6.2 Verschil kwantitatieve variabelen

Inleiding

Hoe kun je bijvoorbeeld de levensduur van twee verschillende typen batterijen met elkaar vergelijken? Je neemt dan steekproeven. Maar hoe kun je die dan weer vergelijken?

Ook bij kwantitatieve variabelen hoort een aantal manieren waarop je verschillen tussen statistische variabelen in kaart kunt brengen.

Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- twee populaties vergelijken met behulp van hun boxplots;
- twee gepaarde populaties vergelijken met behulp van de effectgrootte;
- twee normaal verdeelde populaties vergelijken met behulp van een verschiltoets op het gemiddelde.

Voorkennis

- soorten statistische variabelen herkennen;
- de begrippen onderzoek, steekproef, populatie en representatief, simulatie;
- meetniveau's te onderscheiden bij antwoordmogelijkheden op vragen;
- het begrip normale verdeling en de vuistregels;
- betrouwbaarheidsintervallen en foutenmarges bepalen bij het schatten van populatieproporties en populatiegemiddelden.

Verkennen

Opgave V1

Van twee types batterijen wordt de levensduur (in uren) vergeleken. Van beide types worden 15 batterijen onderzocht. In de tabel zie je de resultaten.

Type I	560	625	580	605	598	602	602	613	650	583	588	595	601	623	589
Type II	630	620	595	590	635	660	610	654	632	680	624	590	643	625	671

Tabel 1

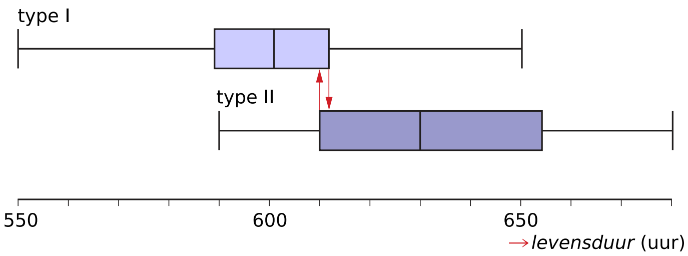
Probeer een manier te verzinnen om deze twee steekproeven te vergelijken.

Uitleg 1

Om een betrouwbare uitspraak te kunnen doen omtrent het verschil in levensduur van twee typen (twee populaties) batterijen, is van beide typen een steekproef van 15 stuks genomen.

Levensduur is een continue kwantitatieve variabele: je kunt statistische gegevens berekenen zoals steekproefgemiddelde, steekproefstandaardafwijking en de steekproefmediaan.

In dit geval is voor beide steekproeven de bijbehorende boxplot gemaakt.



Figuur 2

Door de boxplots boven elkaar boven dezelfde getallenlijn te presenteren, is het mogelijk een betrouwbare uitspraak over het verschil in levensduur van beide typen batterijen te doen.

Daarbij gebruik je de volgende vuistregels:

- Als de boxen elkaar niet overlappen, is ‘het verschil groot’.
- Als de boxen elkaar wel overlappen en minstens één mediaan buiten de box van de andere boxplot ligt, is ‘het verschil middelmatig’.
- In alle andere gevallen is ‘het verschil gering’.

Bedenk: de ‘box’ is het interval vanaf het eerste kwartiel Q_1 tot en met het derde kwartiel Q_3.

Opgave 1

Bekijk **Uitleg 1**.
Ook zonder de afspraken waarmee je een maat kunt geven aan het verschil in levensduur tussen de type batterijen, kun je al met zekerheid het een en ander concluderen omtrent dat verschil.

a Noem minstens twee van dergelijke conclusies en geef aan hoe je tot die conclusies gekomen bent.

b Geef de conclusie over het verschil in levensduur van deze batterijen die je met behulp van de afspraken over verschillen in boxplots kunt trekken.

