

7.1 Rekenen met variabelen

Inleiding

Dit is niet voor niks het laatste onderwerp in het domein 'Functies en grafieken'. Het is de bedoeling om nog even het werken met variabelen en formules op een rijtje te zetten en alle losse eindjes voorbij te laten komen. De kennis van alle voorgaande onderwerpen in dit domein wordt bekend verondersteld en voornamelijk herhaald. Eerst maar even een leuk probleempje over fietsen.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- niks nieuws, zoek de benodigde kennis waar nodig op in voorgaande onderwerpen.

Voorkennis

- rekenen met breuken en variabelen;
- rekenen met machten, wortels en variabelen.

Verkennen

Opgave V1

Iemand fietst met de wind mee met een snelheid van 20 km/h. Op de terugweg heeft ze wind tegen. Ze fietst dezelfde afstand terug met een snelheid van slechts 12 km/h.

- Waarom hangt haar gemiddelde snelheid niet af van de afstand die ze fietst?
- Hoe groot is haar gemiddelde snelheid over de hele route (heen en terug)?

Uitleg 1

Iemand fietst met de wind mee met een snelheid van 20 km/h. Op de terugweg heeft ze wind tegen. Ze fietst dezelfde afstand terug met een snelheid van slechts 12 km/h.

Hoe groot is haar gemiddelde snelheid over de hele route (heen en terug)?

Noem de afstand van een enkele reis a .

De afstand voor de heen- en terugweg is dan $2a$.

De gemiddelde snelheid over de hele route is dan $\frac{2a}{\frac{a}{20} + \frac{a}{12}}$.

Deze uitdrukking kun je zo herleiden:

$$\frac{2a}{\frac{a}{20} + \frac{a}{12}} = \frac{2a}{\frac{3a}{60} + \frac{5a}{60}} = \frac{2a}{\frac{8a}{60}} = \frac{120a}{8a} = \frac{120}{8} = 15$$

De gemiddelde snelheid is 15 km/h.

Je gebruikt hierbij de bekende rekenregels voor breuken.



Figuur 2

Opgave 1

Gebruik de gegevens uit **Uitleg 1**.

- Waarom is de totale reistijd gelijk aan $\frac{a}{20} + \frac{a}{12}$?
- Waarom is het fout om de gemiddelde snelheid te berekenen met: $\frac{20+12}{2} = 16$ km/h?

Opgave 2

Iemand rijdt met de auto naar zijn werk met een snelheid van 100 km/h.
Terug rijdt hij dezelfde route met een snelheid van 80 km/h.
Hoeveel bedraagt de gemiddelde snelheid over deze route heen en terug?

Uitleg 2

Voor het berekenen van de lichaamsoppervlakte bij kinderen worden vooral de volgende twee formules gebruikt:

$$S_{\text{Mosteller}} = \sqrt{\frac{1}{3600} \cdot L \cdot M}$$

$$S_{\text{Haycock}} = 0,024265 \cdot L^{0,3964} \cdot M^{0,5378}$$

In deze formules is S de lichaamsoppervlakte in m^2 , L de lichaamslengte in centimeter en M het lichaamsgewicht in kilogram.

Voor een kind met een lengte van 1 meter ($L = 100$) blijken de grafieken van de formules van Mosteller en Haycock bijna samen te vallen. Behalve bij $M = 0$ kilogram is er voor $L = 100$ nóg een lichaamsgewicht waarbij de formule van Mosteller en de formule van Haycock precies dezelfde lichaamsoppervlakte geven. Dit lichaamsgewicht kun je algebraïsch berekenen.

Om de formules goed met elkaar te kunnen vergelijken, is het handig om de formule van Mosteller in dezelfde vorm te schrijven als de formule van Haycock:

$$S_{\text{Mosteller}} = \sqrt{\frac{1}{3600} \cdot L \cdot M} = \sqrt{\frac{1}{3600}} \cdot \sqrt{L} \cdot \sqrt{M} = \frac{1}{60} \cdot L^{0,5} \cdot M^{0,5}$$

$L = 100$ invullen in beide formules geeft:

$$S_{\text{Mosteller}} = \frac{1}{60} \cdot 100^{0,5} \cdot M^{0,5} = \frac{1}{6} \cdot M^{0,5}$$

$$S_{\text{Haycock}} = 0,024265 \cdot 100^{0,3964} \cdot M^{0,5378} \approx 0,15058$$

Hieruit volgt de vergelijking: $\frac{1}{6} \cdot M^{0,5} = 0,15058 \cdot M^{0,5378}$.

