

1.4 De Oplosser in Excell

Inleiding

Een rijwielhandelaar verkoopt naast gewone fietsen, ook kinderfietsen en bakfietsen. Hij moet alle drie de soorten in voorraad hebben. Zijn aanschafkosten zijn verschillend voor deze soorten fietsen, maar de winst die hij erop maakt ook. Hoe kan hij door zijn voorraad slim in te delen zoveel mogelijk winst maken?

Ook dit is een 'lineair programmeringsprobleem', maar nu met meer dan twee variabelen. Je leert in dit onderdeel hoe je dit kunt vertalen naar het werken met een (lineaire) functie van drie variabelen of meer...



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- lineaire beslissingsproblemen met meer dan twee variabelen vertalen naar een functie van deze variabelen en bijpassende randvoorwaarden;
- een lineair programmeringsprobleem oplossen met behulp van de Oplosser in Excel.

Voorkennis

- het begrip functie van meerdere variabelen en de bijbehorende randvoorwaarden;
- werken met het rekenbladprogramma Excel.

Verkennen

Opgave V1

Een rijwielhandelaar krijgt van de fabrikant een aanbod van elk gewenst aantal fietsen, kinderfietsen en bakfietsen tegen een inkoopprijs van € 450,00 per fiets en € 300,00 per kinderfiets en € 950,00 per bakfiets. Dat aanbod lijkt hem wel wat, maar meer dan 80 fietsen van die fabrikant wil hij niet aanschaffen en hij heeft voor dit aanbod maximaal € 56000,00 ter beschikking. Verder heeft hij maximaal 60 m² opslagruimte voor deze bestelling, waarbij hij voor een fiets en een kinderfiets 0,5 m² per stuk rekent en voor een bakfiets 1 m². Hij wil minstens 10 kinderfietsen aanschaffen. Per fiets kan hij € 200,00 winst maken, per kinderfiets € 150,00 en per bakfiets € 350,00.

Hoeveel winst kan hij maximaal maken op dit aanbod?

Uitleg

Een rijwielhandelaar krijgt van een fabrikant een aanbod van elk gewenst aantal fietsen, kinderfietsen en bakfietsen tegen een inkoopprijs van € 450,00 per fiets, € 300,00 per kinderfiets en € 950,00 per bakfiets. Dat aanbod lijkt hem wel wat, maar hij wil niet meer dan 80 gewone fietsen aanschaffen. Hij heeft voor dit aanbod maximaal € 56000,00 ter beschikking. Verder heeft hij maximaal 60 m² opslagruimte voor deze bestelling, waarbij hij voor de opslag van een fiets en een kinderfiets 0,5 m² per stuk rekent en voor een bakfiets 1 m². Hij wil minstens 10 kinderfietsen aanschaffen.

Per fiets kan hij € 200,00 winst maken, per kinderfiets € 150,00 en per bakfiets € 350,00. Hoeveel winst kan de rijwielhandelaar maximaal maken op dit aanbod?



Figuur 2

Er zijn drie variabelen: x voor het aantal fietsen, y voor het aantal kinderfietsen en z voor het aantal bakfietsen.

De doelfunctie is: $W = 200x + 150y + 350z$

De randvoorwaarden zijn:

- $0 \leq x \leq 80$, $y \geq 10$ en $z \geq 0$
- $450x + 300y + 950z \leq 56000$
- $0,5x + 0,5y + z \leq 60$

Bij een probleem met drie of meer variabelen teken je niet meer het gebied van punten die aan de randvoorwaarden voldoen. In Excel bestaat de invoegtoepassing 'Oplosser', die dergelijke lineaire programmeringsproblemen voor je oplost. Bekijk het [Practicum](#).

Met de Excel Oplosser vind je de maximale winst van € 22750 bij een verkoop van 80 fietsen, 10 kinderfietsen en 15 bakfietsen.

Opgave 1

Bekijk de [Uitleg](#).

- a Licht toe hoe je aan de randvoorwaarden voor x , y en z komt.
- b Zou je in dit geval het toegestane gebied nog kunnen tekenen?
Bekijk in het genoemde practicum hoe een vergelijkbaar probleem wordt opgelost met de Excel Oplosser.
- c Maak zelf in Excel een werkblad waarin je de gegevens van het probleem uit de uitleg invoert op dezelfde wijze als in het practicum. Bepaal met behulp van de Excel Oplosser de maximale winst.