Opgave 2

Bekijk de tabel. De gegevens hebben betrekking op het aantal uur sport per week van 73 jongens en 102 meisjes.

mediaan jongens ≈ 4,0 uur	mediaan meisjes ≈ 2,0 uur
interkwartielafstand ≈ 4,2 uur	interkwartielafstand ≈ 4,0 uur
eerste kwartiel ≈ 1,8 uur	derde kwartiel ≈ 4,3 uur

Tabel 2

a Teken de boxplots voor zover mogelijk. Teken ze boven elkaar.

b Welke conclusie kun je trekken ten aanzien van het verschil in het aantal uur sport per week van jongens en meisjes?

Uitleg 2

Van een bepaald type batterijen wordt het productieproces aangepast om de levensduur (uur) te verlengen. Er worden 15 batterijen van het oude productieproces vergeleken met 15 batterijen die op de nieuwe manier zijn geproduceerd. In de tabel staan de resultaten. L_I stelt de levensduur voor van batterijen die volgens het oude productieproces zijn gemaakt, L_{II} is de levensduur van een batterij in het nieuwe proces.

L_I (uur)	560	625	580	605	598	602	602	613	650	583	588	595	601	623	589
L_{II} (uur)	630	620	595	590	635	660	610	654	632	680	624	590	643	625	671

Tabel 3

Als het verschil tussen de gemiddelden in beide steekproeven erg groot is, is het verschil in levensduur dan ook erg groot? Als de bijbehorende standaardafwijkingen groot zijn, hoeft dat niet zo te zijn.

Uit de gegevens volgt:

Het gemiddelde $\overline{L}_I = 600{,}9$.
De standaardafwijking $S_I = 20{,}7$.
Het gemiddelde $\overline{L}_{II} = 630{,}6$.
De standaardafwijking $S_{II} = 26{,}9$.

Bereken nu de zogenaamde effectgrootte: $E = \frac{\text{grootste gemiddelde} - \text{kleinste gemiddelde}}{\text{gemiddelde van de standaardafwijkingen}}$

Dus $E = \frac{630{,}6 - 600{,}9}{\frac{1}{2}(20{,}7 + 26{,}9)}$

Er bestaan vuistregels om een conclusie te trekken:

- Als $E > 0{,}8$ dan is het verschil tussen de variabelen groot.
- Als $0{,}4 < E \leq 0{,}8$ dan is het verschil middelmatig.
- Als $E \leq 0{,}4$ dan is het verschil gering.

De formule voor de effectgrootte en de vuistregels staan op het **Formuleoverzicht**.

Opgave 3

Gebruik de gegevens uit **Uitleg 2**.

a Bereken de gemiddelde levensduur van de twee typen batterijen.

b Bereken de standaardafwijkingen van de twee typen batterijen.

c Bereken de effectgrootte met de formule uit de uitleg.

d Is het verschil in levensduur tussen de twee typen batterijen gering, middelmatig of groot?

Opgave 4

Bekijk de formule voor de effectgrootte in **Uitleg 2**.

a Wat verandert er aan E als de gemiddelden worden verwisseld?

b De gemiddelden zijn verwisseld. Geef een voorbeeld van een waarde van E waarbij een foute conclusie zou worden getrokken.

c Er worden twee variabelen vergeleken. Het komt regelmatig voor dat de standaardafwijkingen dan gelijk zijn. De formule voor E wordt dan eenvoudiger. Schrijf zo'n eenvoudige formule op.

Uitleg 3

Twee normaal verdeelde populaties kun je statistisch vergelijken met behulp van een hypothesetoets: de verschiltoets voor gemiddelden. Dat doe je door van beide populaties een steekproef te nemen en het verschil tussen beide steekproefgemiddelden als toetsvariabele te gebruiken.

Een fabrikant maakt oorbeschermers. Maar hij verkoopt ook tweedehands oorbeschermers. Hij wil de kwaliteit van beide populaties oorbeschermers vergelijken, want hij vermoedt dat de tweedehands versies van een lagere kwaliteit zijn. Hij neemt een steekproef van 100 nieuwe hoorbeschermers en 125 tweedehands oorbeschermers. Hij meet het aantal dB (decibel) dat de gehoorbeschermer dempt. De nieuwe hoorbeschermers dempen gemiddeld $\overline{X} = 30{,}1$ dB en de tweedehands oorbeschermers $\overline{Y} = 27{,}2$ dB.

