4.5 Normaal of niet?

Inleiding

Als je de gewichten van zo'n 1000 aselect gekozen vrouwen uit de leeftijdsgroep van $20- < 30$ jaar meet, krijg je ongeveer een klokvormige frequentieverdeling. Maar mag je nu zeggen dat er sprake is van een normale kansverdeling?
Er bestaat normaal-waarschijnlijkheidspapier. Op dat papier wordt een cumulatief relatief frequentiepolygoon een rechte lijn als er van een normale kansverdeling sprake is. Met behulp van de vuistregels kun je vanaf dat papier dan het gemiddelde en de standaardafwijking aflezen.

Figuur 1

Als deze gegevens normaal verdeeld zijn, wil je ze wellicht vergelijken met de gegevens van een groep vrouwen uit een andere leeftijdsklasse die ook normaal verdeeld zijn maar met een ander gemiddelde en/of standaard afwijking. Dat kan o.a. door de gegevens van beide kansvariabelen te standaardiseren.

Je leert in dit onderwerp

- een cumulatief relatief frequentiepolygoon tekenen op normaal-waarschijnlijkheidspapier en bepalen of een frequentieverdeling normaal verdeeld is;
- wat standaardiseren is en wat de standaardnormale kansverdeling is;
- de z-waarde berekenen en toepassen bij het vergelijken van normale kansverdelingen.

Voorkennis

- werken met normale kansverdelingen;
- kansen berekenen bij normale kansverdelingen;
- grenswaarden terugzoeken bij normale kansen;
- een cumulatief frequentiepolygoon maken bij een frequentietabel of histogram.

Verkennen

Opgave V1

Bij een landelijk onderzoek zijn de gewichten bepaald van 1000 aselect gekozen volwassen vrouwen van $20- < 30$ jaar, zie tabel. De frequentieverdeling lijkt op die van een normale kansverdeling. Kun je nu zonder meer een normale kansverdeling als rekenmodel gebruiken voor deze groep vrouwen?

gewicht	frequentie
35-<40	10
40-<45	15
45-<50	25
50-<55	75
55-<60	75
60-<65	125
65-<70	150
70-<75	175
75-<80	150
80-<85	100
85-<90	50
90-<95	25
95-<100	15
100-<105	10

Figuur 2

a Ga na of deze frequentieverdeling voldoet aan de vuistregels voor een normale verdeling.

b Is het voldoen aan de vuistregels voldoende reden om te concluderen dat een normale verdeling een bruikbaar rekenmodel is?

Tijdens het onderzoek wordt ook de gewichten van vrouwen uit andere leeftijdsklassen verzameld.

De ene leeftijdsklasse kent net wat hogere gewichten dan de andere: bij de ene is b.v. gewichtsklasse $35- < 40$ leeg en zijn de twee extra klassen $105- < 110$ en $110- < 115$ benodigd.

c Vanwege ergonomische redenen willen de onderzoekers per leeftijdsklasse weten hoeveel standaardafwijkingen een gewicht van 78,5 kg afligt van het gemiddelde gewicht in die leeftijdsklasse.

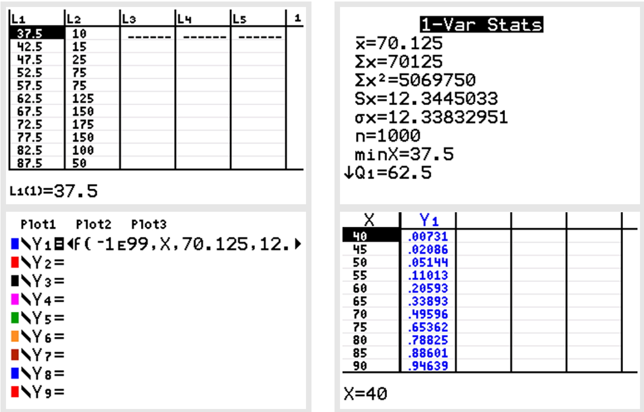
Hoe kunnen ze dat voor elkaar krijgen?

