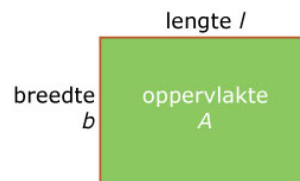


1.1 Formules gebruiken

Inleiding

‘De oppervlakte van een rechthoek kun je uitrekenen door de lengte en de breedte met elkaar te vermenigvuldigen.’ Dat is een zin die je kunt inkorten tot $A = l \cdot b$, als je de oppervlakte van de rechthoek voorstelt door de letter A , de lengte door de letter l en de breedte door de letter b . Zo’n ingekorte zin heet een formule. Formules zijn overzichtelijker dan lange zinnen, maar je moet wel goed onthouden (of opschrijven) wat al die letters voorstellen. En bij toepassingen moet je ook om de eenheden denken: als lengte en breedte in meter zijn, dan is de oppervlakte in vierkante meter.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- verschillende soorten formules herkennen: formules die een verband weergeven tussen variabelen, formules in de vorm van een vergelijking die je kunt oplossen en formules als rekenregel;
- bij een formule die het verband tussen twee variabelen beschrijft de grafiek tekenen;
- onderscheid maken tussen grootheden en eenheden.

Voorkennis

- werken met variabelen (die ‘letters’ als naam hebben);
- tabellen maken en grafieken tekenen.

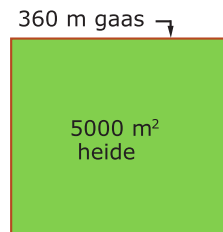
Verkennen

Opgave V1

Iemand wil een stuk hei afgrenzen om er schapen te laten grazen met 360 meter gaas. Het af te grenzen stuk moet rechthoekig worden met een oppervlakte van 0,5 hectare (dus 5000 m²).

De vraag is nu of dat kan en zo ja, wat dan de lengte en de breedte zijn van het af te zetten stuk hei.

- Om welke variabele grootheden gaat het in dit probleem?
- Stel bij dit probleem passende formules op.
- Los het verder op, bijvoorbeeld met behulp van tabellen, grafieken of vergelijkingen.



Figuur 2

Uitleg

‘De oppervlakte van een rechthoek kun je uitrekenen door de lengte en de breedte met elkaar te vermenigvuldigen.’ Deze zin kun je inkorten tot $A = l \cdot b$, als je de oppervlakte van de rechthoek voorstelt door de variabele A , de lengte door de variabele l en de breedte door de variabele b . Zo’n ingekorte zin heet een ‘formule’. Formules zijn overzichtelijker dan zinnen, maar je moet onthouden wat de variabelen voorstellen.

Lengte en breedte zijn grootheden waarbij een eenheid (bijvoorbeeld centimeter) hoort.

In formules schrijf je alleen variabelen, geen eenheden. Bij toepassingen moet je wel zorgen dat de eenheden kloppen: als lengte en breedte in meter zijn, dan is de oppervlakte in vierkante meter.

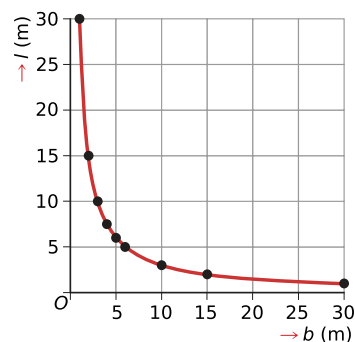
In veel formules komt een ‘isgelijkteken’ voor.

In de formule $A = l \cdot b$ komen drie variabelen voor. Je moet van twee daarvan de waarde weten om de derde te kunnen uitrekenen. Weet je bijvoorbeeld dat $A = 30 \text{ m}^2$ dan krijg je $30 = l \cdot b$, ofwel $l = \frac{30}{b}$.

Bij dit verband tussen l en b kun je een tabel en een grafiek maken:

l	1	2	3	4	5	6	10	15	30
b	30	15	10	7,5	6	5	3	2	1

Tabel 1



Figuur 3

Neem je in dit verband voor $l = 15$ krijg je de vergelijking $\frac{30}{b} = 15$.

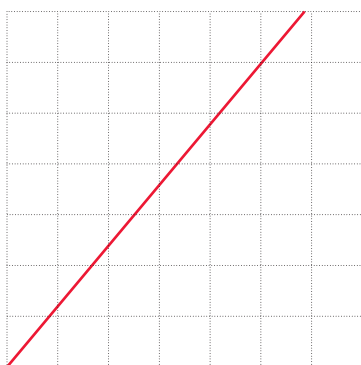
In de tabel zie je dat een oplossing voor deze vergelijking $b = 2$ is.