De geluidsdemping van al deze oorbeschermers is normaal verdeeld met een standaardafwijking σ van 6 dB.

De te gebruiken toetsvariabele is het verschil $V = X - Y$.

Bij een normaal verdeelde verschiltoets voor gemiddelden geldt altijd als nulhypothese:

H_0: $\mu_V = 0$ (er is geen verschil tussen μ_X en μ_Y).

In dit geval geldt als alternatieve hypothese:
H_1: $\mu_V > 0$

De overschrijdingskans is:

$$\text{P}\left(\overline{V} > 2{,}9 | \mu_V = 0 \text{ en } \sigma_V = \sqrt{\frac{6^2}{100} + \frac{6^2}{125}}\right) \approx 0{,}0002$$

Conclusie:
Zelfs als hij een significantieniveau van 1% hanteert, wordt H_0 verworpen, want er is een significant verschil in gemiddelde demping tussen de twee populaties oorbeschermers.

Opgave 5

Bekijk **Uitleg 3**.

a Leg uit waarom de alternatieve hypothese in dit geval gelijk is aan $\mu_V > 0$.

b Leg uit waarom de overschrijdingskans gelijk is aan de normale kans $\text{P}\left(\overline{V} > 2{,}9\right)$.

c Bekijk de standaardafwijking die in de overschrijdingskans is gebruikt.

Laat zien uit welke onderdelen deze standaardafwijking is opgebouwd en leg uit waarom dat zo is.

d Laat zien hoe je de overschrijdingskans berekent als het verschil V gedefinieerd wordt als $Y - X$. Leidt dit tot dezelfde conclusie over het verschil in demping als in de uitleg?

Opgave 6

Een dameskapper houdt al jaren bij hoe lang het haar van zijn klanten met lang haar is. Daardoor weet hij dat deze haarlengte normaal verdeeld is met een standaardafwijking van 6,5 cm.

Nu wil hij weten of er verschil is tussen de gemiddelde haarlengte van jonge vrouwen (tot 25 jaar) met lang haar en oudere vrouwen met lang haar. Als steekproef neemt hij de gegevens van 40 jonge en 40 oudere klanten uit de afgelopen 5 jaar.

De gemiddelde haarlengte van de groep jonge vrouwen met lang haar $\overline{J}$ is 56 cm.
De gemiddelde haarlengte van de groep oudere vrouwen met lang haar $\overline{O}$ is 54 cm.
De dameskapper kiest als significantieniveau 5%.

Is er significant verschil tussen de haarlengte van de jonge en de oudere vrouwen?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Twee populaties vergelijken op basis van een kwantitatieve variabele kan op meerdere manieren waarvan er hier drie benoemd worden.

Boxplots vergelijken
Dit ligt voor de hand als beide populaties klein zijn of als de steekproeven uit beide populaties klein zijn. De boxplots plaats je boven of naast één getallenlijn zodat de verschillen meteen te zien zijn.

Daarbij gebruik je de vuistregels op het **Formuleoverzicht**.

Effectgrootte
Als je van twee datasets de gemiddelden en de standaardafwijkingen weet, kun je de effectgrootte gebruiken:

$$E = \frac{\text{grootste gemiddelde} - \text{kleinste gemiddelde}}{\text{gemiddelde van de standaardafwijkingen}} = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\frac{1}{2}(S_1 + S_2)}$$

Let erop dat X_1 groter moet zijn dan X_2

Trek ook nu de conclusie weer met behulp van de vuistregels op de **Formuleoverzicht**.