Met de rekenregels voor machten vind je het gevraagde lichaamsgewicht van ongeveer 14,7 kilogram.

Opgave 3

Gebruik de gegevens uit [Uitleg 2](#).

- Los zelf de vergelijking $\frac{1}{6} \cdot M^{0,5} = 0,15058 \cdot M^{0,5378}$ op met behulp van de rekenregels voor machten.
- Welke rekenregel voor wortels wordt gebruikt bij het herleiden van de formule van Mosteller naar $S_{\text{Mosteller}} = \frac{1}{60} \cdot L^{0,5} \cdot M^{0,5}$?
- Noem nog minimaal één andere rekenregel voor wortels.

Opgave 4

Los algebraïsch op: $\sqrt{\frac{1}{20} \cdot 4 \cdot M} = 0,0341 \cdot 4^{0,272} \cdot M^{0,613}$.

Rond af op één decimaal.

Opgave 5

Schrijf de formule $y = \sqrt{\frac{1}{20}} \cdot \sqrt{12,8L} \cdot \sqrt{100M}$ in de vorm: $y = c \cdot L^{0,5} \cdot M^{0,5}$.

Bereken de waarde van c .

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Het rekenen met variabelen noem je **algebra**.

Je gebruikt dezelfde regels als bij het rekenen met getallen, bijvoorbeeld:

$$2a + 5a = 7a \text{ (net zoals } 2 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 7 \cdot 3)$$

$$a \cdot a = a^2 \text{ (net zoals } 3 \cdot 3 = 3^2)$$

Gelijksoortige termen kun je optellen en aftrekken. Daarmee kun je uitdrukkingen 'korter' schrijven: $2a + 3a = a + a + a + a + a = 5a$. Maar $3a + 6b$ kan niet korter.

Bij het **rekenen met breuken** gebruik je

- bij optellen en aftrekken (de breuken eerst gelijknamig maken):

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} \pm \frac{b \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

- bij vermenigvuldigen:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$$

- bij delen (de breuken eerst gelijknamig maken):

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \div \frac{b \cdot c}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$$

Breuken kun je vereenvoudigen door de teller en noemer door hetzelfde te delen.

Er is één maar: door nul delen heeft geen betekenis.

Bij het herleiden van vormen met wortels gebruik je

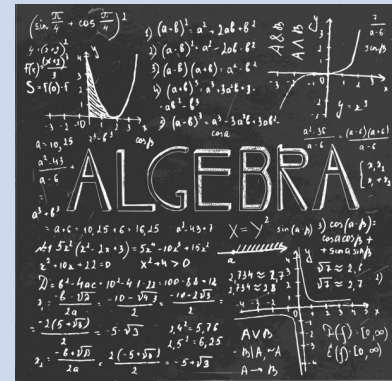
eigenschappen van wortels	
$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

Tabel 1

Bij het herleiden van vormen met machten gebruik je

eigenschappen van machten		
$x^0 = 1$	$x^{-a} = \frac{1}{x^a}$ mits $x \neq 0$	$\frac{1}{x^a} = x^{-a}$ mits $x \geq 0$ en $a > 0$
$x^{a+b} = x^a \cdot x^b$	$x^{a-b} = \frac{x^a}{x^b}$ mits $x \neq 0$	$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$

Tabel 2



Figuur 3

Voorbeeld 1

Gebruik de rekenregels voor breuken, machten en wortels en herleid.