Opgave 1

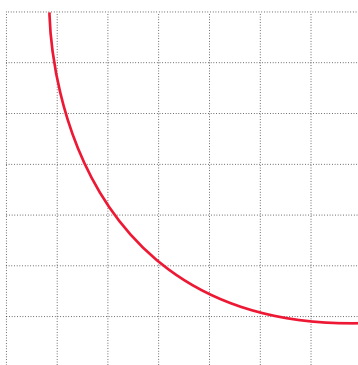
Gebruik de formule $A = l \cdot b$ uit de **Uitleg**.

- Stel dat gegeven is: $l = 6$ meter. Vul dit in de formule in. Geef de formule die hierdoor ontstaat.
- Stel dat gegeven is: $A = 12 \text{ m}^2$. Schrijf op wat de formule dan wordt.
- Van een rechthoek is bekend dat het een vierkant is. Schrijf de formule op die voor deze rechthoek het verband tussen oppervlakte en lengte beschrijft.

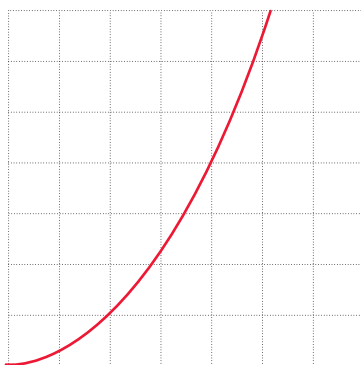
De grafieken horen bij de formules uit de vragen a, b of c.



grafiek I



grafiek II



grafiek III

Figuur 4

- Neem de grafieken over. Schrijf bij elke grafiek de juiste formule, zet de juiste variabelen bij de assen en maak er een goede schaalverdeling bij.

Opgave 2

In de **Uitleg** zie je dat er verschillende soorten formules bestaan. Zo is $A = l \cdot b$ een verband tussen drie variabelen, $A = 6 \cdot b$ een verband tussen twee variabelen en $30 = 6 \cdot b$ een vergelijking met één variabele.

Ga in deze opgave uit van de situatie waarin de lengte l altijd 2 groter is dan de breedte b , dus $l = b + 2$.

- Welke formule geeft nu het verband tussen de oppervlakte A en de breedte b weer?
- Maak bij deze formule een tabel en een grafiek.
- Neem aan dat $A = 15 \text{ m}^2$. Welke vergelijking krijg je dan?
- Welke oplossing heeft die vergelijking?
- Bekijk de formule $b(b + 2) = b^2 + 2b$.
Is deze formule een vergelijking? En waarom?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Een **formule** is een wiskundige uitdrukking met een of meer **variabelen**. Vaak heeft een formule ook een **isgelijktteken**.

De formule $(x + 3)(x + 4) = x^2 + 7x + 12$ geldt voor elke waarde van x en heet daarom een **rekenregel**.

De formule $2t + 40 = 300$ heeft maar één variabele en geeft informatie over de onbekende t .

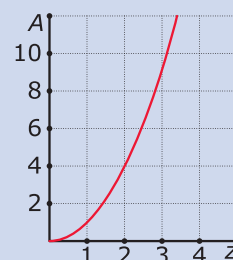
Deze **vergelijking** heeft als oplossing $t = 130$, want $2 \cdot 130 + 40 = 300$.

De formule $A = z^2$ is een vergelijking met twee variabelen en beschrijft een **verband** tussen de variabelen A en z .

Je kunt er een tabel bij maken en een grafiek bij tekenen.

z	0	1	2	3	4
A	0	1	4	9	16

Tabel 2



Figuur 5

In de praktijk beschrijven formules vaak het verband tussen **grootheden**. Die grootheden worden voorgesteld door een variabele. De naam van de variabele lijkt vaak op de naam van de grootheid. Bij zo'n grootheid hoort weer een afgesproken **eenheid** waarin hij kan worden gemeten.

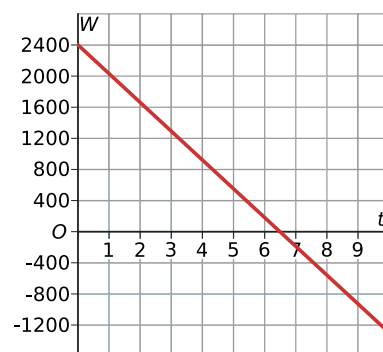
Voorbeeld 1

Een aannemer krijgt voor een opdracht een vast bedrag van de opdrachtgever. De aannemer maakt gebruik van de winstformule $W = 2400 - 370t$, waarbij W de winst in euro is en t de tijd in dagen die aan het project besteed wordt om het af te krijgen. Bekijk de bijbehorende grafiek.