Verschiltoets voor gemiddelden uitvoeren
Deze toets kun je gebruiken bij twee normaal verdeelde populaties X en Y waarvan de populatie-standaardafwijkingen σ_X en σ_Y bekend zijn.

Van beide populaties trek je een grote steekproef. De beide steekproeflengtes n_X en n_Y mogen verschillend zijn. Het significantieniveau α van de toets moet vooraf vastgesteld zijn.

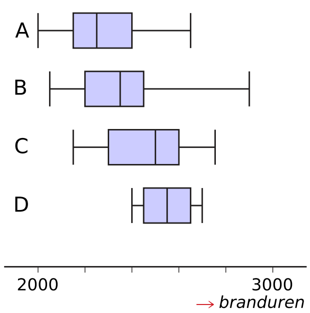
Als toetsvariabele gebruik je het verschil V, met $\mu_V = \mu_X - \mu_Y$ en $\sigma_V = \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y}}$.

Je toetst altijd H_0: $\mu_V = 0$ (‘er is geen verschil’).

Voorbeeld 1

Bij lampen wordt onderzoek gedaan naar het aantal branduren. Bekijk de boxplots van de brandduur van lampen in uren. Deze laten het resultaat van steekproeven van vier typen lampen zien.

Vergelijk de brandduur van type A met de andere drie typen en doe een uitspraak over deze verschillen op basis van de vuistregels voor verschillen tussen boxplots.



Figuur 3

Antwoord

Voor het verschil in brandduur geldt (zie het **Formuleoverzicht**):

- Het verschil tussen A en B is gering, want de boxen overlappen en er ligt geen mediaan buiten de andere box.
- Het verschil tussen A en C is middelmatig, want de boxen overlappen en een mediaan (zelfs beide) ligt buiten de andere boxen.
- Het verschil tussen A en D is groot, want de boxen overlappen niet.

Opgave 7

Gebruik de boxplots uit **Voorbeeld 1**. Trek alle overige mogelijke conclusies met de afspraken betreffende de boxplots.

Opgave 8

Gebruik de boxplots uit **Voorbeeld 1**.

a Naar een vijfde type lamp, type E, is ook onderzoek gedaan. In de steekproef zaten alleen lampen met een levensduur van meer dan 3000 uur.

Kun je met 100% zekerheid concluderen dat elke lamp van type E langer brandt dan de lampen van type A? Licht je antwoord toe.

b Als de steekproefomvang groter wordt gemaakt, welke invloed heeft dat dan op de conclusie?

c Hoeveel procent van de lampen van type A gaat langer mee dan de lamp van type D met de kortste brandtijd?

Voorbeeld 2

Om het effect van het taalonderwijs te onderzoeken is van twee even grote groepen Nederlanders en Belgen gekeken naar het aantal vreemde talen dat ze spreken. Bekijk de tabel met resultaten.

aantal gesproken vreemde talen	0	1	2	3	4	totaal
Belgen	122	168	184	103	34	611
Nederlanders	19	156	272	146	18	611
totaal	141	324	456	249	52	1222

Tabel 4

Welk verschil is er, statistisch gezien, tussen het aantal gesproken talen van Belgen en Nederlanders?

Antwoord

Het aantal talen is een kwantitatieve variabele. Er zijn twee bekende methodes om een vergelijking uit te voeren: boxplots vergelijken of effectgrootte berekenen en conclusies trekken. Boxplots zijn hier erg onnauwkeurig, dus effectgrootte blijft over.

De effectgrootte is: $E = \frac{\overline{M_1} - \overline{M_2}}{\frac{1}{2} \cdot (S_1 + S_2)}$

Voor de Belgen geldt: $\overline{M} \approx 1{,}606$ en $S \approx 1{,}144$.
Voor de Nederlanders geldt: $\overline{M} \approx 1{,}980$ en $S \approx 0{,}858$.

Omdat de *effectgrootte* een positief getal moet zijn, neem je: $\overline{M_1} = 1{,}980$ en $\overline{M_2} = 1{,}606$.