- $\frac{5}{x} - \frac{3}{2x}$
- $\frac{4b}{20} \div \frac{b}{12}$
- $(x^3)^5 + 3x^2 \cdot x^6$
- $\frac{x^{20}}{x^6}$
- $\sqrt{x} + 2\sqrt{x}$
- $\frac{\sqrt{3a} \cdot \sqrt{4b}}{\sqrt{6}}$

Antwoord

- $\frac{5}{x} - \frac{3}{2x} = \frac{10}{2x} - \frac{3}{2x} = \frac{7}{2x}$
- $\frac{4b}{20} \div \frac{b}{12} = \frac{12b}{60} \div \frac{5b}{60} = \frac{12b}{5b} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$
- $(x^3)^5 + 3x^5 \cdot x^{10} = x^{3 \cdot 5} + 3x^{5+10} = x^{15} + 3x^{15} = 4x^{15}$
- $\frac{x^{20}}{x^6} = x^{20-6} = x^{14}$
- $\sqrt{x} + 2\sqrt{x} = 3\sqrt{x}$
- $\sqrt{3a} \cdot \sqrt{4b} = \sqrt{3a \cdot 4b} = \sqrt{12ab}$
- $\frac{\sqrt{3a} \cdot \sqrt{4b}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3a \cdot 4b}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{12ab}}{\sqrt{6}} = \sqrt{2ab}$

Opgave 6

Herleid.

- a** $\frac{6}{x} + \frac{7}{3x}$
- b** $\frac{3a}{6} \cdot \frac{a}{3}$
- c** $\frac{x}{4} - \frac{4x}{3}$
- d** $\frac{2b}{10} \div \frac{b}{6}$

Opgave 7

Herleid.

- a** $x^{10} \cdot x^3$
- b** $x^3 \cdot y^3$
- c** $(a^2)^7$
- d** $\frac{x^{25}}{x^9}$
- e** x^0
- f** $\frac{1}{a^6}$

Opgave 8

Herleid.

- a** $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{2c}$
- b** $3\sqrt{a} + 5\sqrt{a}$
- c** $\frac{\sqrt{12b}}{\sqrt{2b}}$
- d** $\sqrt{2a} \cdot \sqrt{5b} \cdot \sqrt{10}$

Voorbeeld 2

Justitie onderscheidt drie soorten wegen, elk met een eigen boetesysteem voor snelheidsovertredingen: buiten de bebouwde kom, autosnelwegen en binnen de bebouwde kom.

Buiten de bebouwde kom geldt voor auto's een maximumsnelheid van 80 km/h. Voor de boetebedragen bij snelheidsovertredingen buiten de bebouwde kom geldt (bij benadering) de formule:

$$B_{\text{buiten}} = 16,527 \cdot 1,092^s$$

Hierin is s de overschrijding van de maximumsnelheid in km/h en B_{buiten} het (onafgeronde) boetebedrag in euro. Het uiteindelijke boetebedrag wordt afgerond op een geheel aantal euro.



Figuur 4

Bijvoorbeeld: bij een snelheid $v = 90$ km/h hoort een snelheidsoverschrijding $s = 10$ km/h. Het bijbehorende boetebedrag in euro is $16,527 \cdot 1,092^{10} \approx 39,83$ en dit wordt afgerond op € 40,00.

Verkeersonderzoekers gebruiken liever een formule waarin niet de snelheidsoverschrijding s voorkomt, maar de werkelijke snelheid v in km/h.

Zo'n formule is van de vorm: $B_{\text{buiten}} = a \cdot 1,092^v$.

- Bereken de constante a afgerond op vier decimalen.

Op autosnelwegen geldt voor auto's een maximumsnelheid van 120 km/h. Voor de boetebedragen bij snelheidsoverschrijdingen op autosnelwegen geldt (bij benadering) de formule:

$$B_{\text{autosnelweg}} = 11,75 + 0,6874 \cdot s^{1,616}$$

Hierin is s de overschrijding van de maximumsnelheid in km/h en $B_{\text{autosnelweg}}$ het onafgeronde boetebedrag in euro. Het uiteindelijke boetebedrag wordt afgerond op een geheel aantal euro.

- Bereken algebraïsch met welke snelheid je moet zijn aangehouden als de boete € 198,00 bedraagt.

Antwoord

- $s = v - 80$ geeft:

$$B_{\text{buiten}} = 16,527 \cdot 1,092^{v-80} = 16,527 \cdot 1,092^{-80} \cdot 1,092^v \approx 0,0145 \cdot 1,092^v$$

Dus $a \approx 0,0145$.