Opgave 2

Een boer heeft een stuk grond van 1800 m^2 . Hij wil deze grond gebruiken om er aardappelen, bieten en maïs op te verbouwen en daar zoveel mogelijk winst mee te behalen. Hij heeft € 540,00 beschikbaar om de benodigde grondstoffen (zaaizaad, bestrijdingsmiddelen en mest) te kopen. Hij kan 24 dagen menskracht ter beschikking stellen (voor poten, zaaien, wieden, oogsten). De nettowinst per are (1 are = 100 m^2) schat hij op € 100,00 voor de aardappelen, € 90,00 voor de bieten en € 60,00 voor de maïs. Verder schat hij dat voor elke are aardappelen 9 halve dagen werk nodig zijn. Voor de bieten is dat ook 9 halve dagen werk en voor de maïs 1 halve dag per are. De kosten per are zijn € 54,00 voor aardappelen, € 36,00 voor bieten en € 27,00 voor maïs.

- a Zet de gegevens in een tabel.
- b Noem het aantal are aardappelen x , het aantal are bieten y en het aantal are maïs z . Noteer de doelfunctie en de randvoorwaarden.
- c Hoe groot is de winst die deze boer hiermee maximaal kan halen?
Gebruik de Excel Oplosser.
- d Als deze boer meer menskracht beschikbaar zou hebben, dan zou zijn winst toenemen. Hoeveel op zijn hoogst?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Er zijn beslissingsproblemen waarbij je aan twee variabelen niet genoeg hebt. Zowel de doelfunctie als de randvoorwaarden kun je dan alleen beschrijven met **drie of meer beslissingsvariabelen**. Probeer in dat geval niet om met behulp van grafieken het probleem op te lossen, maar gebruik geschikte software zoals de Oplosser in Excel.

Vertaal de doelfunctie en de randvoorwaarden naar een werkblad in Excel en laat de Oplosser het probleem voor je oplossen.

Bekijk daartoe het [Practicum](#).

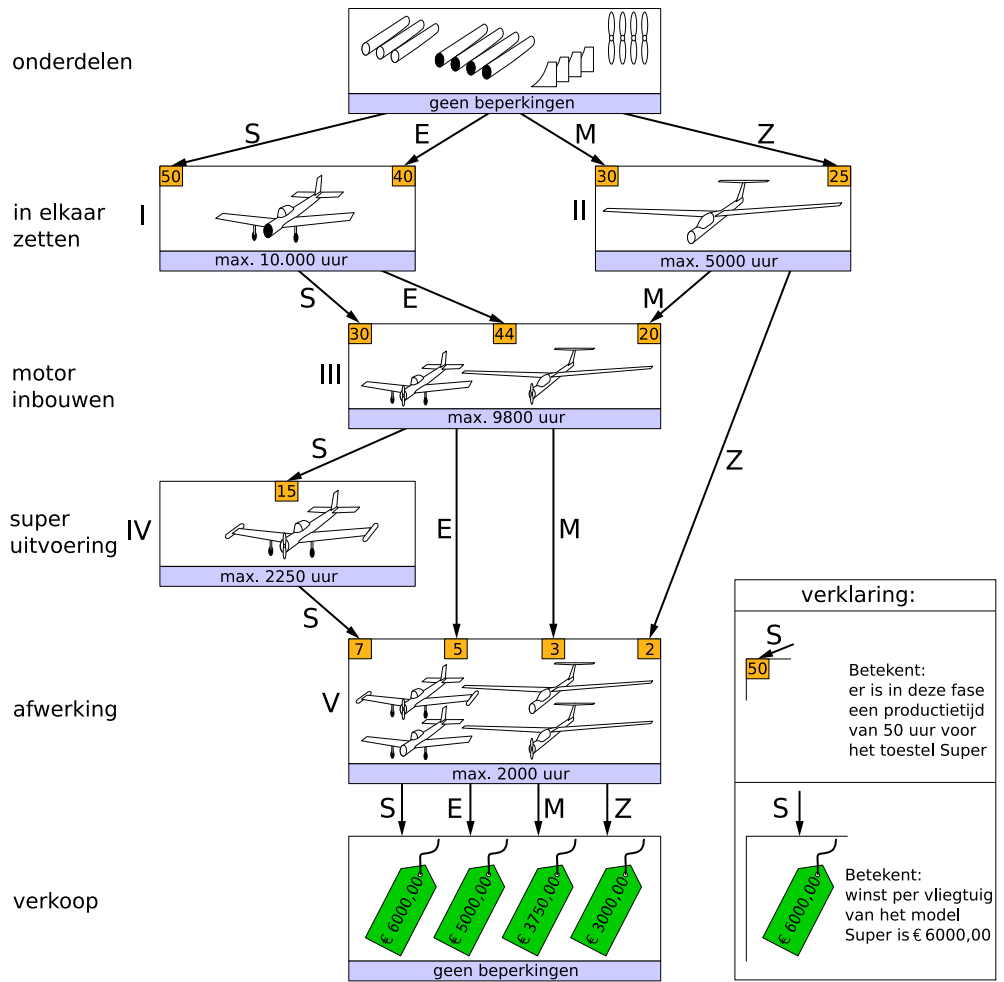
Je kunt de Oplosser ook gebruiken bij lineair programmeren met twee variabelen.