Uitleg 1

Bij een landelijk onderzoek zijn de gewichten bepaald van 1000 aselect gekozen volwassen vrouwen van 20– < 30 jaar, zie tabel. De frequentieverdeling lijkt op die van een normale verdeling met $\mu(L) = 70{,}125$ en $\sigma(L) = 12{,}338$. Kun je nu zonder meer een normale verdeling als rekenmodel gebruiken voor deze groep vrouwen?

gewicht	frequentie
35-<40	10
40-<45	15
45-<50	25
50-<55	75
55-<60	75
60-<65	125
65-<70	150
70-<75	175
75-<80	150
80-<85	100
85-<90	50
90-<95	25
95-<100	15
100-<105	10

Figuur 3



Figuur 4

Zet je op **normaal waarschijnlijkheidspapier** kansen van de vorm $\text{P}(L \leq 40 | \mu = 70{,}125 \text{ en } \sigma = 12{,}338)$ uit, dan krijg je een rechte lijn. Elke zuivere cumulatieve normale verdeling wordt op normaal waarschijnlijkheidspapier een rechte lijn.

Maak je van de gegeven frequentieverdeling een cumulatieve relatieve frequentieverdeling en zet je die uit op normaal waarschijnlijkheidspapier, dan zou je een rechte lijn moeten krijgen (je zet de cumulatieve relatieve frequenties uit tegen de rechter klassengrenzen). Je zult zien, dat de cumulatieve relatieve frequentieverdeling en de normale verdeling goed overeenkomen! Kennelijk zijn deze gewichten ongeveer normaal verdeeld!

Opgave 1

Bestudeer **Uitleg 1**. Neem (print) een aantal bladen normaal waarschijnlijkheidspapier. Ga uit van een normale verdeling met $\mu = 70{,}125$ en $\sigma = 12{,}338$.

a Teken op normaal waarschijnlijkheidspapier de waarden van $\text{P}(L \leq g)$ bij deze normale verdeling voor $g = 40, 45, 50, \ldots, 105$. Denk er om dat alle kansen als percentages moeten worden gegeven.

b Wordt je grafiek een rechte lijn?

c Waar in je figuur vind je μ terug? Kun je ook σ terugvinden?

Opgave 2

Neem nu de tabel met de werkelijke gewichten van de 1000 vrouwen.

a Maak hierbij een tabel met cumulatieve relatieve frequenties.

b Zet deze cumulatieve relatieve frequenties uit tegen de bovengrenzen van elke klasse op het normaal waarschijnlijkheidspapier waar de normale verdeling van de vorige opgave op staat.

c Verschilt je grafiek veel van de grafiek van de normale verdeling? Waarom moet je de bovengrenzen van de klassen gebruiken?

d Kun je concluderen dat de gewichten van deze 1000 vrouwen normaal zijn verdeeld?

Uitleg 2

Een groenteboer krijgt van twee boerderijen A en B peren aangeleverd. Hij heeft het idee dat het gewicht van de geleverde peren per boerderij verschilt. Hij wil van beide boerderijen steekproeven nemen om deze met elkaar te vergelijken, maar hun kisten met peren verschillen nogal in grootte, zie tabel.

	A	B
	grote kist	kleine kist
μ (kg)	61,5	28,9
σ (g)	208	106

Tabel 1

De kansvariabelen zijn G_A, het gewicht van een kist van boerderij A, en G_B, het gewicht van een kist van boerderij B.

Om eerlijk te vergelijken vermindert hij een gemeten gewicht eerst met het bijbehorende gemiddelde μ, waarna hij het resultaat deelt door de standaardafwijking σ. De waarde die daar uitrolt is de z-waarde $z = \frac{G - \mu}{\sigma}$ van het gemeten gewicht G.

Dit noem je ‘standaardiseren’. Beide normaalkrommen worden daarmee verschoven zodat hun top op de verticale as ligt. Alleen de standaardafwijking bepaalt dan de ‘breedte’ ervan. De z-waarde is daarom de hoeveelheid standaardafwijkingen die het gemeten gewicht afwijkt van het verwachte gewicht.