- Los op: $11,75 + 0,6874 \cdot s^{1,616} = 198$.

$$11,75 + 0,6874 \cdot s^{1,616} = 198$$

$$0,6874 \cdot s^{1,616} = 186,25$$

$$s^{1,616} = \frac{186,25}{0,6874}$$

$$s = \left(\frac{186,25}{0,6874} \right)^{\frac{1}{1,616}}$$

$$s \approx 32$$

beide zijden $-11,75$

beide zijden $/0,6874$

beide zijden tot de macht $\frac{1}{1,616}$

oplossing benaderen

De gevraagde snelheid is $120 + 32 = 152$ km/h.

Opgave 9

Binnen de bebouwde kom geldt voor auto's een maximumsnelheid van 50 km/h.

Voor de boetebedragen bij snelheidsovertredingen binnen de bebouwde kom geldt (bij benadering) de formule:

$$B_{\text{binnen}} = 3,018 \cdot s^{1,212}$$

Hierin is s de overschrijding van de maximumsnelheid in km/h en B_{binnen} het onafgeronde boetebedrag in euro. Het uiteindelijke boetebedrag wordt afgerond op een geheel aantal euro.

Bereken algebraïsch met welke snelheid je moet zijn aangehouden, als de boete € 94,00 bedraagt.

(naar: examen wiskunde C vwo in 2011, tweede tijdvak)

Opgave 10

Het boetebedrag op de autosnelweg (€) hangt ook af van de grootte van de overschrijding van de maximumsnelheid (km/h). Bekijk de tabel.

snelheidsoverschrijding(km/h)	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
boetebedrag (€)	16	20	24	27	32	37	40	45	51	56	62

Tabel 3

Omdat bij hogere snelheden het risico van een ongeval steeds meer toeneemt, vertonen de boetebedragen in de tabel een toenemende stijging. Althans, zo lijkt het op het eerste gezicht, maar de stijging van de boetebedragen is soms afnemend.

Een voorbeeld: als de overschrijding toeneemt van 5 km/h naar 6 km/h, neemt het boetebedrag met € 4,00 toe, terwijl van 6 km/h naar 7 km/h de toename € 3,00 is. Dat komt doordat de boetebedragen eerst met een formule zijn berekend en vervolgens zijn afgerond op een geheel aantal euro.

Voor de boetebedragen bij snelheidsovertredingen binnen de bebouwde kom geldt (bij benadering) de formule:

$$B_{\text{binnen}} = 3,018 \cdot s^{1,212}$$

Hierin is s de overschrijding van de maximumsnelheid in km/h en B_{binnen} het onafgeronde boetebedrag in euro. Het uiteindelijke boetebedrag wordt afgerond op een geheel aantal euro.

Toon aan dat zich bij deze formule ook het verschijnsel voordoet dat de stijging van de afgeronde boetebedragen soms afnemend is.

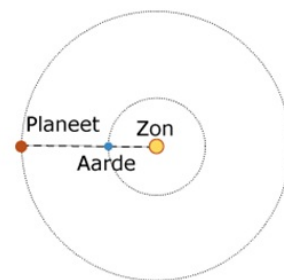
(naar: examen wiskunde C vwo in 2011, tweede tijdvak)

Voorbeeld 3

Wanneer een planeet vanuit de zon gezien op één lijn met de aarde ligt, dan staat deze planeet in oppositie. Oppositie komt bij elke planeet met vaste tussenpozen voor. De tijd T (dag) tussen twee opposities hangt af van de omlooptijd van de aarde T_A (dag) om de zon en de omlooptijd van de planeet T_P (dag) om de zon.

Er geldt: $\frac{1}{T_P} = \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T}$.

- Hoe verder een planeet van de zon af staat, hoe groter T_P .
Betekent dit dat dan ook T groter wordt?
- Tussen twee opposities van Jupiter zitten 398,6 dagen.
De omlooptijd van de aarde is 365,25 dagen.
Bereken de omlooptijd van Jupiter in dagen.
- De omlooptijd van Mars is 1,88 jaar.
Bereken de tijd tussen twee opposities in dagen.



Figuur 5

Antwoord

- Nee, als T_P groter wordt, dan wordt $\frac{1}{T_P}$ kleiner. Er moet een groter getal van $\frac{1}{T_A}$ worden afgetrokken, zodat $\frac{1}{T}$ groter moet worden en T juist kleiner.
- $T_A = 365,25$ dagen.
 $\frac{1}{T_P} = \frac{1}{365,25} - \frac{1}{398,6} \approx 0,000229$ geeft $T_P \approx \frac{1}{0,000229} \approx 4365$ dagen.
- 1,88 jaar is 686,2 dagen.
 $\frac{1}{T} = \frac{1}{365,25} - \frac{1}{686,2} \approx 0,00128$ geeft $T \approx \frac{1}{0,00128} \approx 781$ dagen.