Voorbeeld 1

Een bedrijf maakt vier modellen vliegtuigjes:

- Er worden twee uitvoeringen van een sportvliegtuig gemaakt: de ‘Super’ en de ‘Economy’.
- Daarnaast worden er twee versies gemaakt van een zweefvliegtuig: de ‘Zwever’, een echt zweefvliegtuig, en de ‘Motorzwever’, een zweefvliegtuig met hulpmotor.

Bekijk het productieschema.



Figuur 3

Uit het schema blijkt onder andere dat er naast het onderdelenmagazijn vijf productiehallen zijn, die alle een maximale capaciteit hebben. Zo heeft hal I een productiecapaciteit van maximaal 10000 uur. De productietijden per model per hal staan ook in het schema vermeld. Bijvoorbeeld het in elkaar zetten van een ‘Super’ in hal I duurt 50 uur en het in elkaar zetten van een ‘Economy’ duurt daar 40 uur. Ten slotte is ook de winst af te lezen uit het schema. Zo blijkt de winst bij de verkoop van een ‘Super’ € 6000 te bedragen.

De vraag is: wat is de maximale winst die dit bedrijf kan halen onder deze voorwaarden?

(naar: examen vwo wiskunde A in 1983, tweede tijdvak)

Antwoord

Noem s het aantal modellen Super, e het aantal modellen Economy, m het aantal modellen Motorzwever en z het aantal modellen Zwever. Al deze aantallen zijn groter dan of gelijk aan nul, zodat $s \geq 0$, $e \geq 0$, $m \geq 0$ en $z \geq 0$.

Verder geldt:

- Voor het in elkaar zetten: $50s + 40e \leq 10000$ en $30m + 25z \leq 5000$
- Voor het inbouwen van de motor: $30s + 44e + 20m \leq 9800$

- Voor de superuitvoering: $15s \leq 2250$
 - Voor de afwerking: $7s + 5e + 3m + 2z \leq 2000$
- De doelfunctie is: $W = 6000s + 5000e + 3750m + 3000z$
 Voer deze gegevens als tabel in Excel in:

	aantal	hal I	hal II	inbouwen	superuitvoering	afwerken	winst W
s		50	0	30	15	7	6000
e		40	0	44	0	5	5000
m		0	30	20	0	3	3750
z		0	25	0	0	2	3000
totalen							

Tabel 1

Gebruik de toepassing 'Oplosser' in Excel om de maximale winst te bepalen. De maximale winst wordt bereikt bij een productie van 48 modellen Super, 190 modellen Economy, 200 modellen Zwever en geen modellen Motorzwever. De maximale winst is € 1838000.

Opgave 3

Bekijk **Voorbeeld 1**.

- Licht toe, hoe je aan de randvoorwaarden voor s , e , m en z komt.
- Bereken de maximale winst met de Oplosser in Excel.

Opgave 4

De directeur van dit bedrijf vindt het jammer dat om maximale winst te bereiken niet alle vier de modellen kunnen worden geproduceerd.

- Hoe kun je bereiken dat de winst hoog blijft, maar toch alle modellen worden geproduceerd?
- Noem een voordeel en een nadeel van de aanpassing zoals in a aan de orde komt.

Verwerken

Opgave 5

Gegeven is de doelfunctie $W = 100x + 300y + 20z$ onder de randvoorwaarden:

- $0 \leq x \leq 100$
 - $y \geq 0$
 - $0 \leq z \leq 50$
 - $10x + 20y + 2z \leq 2020$
 - $25x + 100y + 3z \leq 7750$
- Maak een tabel die je in Excel met de Oplosser kunt gebruiken.
 - Bereken de waarden van x , y en z waarin W maximaal is en geef de maximale waarde van W .