De groenteboer ontdekt dat meerdere kleine kisten een z-waarde van minder dan $-1{,}5$ hebben. Het gewicht van deze kisten is meer dan 1,5 standaardafwijking lager dan hun verwachte gewicht. De groenteboer begrijpt dat hij de gewichten van de kleine kisten van boerderij B nader moet onderzoeken.

Opgave 3

Bekijk in **Uitleg 2** wat onder standaardiseren van een normale verdeling wordt verstaan.

a Welke z-waarde heeft een grote kist met een gewicht van 62 kilo? Voldoet hij aan de 95%-norm?

b Hoeveel standaardafwijkingen meer of minder weegt een kleinere kist met een gewicht van 28,85 kilo dan de gemiddelde kleinere kist?

c Bereken in twee decimalen welk gewicht de kleinere kist met z-waarde $-1{,}5$ heeft.

Opgave 4

Bekijk weer **Uitleg 2**.

a Welke z-waarde krijgt een grote kist peren als hij precies het gemiddelde gewicht van 61,5 kg heeft?
Waarom geldt dit ook voor een kleine kist peren die zijn gemiddelde gewicht heeft?
Waarom kun je ze daarom eerlijk vergelijken?

b Reken voor een kleinere kist peren na dat kisten die een gewicht hebben dat precies één standaardafwijking meer is dan het gemiddelde, een z-waarde van 1 hebben.

Welke z-waarde hebben kisten die precies één standaardafwijking minder wegen dan het gemiddelde?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Zet je bij een normaal verdeelde kansvariabele X met verwachting $\mu(X)$ en standaardafwijking $\sigma(X)$ op **normaal-waarschijnlijkheidspapier** kansen van de vorm $P(X \leq g)$ uit tegen g, dan krijg je een rechte lijn. Elke zuivere cumulatieve normale kansverdeling wordt op normaal-waarschijnlijkheidspapier een rechte lijn. Zet daarbij de cumulatieve relatieve frequenties uit tegen de **bovengrenzen** van de klassen.

Vaak liggen op het normaal-waarschijnlijkheidspapier de punten van de cumulatieve relatieve frequentieverdeling niet precies op een rechte lijn. Trek dan een rechte lijn die zo goed mogelijk bij de

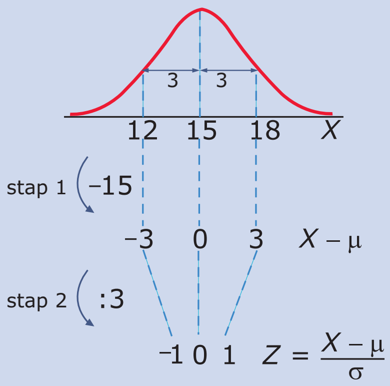
getekende punten past. Je benadert op die manier de frequentieverdeling door de normale kansverdeling die bij die lijn hoort.
Schat de verwachtingswaarde door af te lezen welk getal er bij 50% hoort.
Omdat één van de twee vuistregels zegt dat bij een normale verdeling 68% in het interval $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ ligt, is bij 84% de waarde van $\mu + \sigma$ af te lezen. Bepaal zo σ.

Is van twee verschillende kansvariabelen X en Y al bekend dat ze normaal verdeeld zijn met $\mu(X) \neq \mu(Y)$ en/of $\sigma(X) \neq \sigma(Y)$ en moeten steekproefwaarnemingen van beide variabelen met elkaar vergeleken worden, dan kun je beide kansvariabelen **standaardiseren**.

Zoals bekend hangt de vorm van de normaalkromme af van het gemiddelde μ en de standaardafwijking σ. Neem je $\mu = 0$ en $\sigma = 1$, dan krijg je de **standaard normaalkromme**.
Elke normaal verdeelde kansvariabele X is om te zetten naar de standaardnormaal verdeelde kansvariabele Z door van alle x-waarden het gemiddelde af te trekken en de figuur te versmallen door te delen door de standaardafwijking: $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$. Dit heet de **z-waarde**.