Opgave 11

Gebruik de gegevens uit **Voorbeeld 3**.

- a** Hoe dichtere een planeet bij de zon staat, hoe kleiner T_P .
Betekent dit dat dan ook T kleiner wordt?
- b** Tussen twee opposities van Uranus zitten 369,65 dagen.
De omlooptijd van de aarde is 365,25 dagen.
Bereken de omlooptijd van Uranus in dagen.
- c** De omlooptijd van Neptunus is 164 jaar.
Bereken de tijd tussen twee opposities in dagen.

Opgave 12

Gebruik de gegevens uit **Voorbeeld 3**.

Alle planeten van ons zonnestelsel voldoen aan de wet van Kepler die zegt dat $T_P^2 = 3,95 \cdot 10^{-20} \cdot r^3$ waarin r de gemiddelde afstand van de planeet tot de zon in kilometer is. Voor Saturnus geldt $r \approx 1,43 \cdot 10^9$ kilometer.

Bereken de tijd tussen twee opposities van Saturnus in dagen.

Verwerken

Opgave 13

Herleid.

- a** $\frac{2x}{y} + \frac{x}{3y}$
- b** $\frac{2x}{y} \cdot \frac{x}{3y}$
- c** $\frac{2x}{y} - \frac{x}{3y}$
- d** $\frac{2x}{y} / \frac{x}{3y}$

Opgave 14

Herleid.

- a** $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$
- b** $2x^3 \cdot 5x^4$
- c** $(2a^3)^5$
- d** $\frac{6b^8}{3b^3}$
- e** $a^5 \cdot 3ab^5$
- f** $\frac{3x}{x^2}$

Opgave 15

Herleid.

- a** $4\sqrt{x} - 3\sqrt{x}$
- b** $4\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - \sqrt{a} - 2\sqrt{a}$
- c** $2\sqrt{a} + 8\sqrt{b} - \sqrt{a} + 6\sqrt{b}$

- d $\sqrt{3a} \cdot \sqrt{3b}$
- e $2\sqrt{x} \cdot 3\sqrt{x}$
- f $\frac{\sqrt{50x}}{\sqrt{5x}}$

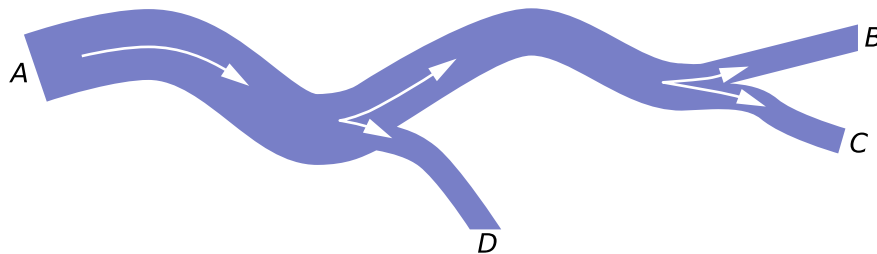
Opgave 16

Gegeven zijn de functies: $f(x) = 5(3x^2)^4 \cdot \frac{6}{x^{18}}$ en $g(x) = \sqrt{500x}$.

- a Schrijf $f(x)$ in de vorm: $f(x) = ax^n$.
- b Los algebraïsch op: $f(x) = g(x)$. Rond af op twee decimalen.

Opgave 17

Een rivier begint in A en stroomt naar rechts. Bij de eerste splitsing gaat $\frac{1}{3a}$ deel van het water naar D. Bij de tweede splitsing gaat $\frac{3}{4a}$ deel van het water naar C. De rest van het water stroomt naar B.



Figuur 6

Welk deel van het water gaat naar B?