Dan geldt: $E = \frac{1{,}980 - 1{,}606}{\frac{1}{2} \cdot (0{,}858 + 1{,}144)} = \frac{0{,}374}{1{,}001} \approx 0{,}37$.

De effectgrootte is kleiner dan 0,4. Dus het verschil is volgens de vuistregels op het **Formuleoverzicht** gering.

Opgave 9

Gebruik de gegevens uit **Voorbeeld 2**.

a Welke gegevens uit de tabel worden niet gebruikt?

b Bereken zelf de gemiddelden en de standaardafwijkingen. Controleer of de berekende waarden in het voorbeeld juist zijn.

c Leg uit waarom het gebruik van een boxplot hier onnauwkeurig is.

Opgave 10

De volgende gegevens hebben betrekking op het aantal uur sport per week bij jongens en meisjes.

gemiddelde jongens 5,0 uur	gemiddelde meisjes 3,4 uur
standaardafwijking jongens 4,1 uur	standaardafwijking meisjes 3,7 uur
mediaan jongens ≈ 5 uur	mediaan meisjes ≈ 2 uur
interkwartielafstand ≈ 4 uur	interkwartielafstand ≈ 4 uur

Tabel 5

a Bereken met de formule de effectgrootte voor het aantal uur sport bij jongens en meisjes.

b Welke conclusie trek je over het verschil tussen jongens en meisjes?

c Waarom lukt het met deze gegevens niet om een statistische vergelijking met boxplots uit te voeren?

Voorbeeld 3

Een datingapp, Vindn, wordt vaker bezocht door stadsbewoners dan door andere Nederlanders.

Het aantal minuten per week dat Vindn-bezoekers de app gebruiken is normaal verdeeld met een standaardafwijking van 4,5 minuten.

De eigenaar van Vindn wil weten of er ook een significant verschil in bezoektijden zit tussen mensen uit de Randstad en mensen uit andere stedelijke gebieden. Ze laat een hypothesetoets, een verschiltoets voor gemiddelden, uitvoeren met een significantieniveau van 5%.

De onderzoekers trekken twee steekproeven:

- een steekproef van 55 Vindn-bezoekers uit de Randstad (R) heeft een steekproefgemiddelde van 1 uur en 24,5 minuten per Vindn-bezoek per week
- een steekproef van 62 Vindn-bezoekers uit andere steden (A) heeft een steekproefgemiddelde van 1 uur en 26 minuten per Vindn-bezoek per week

Wat is de conclusie van de onderzoekers op basis van deze gegevens?

Antwoord

Als geldt $V = R - A$ dan is $\overline{V}$ het steekproefresultaat met $\overline{V} = 84{,}5 - 86 = -1{,}5$ minuten.

Verder geldt:

$\text{H}_0\text{: } \mu_V = 0$

$\text{H}_1\text{: } \mu_V \neq 0$

De bijbehorende overschrijdingskans is:

$$\text{P}\left(\overline{V} < -1{,}5 | \mu_V = 0 \text{ en } \sigma_V = \sqrt{\frac{4{,}5^2}{55} + \frac{4{,}5^2}{62}}\right) \approx 0{,}036$$

Dus H_0 wordt niet verworpen; er is geen sprake van een significant verschil tussen de Vindn-bezoekers uit de Randstad en de Vindn-bezoekers uit andere steden.

Opgave 11

Bekijk **Voorbeeld 3**.

a Leg uit waarom H_0 niet verworpen wordt ondanks het feit dat de overschrijdingskans kleiner is dan het genoemde significantieniveau.

b Beargumenteer waarom de overschrijdingskans exact gelijk is aan die uit het voorbeeld als de onderzoekers hadden gekozen voor $V = A - R$.

Opgave 12

Twee machines vullen pakken met suiker. Het gewicht van een pak suiker is normaal verdeeld met een standaardafwijking van 4,5 gram.

De machines horen de pakken met een gelijke hoeveelheid suiker te vullen. Om te controleren of dit zo is, worden van beide machines steekproeven van 35 pakken genomen.