Er geldt: $\text{P}(X \leq x) = \text{P}\left(Z \leq \frac{x-\mu}{\sigma}\right)$.

Met behulp van z-waarden van twee verschillende kansvariabelen zijn steekproeven van deze twee variabelen met elkaar te vergelijken.



Figuur 5

Voorbeeld 1

Bekijk de tabel met de diameters (millimeter) van machinaal geproduceerde moeren. Ga na dat deze diameters normaal zijn verdeeld en bereken het gemiddelde en de standaardafwijking.

Antwoord

De grafische rekenmachine geeft $\overline{M} \approx 13{,}20$ en $\sigma(M) \approx 0{,}10$ waarin M de diameter van een moer voorstelt.

Op normaal-waarschijnlijkheidspapier verschillen de cumulatieve relatieve frequentieverdeling vanuit de tabel en de cumulatieve normale kansverdeling met $\mu(M) = 13{,}20$ en $\sigma(M) = 0{,}10$ vrijwel niet van elkaar. Maak beide op een blad normaal-waarschijnlijkheidspapier.

Conclusie: M is normaal verdeeld met $\mu(M) = 13{,}20$ en $\sigma(M) = 0{,}10$.

diameter	percentage
12,8-<12,9	0,1
12,9-<13,0	2,1
13,0-<13,1	13,6
13,1-<13,2	34,1
13,2-<13,3	34,0
13,3-<13,4	13,6
13,4-<13,5	2,0
13,5-<13,6	0,1

Figuur 6

Opgave 5

Bekijk de tabel met diameters van machinaal geproduceerde moeren in Voorbeeld 1.

a Reken het gemiddelde en de standaardafwijking na.

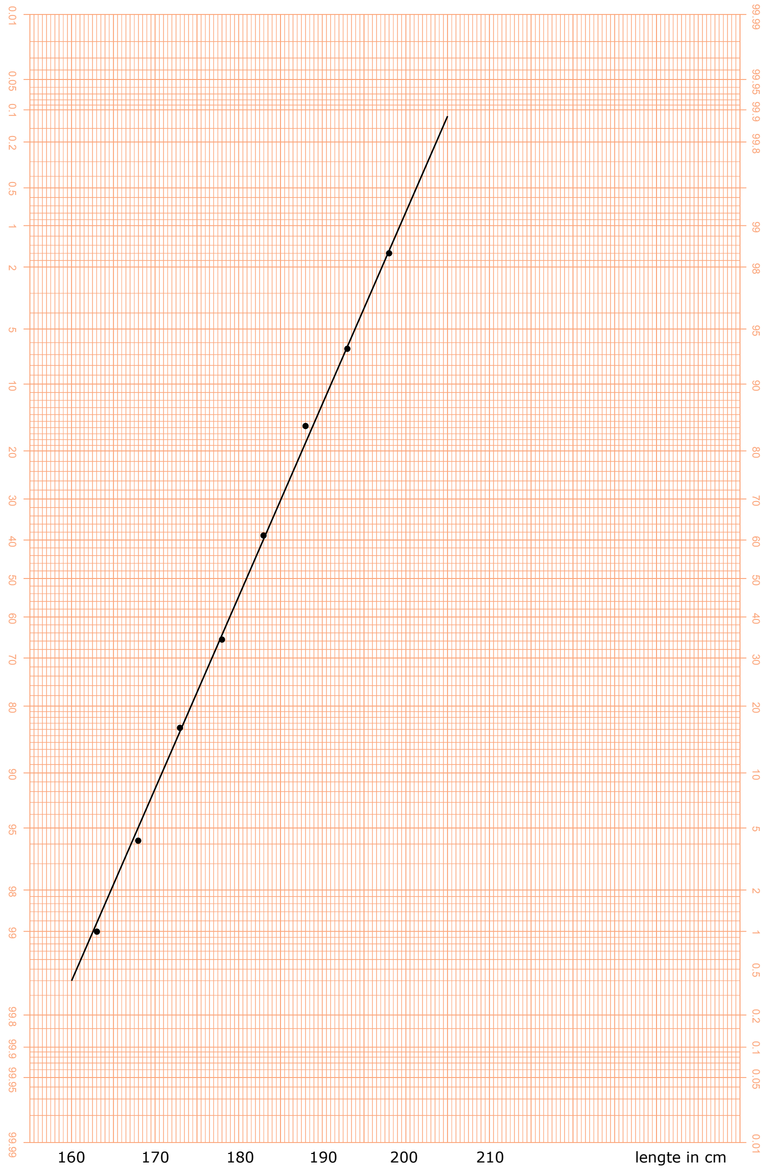
b Teken op normaal-waarschijnlijkheidspapier de cumulatieve normale verdeling bij dit gemiddelde en deze standaardafwijking.