- A. $\frac{6a^2-5a+2}{6a^2}$
- B. $\frac{12a^2-13a+3}{12a^2}$
- C. $\frac{22a^2-20a+6}{22a^2}$

Toepassen

Opgave 18: Restzetels

Op 2 maart 1994 vonden er in Nederland gemeenteraadsverkiezingen plaats. In de gemeente Enschede werden 67787 stemmen uitgebracht. De verkiezingsuitslag is weergegeven in de tabel. In de tweede kolom is af te lezen hoeveel stemmen elke partij heeft behaald. In de laatste kolom van deze tabel staat aangegeven hoe de zetelverdeling in de gemeenteraad van Enschede op basis van de verkiezingsuitslag uiteindelijk is geworden.

Het proces om stemmen om te rekenen naar aantallen zetels is ingewikkeld. Daar wordt verderop in deze opgave nader op ingegaan. Eerst komt het resultaat van de zetelverdeling aan de orde.

partij	aantal stemmen	aantal volle zetels	aantal zetels in de gemeenteraad
1. PvdA	15329	8	10
2. CDA	12584	7	8
3. VVD	9080	5	5
4. D66	8751	5	5
5. GroenLinks	5150	2	3
6. GPV	3399	1	2
7. CD	2730	1	1
8. SP	1549	0	1
9. NCPN	589	0	0
10. Van Loenen	2955	1	1
11. Enschede Nu	5671	3	3
totaal aantal stemmen:	67787	totaal aantal zetels:	39

Tabel 4

Uit de tabel volgt dat PvdA, VVD en D66 samen een meerderheid van de zetels in de gemeenteraad kregen. Toch hadden deze drie partijen samen geen meerderheid van de stemmen.

- a** Laat met behulp van de gegevens in de tabel zien dat PvdA, VVD en D66 samen inderdaad een meerderheid aan zetels, maar niet een meerderheid aan stemmen hebben behaald.

Om te bepalen op hoeveel zetels partijen recht hebben, wordt eerst de kiesdeler bepaald. De kiesdeler wordt berekend door het totaal aantal uitgebrachte stemmen te delen door het aantal beschikbare zetels in de gemeenteraad.

- b** Bereken de kiesdeler voor de verkiezingsuitslag van Enschede in 1994. Rond het antwoord af op drie decimalen.

Om het aantal zetels te bepalen waar een partij recht op heeft, wordt vervolgens bij elke partij het aantal op die partij uitgebrachte stemmen gedeeld door de kiesdeler. Voor bijvoorbeeld de PvdA is de uitkomst hiervan ongeveer 8,82; daarom heeft de PvdA 8 volle zetels. In de derde kolom van de tabel staat het aantal volle zetels van elke partij.

De beschikbare zetels in de gemeenteraad die nog niet zijn verdeeld met de volle zetels heten de restzetels. Voor de verdeling van de restzetels moet volgens de kieswet het systeem van de grootste gemiddelden worden gehanteerd.

In de kieswet staat dit systeem als volgt beschreven:

Bij de verdeling van de restzetels volgens het systeem van de grootste gemiddelden wordt voor elke partij in gedachten één zetel opgeteld bij het behaalde aantal volle zetels. Vervolgens wordt het aantal op de partij uitgebrachte stemmen gedeeld door dit denkbeeldige aantal zetels. Op deze wijze wordt voor elke partij het gemiddelde aantal stemmen per zetel bepaald. De partij met het grootste gemiddelde krijgt een restzetel toebedeeld. Aldus ontstaat een nieuwe tussenstand bij de zetelverdeling. Zolang er nog restzetels te verdelen zijn, wordt de hierboven beschreven procedure herhaald. Uitgaande van de nieuwe tussenstand wordt dan wederom in gedachten bij elke partij één zetel opgeteld bij het (in de tussenstand) behaalde aantal zetels. Wederom wordt de volgende restzetel toebedeeld aan de partij met het grootste gemiddelde aantal stemmen per zetel. De systematiek voor de restzetelverdeling kan ertoe leiden dat een partij meer dan één restzetel behaalt.

- c Laat met berekeningen zien dat de eerste restzetel werd toegewezen aan GroenLinks.

(naar: examen vwo wiskunde C in 2007, eerste tijdvak)

Opgave 19: Wind mee, wind tegen

Op de site buienradar.nl kun je verschillende weerkaarten bekijken. De kaarten bevatten actuele weergegevens zoals temperatuur, windkracht en windrichting. Bekijk de windkaart van Nederland op maandag 11 maart 2013 om 20:40 uur. Deze kaart is gebaseerd op gegevens van KNMI-meetstations die over Nederland zijn verspreid. Deze meetstations geven elke tien minuten een nieuwe waarneming af.

