkers@math4all.nl)

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij [a.f.otten@math4all.nl](mailto:a.f.otten@math4all.nl) een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.

---