Opgave 6

Een apotheker gebruikt twee preparaten, P_1 en P_2 waarin de werkzame stoffen A en B voorkomen:

- 1 gram P_1 bevat 12 mg van stof A en 1 mg van stof B;
- 1 gram P_2 bevat 9 mg van stof A en 3 mg van stof B.

De inkoopprijs van P_1 is € 0,50 per gram en die van P_2 is € 1,- per gram. De apotheker mengt de preparaten. Eén ampul van dat mengsel moet minstens 72 mg A en 15 mg B bevatten. Hij kiest de samenstelling van het mengsel zo dat de kosten minimaal zijn.

- Om welke beslissingsvariabelen gaat het hier? Stel een doelfunctie met de bijbehorende randvoorwaarden op.
- Bereken de minimale kosten met behulp van de Oplosser in Excel.

Opgave 7

Een bedrijf beschikt over twee fabrieken, een fabriek in Nederland en een fabriek in China, om een bepaald product te maken. In de fabriek in Nederland worden dagelijks 5000 eenheden van dit product gemaakt, in de fabriek in China zijn dat er 7000 per dag.

Dit product wordt verkocht aan vier grote internationale warenhuizen, A, B, C en D. Volgens de gesloten contracten moeten er dagelijks 2500 eenheden naar A, 4000 eenheden naar B, 3500 eenheden naar C en 2000 eenheden naar D worden getransporteerd. De transportkosten in euro per eenheid product zie je in deze tabel:

	naar A	naar B	naar C	naar D
fabriek NL	3	2	5	2
fabriek CN	5	3	7	4

Tabel 2

De bedrijfsleiding wil de transportkosten minimaliseren.

- a Stel een formule op voor de transportkosten T .
- b Bereken bij welk transportschema de transportkosten minimaal zijn.

Opgave 8

De eigenaresse van een vakantiepark wil minstens 15 vakantiehuizen bijbouwen. Ze wil drie soorten huizen bouwen:

- minstens 5 kleine huizen
- minimaal 1 medium huis
- minstens 2 grote huizen

De bouw van een klein huis kost € 41250 en vergt jaarlijks 1 onderhoudsmedewerker, een medium huis kost € 82500 en vergt jaarlijks 2 onderhoudsmedewerkers en een groot huis kost € 123750 en vergt jaarlijks 3 onderhoudsmedewerkers.

Het vakantiepark kan maximaal € 8250000 aan de bouw van de nieuwe huizen besteden en heeft jaarlijks maximaal 20 medewerkers ter beschikking voor het onderhoud van de extra huizen.

De gemiddelde winst op de huizen is € 120000 per klein huis, € 200000 per medium huis en € 260000 per groot huis.

Omdat de grote huizen door een externe partij zijn aangevraagd, kan de eigenaresse de bouwkosten van deze grote huizen doorfactureren naar de betreffende partij.

- a Hoeveel van de drie verschillende soorten huizen moet de eigenaresse bijbouwen om maximale winst te verkrijgen en hoeveel bouwkosten kan ze dan afwentelen op de externe partij?
- b Beredeneer bij welke hoeveelheden nieuwe huizen de bouwkosten, gelet op de randvoorwaarden, voor de eigenaresse minimaal zijn.

Opgave 9

Een fabrikant van tuinbenodigdheden brengt bouwpakketten op de markt voor schuren (S), tuinhuisen (T) en plantenkassen (P). De benodigde hoeveelheid houten planken in m^2 , glas in m^2 en arbeid in uur voor elk van de drie artikelen is af te lezen uit de tabel.

De kosten van grondstoffen en arbeid per eenheid zijn voor de hoeveelheid hout € 20, voor de hoeveelheid glas € 40 en voor de hoeveelheid arbeid € 35 per uur.

De bestelde aantallen bouwpakketten S, T en P zijn 120 stuks S, 70 stuks T en 50 stuks P.

	hout	glas	arbeid
S	12	0	2
T	8	2	8
P	0	15	5

- a Bereken de totale kosten van deze bestelling.

Tabel 3

De fabrikant heeft 2200 m² hout, 510 m² glas en 850 uur arbeid tot zijn beschikking en is niet in staat deze hoeveelheden aan te vullen.