In Nederland zijn er 53 officiële KNMI-meetstations.

- a Bereken hoeveel waarnemingen er elke dag in totaal door de officiële meetstations aan het KNMI worden doorgegeven.

Als je in de ochtend van huis naar school fietst en in de middag terugfietst, kan de wind invloed hebben op je totale reistijd.

Sylvia woont 10 kilometer van school. Ze fietst elke schooldag. Ga ervan uit dat als er geen wind is, haar snelheid constant 20 km/h is. Haar totale reistijd is op zo'n schooldag 1 uur.

Meestal waait het echter. Veronderstel dat Sylvia altijd wind mee heeft op de heenweg en wind tegen op de terugweg en dat de wind de hele dag constant is. Dan is Sylvia's snelheid op de heenweg $20 + w$ km/h en op de terugweg $20 - w$ km/h. Hierbij geldt: $0 \leq w < 20$.

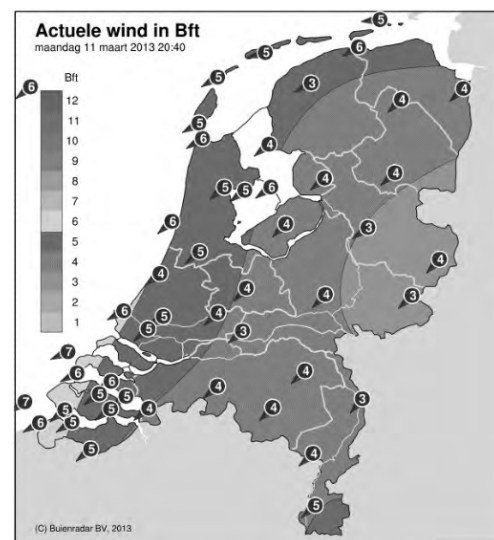
Op een dag geldt $w = 5$. Sylvia's totale reistijd is die dag langer dan 1 uur.

- b Bereken hoeveel minuten haar totale reistijd die dag langer is dan 1 uur.

Sylvia's totale reistijd T in uur wordt gegeven door de formule:

$$T = \frac{400}{400 - w^2}$$

- c Op een dag is Sylvia's totale reistijd 1 uur en 20 minuten. Bereken algebraïsch de waarde van w op die dag.
- d Met de formule voor Sylvia's totale reistijd kun je zonder te rekenen beredeneren dat haar totale reistijd op een dag met wind groter is dan op een dag zonder wind. Geef zo'n redenering.



Figuur 7

Als Sylvia onderweg pech heeft en de reparatie 1 uur kost, wordt haar totale reistijd 1 uur langer. Haar totale reistijd wordt dan:

$$T = \frac{400}{400 - w^2} + 1$$

- e Herleid deze formule tot één breuk.

(naar: examen vwo wiskunde C in 2014, tweede tijdvak)

Testen

Opgave 20

Herleid:

- a $3x^4 \cdot 6x^5 + (2x^3)^3$
- b $\frac{x}{2y} + \frac{2x}{3y}$
- c $\frac{x}{2y} \div \frac{2x}{3y}$
- d $\frac{15b^{10}}{3b^4}$
- e $3\sqrt{x} \cdot 4\sqrt{x}$
- f $\frac{\sqrt{125a}}{\sqrt{5a}}$

Opgave 21

- a Laat zien dat de formule $P = 120 \cdot \sqrt{3T} \cdot \frac{0,03}{2T^{0,2}}$ te schrijven is in de vorm $P = a \cdot t^b$.
Bereken de waarden van a en b in twee decimalen nauwkeurig.
- b Laat zien dat de formule $G = 1,05k \cdot \frac{1-0,03k}{0,1k}$ te schrijven is in de vorm $G = a \cdot k + b$.
Bereken a en b .

Practicum

Met **AlgebraKIT** kun je oefenen met **het herleiden van uitdrukkingen met variabelen en getallen**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.

Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.

Met  krijg je een nieuwe opgave.

Werk met AlgebraKIT.



© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