- Bij machine A is het gemiddelde gewicht van de pakken suiker in de steekproef 999,5 gram.
- Bij machine B is het gemiddelde gewicht van de pakken suiker in de steekproef 1001,5 gram.

Verschillen de gemiddelde vulgewichten van machine A en machine B van elkaar? Neem een significantie van 5%.

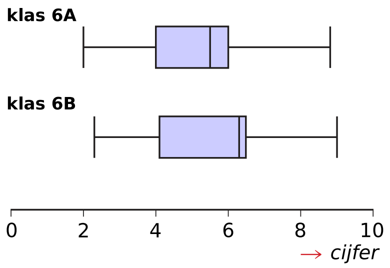
Verwerken

Opgave 13

Bekijk de twee boxplots van de cijfers voor een schoolexamen dat door twee zesde klassen gemaakt is.

a Welke mate van verschil bestaat er tussen de cijfers van klas 6A en die van klas 6B?

b Kun je deze twee groepen ook vergelijken met behulp van een verschiltoets voor gemiddelden als je daarvoor geschikte gegevens zou hebben?



Figuur 4

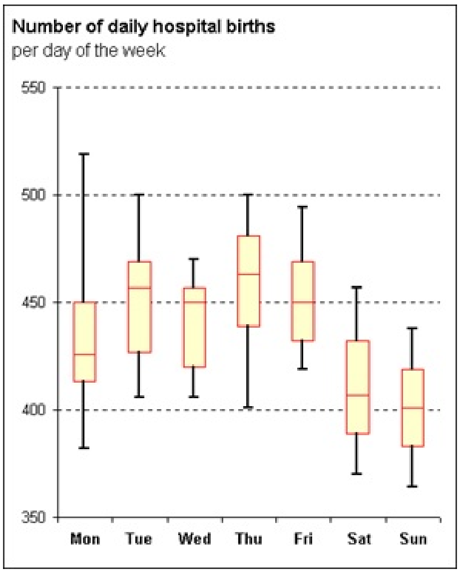
Opgave 14

Er worden veel statistieken bijgehouden over geboortes. In een land is een jaar lang het aantal geboortes per weekdag in alle ziekenhuizen bijgehouden. Bekijk de boxplots bij dit onderzoek.

a Leg uit dat je uit deze boxplots niet kunt concluderen dat er in dit land op zondag altijd minder baby's in een ziekenhuis worden geboren dan op elke andere dag.

b Het verschil tussen het aantal geboortes op zondag en op andere dagen is statistisch gezien voor sommige dagen groot. Voor welke dagen?

c Welke dagen verschillen middelmatig met donderdag?



Figuur 5

Opgave 15

Een onderzoeker onderzoekt de effectiviteit van een behandeling. Hij heeft twee populaties. De ene populatie heeft geen behandeling ondergaan. Dit is de referentiepopulatie. De andere populatie heeft wel de behandeling ondergaan. Dit is de onderzoekspopulatie.
De onderzoeker heeft de volgende gegevens.

- Voor de referentiepopulatie geldt:
  Het gemiddelde van de variabele die hij onderzoekt is 220 gram, de standaardafwijking is 11 gram.
- Voor de onderzoekspopulatie geldt:
  Het gemiddelde van de variabele die hij onderzoekt is 210 gram, de standaardafwijking is ook 11 gram.

Welke conclusie kan hij trekken over het effect van de behandeling?

Opgave 16

Een onderzoekster onderzoekt twee populaties. De ene populatie heeft geen behandeling ondergaan. Dit is de referentiepopulatie. De andere populatie heeft wel een behandeling ondergaan. Dit is de onderzoekspopulatie.
De onderzoekster heeft de volgende gegevens.