- b** Onderzoek of deze aantallen voldoende zijn om aan de bestelling te voldoen.
Vanwege de hoge voorraadkosten wil de fabrikant niet meer bouwpakketten produceren dan er zijn besteld. De aantallen bouwpakketten S, T en P stelt hij achtereenvolgens x , y en z .
- c** De variabelen x , y en z moeten behalve aan de drie voorwaarden $x \geq 0$, $y \geq 0$ en $z \geq 0$ aan nog zes voorwaarden voldoen. Stel deze zes voorwaarden op.
De winst op een bouwpakket S, T en P is achtereenvolgens € 65, € 130 en € 140.
- d** Welke aantallen bouwpakketten S, T en P moet de fabrikant produceren om een zo groot mogelijk winst te maken? Bereken die maximale winst.

(bron: examen vwo wiskunde A in 1985, eerste tijdvak)

Toepassen

Opgave 10: Zilvermijnen in Congo

In Congo bevinden zich, in verschillende gebieden, drie zilvermijnen. De zilvermijnen worden A, B en C genoemd. Er staan ook drie fabrieken waarin het zilver bewerkt wordt. De fabrieken worden D, E en F genoemd. Het zilver uit de mijnen moet naar de fabrieken worden gebracht. Omdat de mijnen niet even goed te bereiken zijn, zijn de kosten per kilometer van mijn i naar fabriek j verschillend.

De kosten in euro per kilometer zijn weergegeven in de linker tabel.

Het aantal kilometer van de verschillende mijnen naar de fabrieken is in de rechter tabel weergegeven.

	A	B	C		A	B	C
D	50	60	70	D	0,75	0,72	0,60
E	73	51	65	E	0,80	0,69	0,71
F	100	67	55	F	0,93	0,52	0,52

Tabel 4

In mijn A wordt dagelijks 500 kg zilver gevonden, in mijn B 1000 kg en in mijn C 750 kg. Om de werknemers te kunnen betalen en om winst te kunnen garanderen, moet fabriek D per dag 600 kg zilver aangeleverd krijgen, fabriek E 800 kg en fabriek F 850 kg.

De baas van fabriek D is opgezeteld met dit probleem. Hij heeft de taak gekregen om de transportkosten te minimaliseren. Help de baas van fabriek D en gebruik de Oplosser om de minimale transportkosten te berekenen.

Opgave 11: Bergstokken, boekenplanken en krukken

Uit een boek over wiskunde in de bedrijfsvoering komt dit probleem:

J. Smit heeft een eenmansbedrijfje waarin hij bergstokken, boekenplanken en krukken maakt. De verkoopprijzen zijn respectievelijk € 30, € 20 en € 20 per stuk. Hij werkt 8 uur per dag en heeft de keuze uit drie arbeidsprocessen:

- proces P, waarbij 1 bergstok en 2 boekenplanken per uur worden gemaakt en dat € 50 per uur kost;
- proces Q, waarbij 2 bergstokken en 3 krukken per uur worden gemaakt en dat € 60 per uur kost;
- proces R, waarbij 1 bergstok, 1 boekenplank en 2 krukken per uur worden gemaakt en dat € 70 per uur kost.

Smit kan per dag hoogstens 9 bergstokken, 11 boekenplanken en 9 krukken verkopen.

- a** Hoe moet Smit zijn productie inrichten om maximale winst per dag te realiseren? Bepaal ook het aantal uur dat hij dan werkt.
- b** Wat is, binnen de gestelde randvoorwaarden, Smits maximale winst als hij elke dag voor de afwisseling toch ieder proces minstens 1 uur wil uitvoeren?
Geef je mening over de oplossing van de Excel Oplosser.

Testen

Opgave 12

Een fabriek produceert twee soorten papieren zakdoekjes in pakjes van 10 stuks. In een wit pakje zitten geurloze zakdoekjes. In een groen pakje zitten zakdoekjes met een mentholgeur. Voor de productie van deze pakjes met papieren zakdoekjes is nodig:

- voor een pakje geurloze zakdoekjes: 20 gram papier en 1 wit hoesje;
- voor een pakje mentholzakdoekjes: 25 gram papier, 1 L mentholoplossing en 1 groen hoesje.

Per dag is beschikbaar: 100 kg papier, 20 liter mentholoplossing, 3000 witte hoesjes en 2500 groene hoesjes. De winst op een pakje geurloze zakdoekjes is 0,8 cent, die op een pakje mentholzakdoekjes 0,9 cent.

Bereken de maximale winst die onder deze voorwaarden haalbaar is met behulp van de Oplosser in Excel.

Practicum

Met Excel werken is bij **lineair programmeren** eigenlijk onontbeerlijk. Bekijk dit practicum:

- [Lineair programmeren met de Oplosser](#)



© 2021

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