Hoe lees je uit de grafiek af bij welke t er geen winst en geen verlies wordt gemaakt?

Antwoord

Als $W = 0$ wordt er geen verlies en geen winst gemaakt. Je moet dus het snijpunt van de grafiek met de horizontale as hebben. Je ziet dat bij $t \approx 6,5$ de winst 0 is. Dus als het bedrijf ongeveer 6,5 dag kwijt is aan het project, dan maakt het geen winst en geen verlies.



Figuur 6

Opgave 3

Bereken na hoeveel dagen de aannemer uit het voorbeeld geen winst en geen verlies maakt. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 4

Voor het gebruik van elektriciteit betaal je een vast bedrag per jaar en een bedrag per kWh (kilo-wattuur) verbruik. De totale jaarlijkse kosten hangen daarom af van het aantal kWh dat er wordt verbruikt. Die totale kosten kun je omrekenen naar gemiddelde totale kosten (euro per kWh). Er geldt: $K = 0,12 + \frac{32}{a}$.

In de formule is a het verbruik van elektriciteit in kWh en K de gemiddelde totale kosten per kWh (in euro).

- Hoeveel bedraagt het vaste bedrag per jaar?
- Teken een grafiek van K afhankelijk van a .
- Voor welke waarde van a bedragen de gemiddelde totale kosten per kWh 16 eurocent?

Voorbeeld 2

Wat is het verschil tussen de volgende formules?

- $K = 2a - 4b$
- $K = 20 - 4b$
- $20 - 4b = 10$
- $2a - 4b = 2(a - 2b)$

Antwoord

- $K = 2a - 4b$ is een verband tussen drie variabelen: K , a en b .
- $K = 20 - 4b$ is een verband tussen twee variabelen: K en b .
Je kunt er een grafiek bij maken.
- $20 - 4b = 10$ is een vergelijking die je kunt oplossen. De oplossing is: $b = 2,5$.
- $2a - 4b = 2(a - 2b)$ is een rekenregel.
Dit wordt duidelijk als je de haakjes wegwerkt: $2(a - 2b) = 2 \cdot a - 2 \cdot 2b = 2a - 4b$.

Opgave 5

In [Voorbeeld 2](#) zie je de formule $K = 2a - 4b$.

- Neem $a = 10$ en teken de grafiek.
- Neem nu $b = -1$ en teken de grafiek.
- Los de vergelijking $20 - 4b = 10$ op.

Opgave 6

Geef van de formules aan wat ze beschrijven: een verband tussen variabelen, een rekenregel of een vergelijking die je kunt oplossen. Geef ook aan of je er een grafiek bij kunt maken.

- $V = 3r^2$
- $V = l \cdot b \cdot h$
- $4(a - b) = 4a - 4b$
- $l = 200 - b$
- $2p + 25 = 14 - 0,5p$
- $x \cdot y = 12$

Verwerken

Opgave 7

Geef van de formules aan wat ze beschrijven: een verband tussen variabelen, een rekenregel of een vergelijking die je kunt oplossen. Geef ook aan of je er een grafiek bij kunt maken.

- a $3 \cdot (2x + y) = 6x + 3y$
- b $2x - 4 = x + 5$
- c $y = 2x^2 + 4$
- d $R = p \cdot q$

Opgave 8

Een boot staat aan de top van een vlakke helling en wordt met een constante snelheid te water gelaten. De hoogte h (in centimeter) van de onderkant van de boot boven het water wordt gegeven door de formule $h = 1500 - 400t$, waarbij t de tijd in minuten is. Het laagste punt van de helling ligt onder water.

- a Teken de grafiek bij de formule.
- b Na hoeveel tijd (in seconden nauwkeurig) raakt de onderkant van de boot net het water?
- c De boot ligt na 4,5 minuten volledig in het water. Hoeveel centimeter ligt de onderkant van de boot dan onder water?

Opgave 9

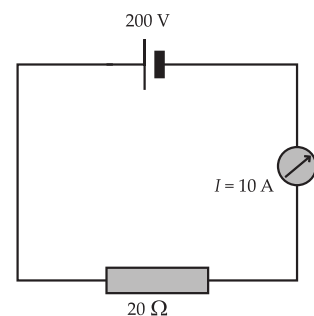
Voor een telefoonabonnement wordt de formule $K = 0,08 + \frac{24}{a}$ gebruikt, waarbij a het aantal belminuten per maand is en K de totale kosten in euro per belminuut.

- a Wat zijn de vaste kosten en wat zijn de kosten die je voor elke gebelde minuut moet betalen?
- b Teken een grafiek bij de formule. Neem een maximum van 200 belminuten.
- c Bij hoeveel belminuten betaal je 12 eurocent per minuut?