- Voor de referentiepopulatie geldt:
  Het gemiddelde van de variabele die ze onderzoekt is 210 gram, de standaardafwijking is 11 gram.
- Voor de onderzoekspopulatie geldt:
  De onderzoekster wil weten wat het gemiddelde van de variabele die ze onderzoekt moet zijn, zodat haar conclusie kan zijn: het verschil tussen de variabelen is groot. Ga ervan uit dat de standaardafwijking van deze variabele ook 11 gram is.

Voor welke gemiddelde waarden kan ze die conclusie trekken?

Opgave 17

Een pizzeria biedt pizza’s aan met een gemiddelde diameter van 60 cm. Deze diameter is normaal verdeeld met een standaardafwijking van 4 cm.

Klanten van de pizzeria geven aan dat zij het idee hebben dat de diameter van de pizza’s uit het zuidelijke filiaal groter is dan van de pizza’s uit het noordelijke filiaal.

Uit een steekproef blijkt:

- de gemiddelde pizzadiameter $\overline{Z}$ van 75 pizza’s uit het zuidelijke filiaal is 60,5 cm;
- de gemiddelde pizzadiameter $\overline{N}$ van 60 pizza’s uit het noordelijke filiaal is 59,2 cm.

Hebben de klanten, met een significantieniveau van 2,5%, gelijk?

Opgave 18

Een zekere populatie bestaat uit mannen en vrouwen en men vraagt zich af of er een significant verschil voor normaal verdeelde variabele X is tussen mannen ($\sigma_m = 5$) en vrouwen ($\sigma_v = 3$). Van beide deelpopulaties is een steekproef getrokken:

	steekproef vrouwen	steekproef mannen
n	40	60
$\overline{X}$	830	829

Tabel 6

Er zijn meerdere mogelijkheden om dit verschil te onderzoeken en aan iedere mogelijkheid hangt een eigen kostenplaatje. Bovendien kan de ene methode een ander beeld geven over het verschil dan de andere methode.

Onderzoek het verschil met behulp van steekproefboxplots en met behulp van een hypothesetoets en vergelijk beide conclusies met elkaar.

Toepassen

Opgave 19: Computertijd

aantal uur computer per week		
	jongen	meisje
Aantal waarnemingen	24472	25599
Gemiddelde	14,8	13,7
Mediaan	12,0	11
Modus	10	10
Minimum	0	0
Maximum	70	70
Standaardafwijking	10,60	10,24
VARn	112,42	104,89
Eerste kwartiel	7,0	7,0
Derde kwartiel	20,0	19,0
Kwartielafstand	13,0	12,0

Tabel 7

Deze tabel bevat informatie over het aantal uur dat jongens respectievelijk meisjes per week voor een computer zitten.

a Onderzoek met behulp van de effectgrootte hoe groot het verschil is tussen jongens en meisjes in het aantal uur dat zij per week voor een computer zitten.

b Onderzoek hetzelfde verschil met behulp van een globale vergelijking van de boxplots.

c Onderzoek dit verschil ook met behulp van de formule voor de grenzen van de intervallen: $med \pm 1{,}5 \cdot \frac{IQR}{\sqrt{n}}$.

med is de mediaan, IQR is de interkwartielafstand, n is de steekproefomvang.

Vuistregel: als de intervallen niet overlappen dan is er verschil, bij overlap is er geen verschil.

Opgave 20: Tennissers

Van professionele tennisspelers worden gemiddelde percentages bijgehouden van succesvolle servicebeurten. Van twee jonge tennissers die al op een hoog niveau spelen zijn deze gemiddelden ook bekend:

- K heeft een gemiddelde van 61% met een standaardafwijking van 3,5%.
- R heeft een gemiddelde van 64,5% met een standaardafwijking van 3,8%.

De trainer wil weten of er een significant verschil is tussen het servicesucces van deze tennissers.

De genoemde percentages zijn op te vatten als populatiegemiddelden en -standaardafwijkingen: er zijn niet apart nog eens steekproeven getrokken. Dat betekent dat hier geen verschiltoets van gemiddelden op basis van steekproeven kan worden uitgevoerd.

a Neem aan dat beide standaardafwijkingen het resultaat zijn van een heel groot aantal metingen. Bepaal met een hypothesetoets het verschil tussen tennisser K en tennisser R met een significantieniveau van 10%.