c Teken op hetzelfde papier de cumulatieve relatieve frequentieverdeling van de moeren.

d Ga na dat de verdelingen van b en c redelijk goed overeenkomen.

Voorbeeld 2

De lengteverdeling van Nederlandse mannen boven de twintig jaar is bij benadering klokvormig. In deze figuur op normaal waarschijnlijkheidspapier zie je hoe deze kansverdeling wordt benaderd door een rechte lijn.
Bepaal vanuit de figuur het gemiddelde en de standaardafwijking van de lengte X van de Nederlandse man in centimeter.



Figuur 7

Antwoord

Op de lengteverdeling van Nederlandse mannen boven de twintig jaar zijn de lengtes bij 50% en 84% af te lezen:

- bij 50% zit de gemiddelde lengte van $\mu \approx 181$ cm.
- bij 84% zit volgens de vuistregels $\mu + \sigma \approx 189$ cm.

Dit geeft een gemiddelde van ongeveer 181 cm met een standaardafwijking van $189 - 181 = 8$ cm.

Opgave 6

Wanneer een cumulatieve relatieve frequentieverdeling op normaal-waarschijnlijkheidspapier vrijwel een rechte lijn oplevert, is er sprake van een normale kansverdeling. In **Voorbeeld 2** zie je hoe je dan het gemiddelde en de standaardafwijking van de kansverdeling uit de figuur afleest.
Ga na dat de in het voorbeeld vermelde waarden inderdaad correct zijn.

Opgave 7

In een fabriek worden kilopakken suiker machinaal gevuld. Volgens de Europese norm mag niet meer dan 2,5% van de pakken suiker minder dan 1000 gram bevatten. Gebruik het bestand **De vulgewichten van honderd pakken suiker**.

a Maak een tabel met cumulatieve relatieve frequenties van deze vulgewichten. Gebruik klassen met een klassenbreedte van 1 gram.

b Bereken het gemiddelde en de standaardafwijking van deze vulgewichten in één decimaal.

c Teken op normaal-waarschijnlijkheidspapier de cumulatieve relatieve frequentieverdeling.

d Zijn de vulgewichten (bij goede benadering) normaal verdeeld? Zo ja, trek dan de rechte lijn die hoort bij deze normale verdeling.

e Laat zien dat het gemiddelde vulgewicht en de bijbehorende standaardafwijking die je uit de figuur afleest, overeenkomen met de berekende waarden.

f Welke vulgewichten hebben de 10% zwaarste pakken suiker? Lees je antwoord uit de figuur af.

Voorbeeld 3

Bekijk de lengte in een groep zeventienjarige jongens en in een groep zeventienjarige meisjes. Bij de jongens is de gemiddelde lengte 180 centimeter en de standaardafwijking 7 centimeter. Bij de meisjes is de gemiddelde lengte 170 centimeter en de standaardafwijking 6 centimeter.
Een jongen en een meisje uit deze groepen krijgen verkering. Ze zijn beiden erg lang: de jongen 197 centimeter en het meisje 187 centimeter.
Wie is de grootste uitschieter in zijn of haar groep?