Opgave 10

Een elektrische weerstand wordt aangesloten op een spanning van 200 Volt. Met behulp van een ampèremeter kun je de stroomsterkte meten. Voor deze situatie geldt de wet van Ohm: $U = I \cdot R$ waarin U de spanning in V (Volt), I de stroomsterkte in A (Ampère) en R de weerstand in Ω (Ohm).

- a Bij een spanning van 200 Volt beschrijft de wet van Ohm het verband tussen I en R . Welke formule hoort daar bij? En welke eenheden horen bij deze formule?
- b Teken de grafiek bij deze formule. Zet R op de horizontale as.
- c Welke stroomsterkte wordt er gemeten als $R = 15$?



Figuur 7

Opgave 11

Voor de inhoud I van een balk met hoogte 4 centimeter geldt de formule $I = 4 \cdot l \cdot b$, waarbij l de lengte en b de breedte van de balk is.

- a In welke eenheid moet I worden uitgedrukt als de lengte en breedte in centimeters zijn?
- b Welke grootheden komen er in de formule voor?
- c Stel dat je zo'n balk hebt met een inhoud van 64 cm^3 .
Welke formule hoort hier bij? Teken ook de grafiek bij de formule, waarbij l op de horizontale as komt.

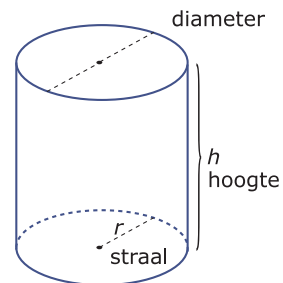
- d Teken in de grafiek die je bij c hebt getekend ook de lijn $b = l$. Deze lijn snijdt de grafiek van b , wat betekent dit snijpunt voor de balk?

Toepassen

Opgave 12: Cilindervormig blikje

Voor de inhoud van een cilindervormig blikje geldt: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$. Hierin is V de inhoud (het volume), r de straal in centimeter en h de hoogte in centimeter.

- a In welke eenheid moet V worden uitgedrukt?
- b Hoeveel bedraagt de inhoud van een blikje met een diameter van 80 millimeter en een hoogte van 16 centimeter?
- c Schrijf een formule van de vorm $V = \dots$ op die het verband tussen V en r voor blikjes met een hoogte van 16 centimeter aangeeft.
- d Welke vorm heeft de grafiek bij de formule die je in c hebt gevonden?
- e Van andere blikjes is de inhoud 1 liter. Welk verband is er nu tussen r en h ? Teken er een grafiek van.



Figuur 8

Opgave 13: Reclamedrukwerk

Een reclamedrukbedrijf print flyers in bulkbestellingen. Hoe groter de bestelling, hoe minder je kosten per flyer bedragen.

Bij dit bedrijf zijn de drukkosten als volgt bepaald: voor bestellingen van 1000 flyers of minder betaal je vaste kosten van € 15,00 plus € 0,01 per flyer. Bij grotere bestellingen zijn de vaste kosten € 20,00, maar de prijs per flyer daalt naar € 0,005.

- a Geef een globale schets van de grafiek van de kosten van een bestelling flyers, afhankelijk van de grootte van de bestelling.
- b Druk de totaalkosten K van een bestelling flyers uit in de hoeveelheid te printen flyers f .
- c Geef de uitdrukking voor de prijs per flyer, als je de totaalkosten weet.

Testen

Opgave 14

Welke van deze formules beschrijft een verband tussen twee variabelen? Teken bij deze formules een grafiek.

- a $a + b = 8$
- b $2p(q - 3) = 2pq - 6p$
- c $4x^2 - 25 = 135$
- d $R = 50p - 2p^2$

Opgave 15

De Quetelet-index (QI) is een maat voor een gezond gewicht. Je berekent de QI met de formule $QI = \frac{G}{l^2}$. Hierin is l je lengte in meters en G je gewicht in kilogram. Bij deze index wordt de eenheid niet vermeld. De waarde wordt in één decimaal nauwkeurig uitgerekend en gebruikt. Neem aan dat een QI van 20 tot 25 gezond is.

- a Bereken de QI van iemand die 180 centimeter lang is en 78 kilogram weegt.
- b Bij een QI van 20 kun je een grafiek maken van iemands gewicht afhankelijk van zijn lengte. Teken die grafiek.
- c Teken in hetzelfde assenstelsel de grafiek $QI = 25$.

- d** Stel je een persoon voor van 180 centimeter lengte. Geef in je figuur aan welke gewichten voor deze persoon gezond zijn. Zet de ondergrens en de bovengrens er in de grafiek bij, in kilogram nauwkeurig.



© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