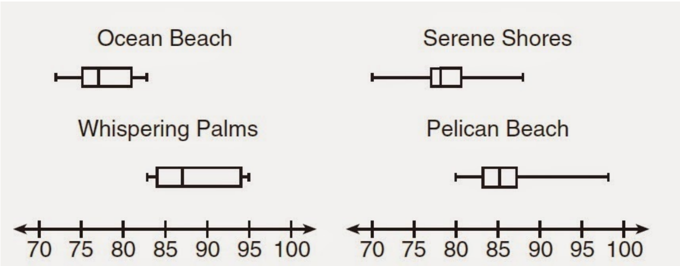
Stel dat de genoemde percentages afkomstig zijn van steekproeven van ieder 40 stuks.

b Toon met een berekening aan dat de conclusie dan anders zou zijn.

Testen

Opgave 21

Vier stranden zijn vergeleken voor een strandvakantie in juli. De hoogste temperaturen op de stranden zijn dagelijks gemeten en in een boxplot verwerkt. De temperaturen staan in graden Fahrenheit. 95 graden Fahrenheit is 35 graden Celsius en 70 graden Fahrenheit is 21,11 graden Celsius.



Figuur 6

Bron: http://www.mrburkemath.blogspot.nl/2015/05/january-2015-common-core-algebra.html

a Vergelijk de vier boxplots. Doe een uitspraak over elke van de vier bestemmingen en gebruik de begrippen mediaan, minimale en maximale temperatuur.

b Is er veel verschil tussen Ocean Beach en Serene Shores? En tussen Ocean Beach en Pelican Beach?

c Je zoekt een bestemming waar het vaak warm weer is en waar de kans op kil weer niet zo groot is. Welke van deze vier stranden voldoet daar het best aan? Motiveer je antwoord.

Opgave 22

De diameters van machinaal geproduceerde bouten en de bijbehorende moeren zijn normaal verdeeld: de diameter van de moer is normaal verdeeld met een gemiddelde van 8,10 mm en een standaarddeviatie van 0,05 mm. De diameter van de bout is normaal verdeeld met een gemiddelde van 8,05 mm en een standaardafwijking van 0,03 mm. De bouten passen in de moeren als het verschil in diameter van de moer en de bout minder dan 0,02 mm is. Er wordt regelmatig gecontroleerd of de machines die deze bouten en moeren maken niet moeten worden bijgesteld, omdat te veel moeren niet op de bouten passen. Wekelijks wordt een steekproef van 100 bouten en moeren getest.

a Waarom is hier sprake van een tweezijdige toets?

b Stel de nulhypothese en de alternatieve hypothese op.

c Welke standaardafwijking moet er worden gehanteerd? Waarom speelt nu ook de wortel-n-wet ($\sqrt{n}$-wet) een rol?

d Voer de toets uit met een significantieniveau van 5%. Bij welk gemiddelde verschil in de steekproef worden de machines bijgesteld?

Opgave 23

Een bepaald type ledlamp blijkt volgens een onderzoek uit 2015 door de fabrikant gemiddeld 34.300 uur mee te gaan met een bijbehorende standaardafwijking van 1200 uur.

Inmiddels heeft de fabrikant het productieproces van deze ledlampen verder verbeterd. Uit een nieuw onderzoek blijken deze ledlampen gemiddeld 35.200 uur mee te gaan met een standaardafwijking van 1200 uur.

a Waarom kun je nu zeggen dat het effect op de levensduur van deze ledlampen door het verbeteren van het fabricageproces niet groot is geweest?

b Bij welk gemiddelde in het nieuwe onderzoek was het effect wel groot geweest?

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: `f.spijkers@math4all.nl`

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij `a.f.otten@math4all.nl` een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.