Antwoord

De jongen heeft een z-waarde van $\frac{197-180}{7} \approx 2{,}43$.

Het meisje heeft een z-waarde van $\frac{187-170}{6} \approx 2{,}83$.

Het meisje is de grootste uitschieter in haar groep: ze wijkt bijna drie standaardafwijkingen af van de gemiddelde meisjeslengte.

Opgave 8

Bij examens worden vaak z-waarden gebruikt. Uit een onderzoek blijkt dat de score van leerlingen bij het centraal schriftelijk eindexamen wiskunde A vwo in een bepaald jaar bij benadering normaal verdeeld was met gemiddeld 62 punten en een standaardafwijking van 13,7.

a Hoeveel procent van de leerlingen had dat jaar een onvoldoende (54 punten of minder)?

b Welke z-waarde hoort bij het behalen van 54 punten of minder?

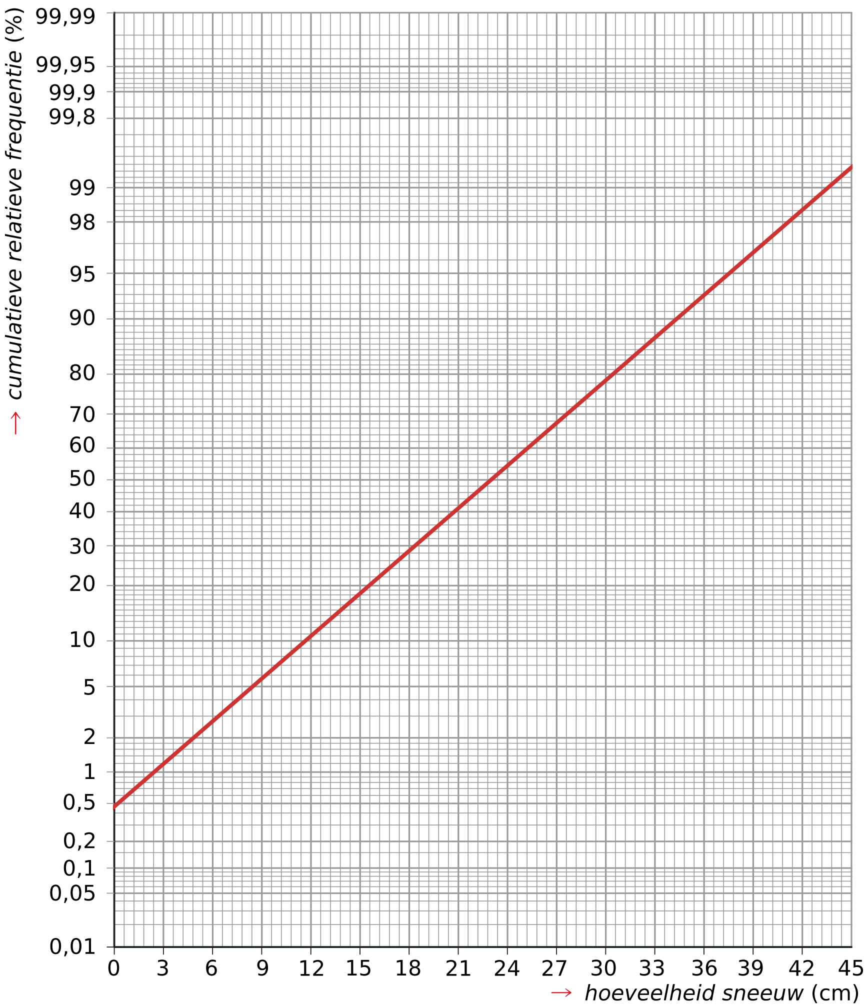
In het volgende jaar was de gemiddelde score 63 punten met een standaardafwijking van 14,5.

c Welke uitspraak kun je doen over het verschil tussen beide centraal schriftelijke eindexamens wat betreft de onvoldoendes voor wiskunde A vwo?

Verwerken

Opgave 9

In een noordelijk gelegen stad sneeuwt het in het winterseizoen regelmatig.
Van de hoeveelheid sneeuw die afgelopen winter per dag dat het sneeuwde viel, is een grafiek op normaal-waarschijnlijkheidspapier gemaakt.



Figuur 8

a Leg uit hoe je uit deze grafiek kunt aflezen hoeveel procent van de dagen dat het sneeuwde er meer dan 18 centimeter sneeuw per dag viel.

b Leg uit waarom de hoeveelheid sneeuw die per sneeuwdag viel normaal verdeeld is en bepaal de gemiddelde hoeveelheid sneeuw die per sneeuwdag viel. Bepaal ook de bijbehorende standaardafwijking.

Opgave 10

Amerikaanse schoenmaten van mannen liggen tussen de 5,5 (onze maat 38) en de 13,5 (onze maat 48). De gemiddelde Amerikaanse schoenmaat voor mannen is 11 (onze maat 45) met een standaardafwijking van 1,5.

schoenmaat	z-waarde
5,5	
6	
8,5	
10,25	
11	
12,5	
13,25	
13,5	

Tabel 2

a Bepaal de z-waarden van de Amerikaanse schoenmaten voor mannen in de tabel.

b Welke van de z-waarden kun je zonder berekening bepalen?

Welke van de z-waarden kun je met een hele simpele berekening bepalen, dus zonder de formule voor de z-waarde te gebruiken?

Licht je antwoord toe.

De reguliere schoenmaten lopen door tot maat 13,5 en deze schoenmaat heeft een z-waarde van net geen 2.

c Schat nu met behulp van de vuistregels van de normale verdeling minstens hoeveel procent van de Amerikaanse mannen zulke grote voeten heeft, dat hun schoenmaat zeker groter is dan 13,5.

d Een Amerikaanse man blijkt een schoenmaat te hebben met z-waarde 3.

Welke uitzonderlijke schoenmaat heeft deze man?

Opgave 11

Bekijk de tabel met de bloeddruk in mm Hg (millimeter kwikdruk) van een groep mannen en een groep vrouwen.

a Bereken van beide groepen de gemiddelde bloeddruk en de standaardafwijking van de bloeddruk.

b Welke klassenindeling is hier gehanteerd?

c Laat met behulp van normaal waarschijnlijkheidspapier zien dat de bloeddruk van de mannen niet normaal is verdeeld.

d Trek een rechte lijn die de verdeling zo goed mogelijk benadert. Doe dat en lees het gemiddelde en de standaardafwijking af die bij die lijn passen. Wijken de waarden veel af van de berekende waarden?

e Is de bloeddruk van de vrouwen wel normaal verdeeld?

Bloeddruk 150 personen in mm Hg		
	mannen	vrouwen
bloeddruk	frequentie	frequentie
105	2	1
110	4	3
115	6	5
120	16	15
125	15	12
130	6	6
135	7	7
140	7	7
145	7	8
150	2	5
155	1	3
160	1	2
165	1	1
	75	75

Figuur 9

Opgave 12

Statistische variabele X is normaal verdeeld met gemiddelde 12 en standaardafwijking 2.
Statistische variabele Y is normaal verdeeld met gemiddelde 18 en standaardafwijking 3.

a Schets voor beide statistische variabelen de normaalkrommen boven dezelfde horizontale as.

Beide statistische variabelen kun je omzetten naar de standaardnormale verdeling.

b Schets de normaalkromme bij de standaardnormale verdeling.

c Bereken met de standaardnormale verdeling de z-waarde van de 5% grootste waarden en gebruik deze z-waarde om voor zowel statistische variabele X als Y de grenswaarde van de grootste 5% te bepalen.

Voor de statistische variabele X geldt dat de kans dat een waarde kleiner is dan 9 gelijk is aan ongeveer 6,7%.

Je ziet vrij snel welke z-waarde het getal 9 heeft voor statistische variabele X. Met deze z-waarde kun je snel bepalen voor welke waarde y van statistische variabele Y geldt dat de kans dat een waarde kleiner is dan y ook gelijk is aan 6,7%.

d Bepaal y op de hier gesuggereerde manier (dus zonder de functies voor de normale verdeling op de grafische rekenmachine).

Opgave 13

De burgemeester van een kleine plaats in Nederland beweert dat het gemiddelde inkomen in zijn gemeente € 45000,00 is met een standaardafwijking van € 5500,00.
De rijksoverheid neemt een steekproef van 73 gezinnen. Het blijkt dat het gemiddelde inkomen in de steekproef € 38000,00 is.

a Bereken de z-waarde van het steekproefresultaat.

b Gebruik de gevonden z-waarde om te beantwoorden hoe waarschijnlijk je de bewering van de burgemeester over het gemiddelde inkomen in zijn gemeente vindt.

Ga ervan uit dat het inkomen van de inwoners van deze plaats normaal is verdeeld, wat heel bijzonder is. Ga uit van de door de burgemeester genoemde gegevens.

Familie Van Veelen heeft een inkomen van € 59550,00 en is van plan naar deze plaats te verhuizen.

c Gebruik de z-waarde van het inkomen van de familie Van Veelen om in te schatten of de kans dat er al inwoners zijn die € 59550,00 of meer verdienen groter zal zijn dan nul.

Toepassen

Opgave 14: Vogels die voedsel zoeken

Vogels die hun voedsel in bomen en struiken zoeken, doen dat vaak bij voorkeur op een specifieke hoogte. Gedurende een winter zijn in een bos voedselzoekende vogels geobserveerd. In de tabel staat de verdeling over verschillende hoogtes van 400 waarnemingen bij pimpelmezen.

hoogte (meter)	< 1,5	1,5 – 3	3 – 5	5 – 7	7 – 10	10 – 15	> 15
aantal waarnemingen	24	26	51	72	122	92	13

Tabel 3

Toon met behulp van normaal-waarschijnlijkheidspapier aan dat de waargenomen hoogtes bij benadering normaal verdeeld zijn. Lees uit de tekening af hoe groot het gemiddelde en de standaardafwijking van deze verdeling zijn. Geef beide antwoorden in decimeter. Licht je werkwijze toe.

(naar: examen vwo wiskunde A in 2002, eerste tijdvak)

Opgave 15: Taaltoets en rekentoets

Marieke moet zowel een taaltoets als een rekentoets maken om voor haar vervolgstudie in aanmerking te komen. Bij de taaltoets haalt ze 62 punten en voor de rekentoets haalt ze 70 punten.
De scores voor de taaltoets zijn normaal verdeeld met een gemiddelde score van 55 punten en een standaardafwijking van 8 punten. De scores voor de rekentoets zijn ook normaal verdeeld met een gemiddelde van 55 punten en een standaardafwijking van 14 punten.

Je ziet dat Marieke bovengemiddeld gescoord heeft. Welke toets heeft zij het beste gemaakt?

Beantwoord deze vraag op (minimaal) drie manieren:

1. met behulp van z-waarden
2. met behulp van grafieken op een blad normaal-waarschijnlijkheidspapier
3. op (een) andere, zelf te bedenken manier(-en)

Testen

Opgave 16

Hierin zie je een tabel met kniehoogtes in cm van 5001 vrouwen uit het onderzoek in 1947 van Freudenthal en Sittig in opdracht van De Bijenkorf.

a Bereken de gemiddelde kniehoogte en de standaarddeviatie.

b Teken op normaal-waarschijnlijkheidspapier de bijbehorende cumulatieve relatieve frequentieverdeling.

c Ga na, dat de gemiddelde kniehoogte en de standaardafwijking die je uit de figuur kunt aflezen overeen komen met de berekende waarden.

d Zijn de kniehoogtes bij benadering normaal verdeeld?

e 60% van de kniehoogtes zit tussen $\mu – a$ en $\mu + a$. Hoe groot is a? Lees je antwoord uit de figuur af.

f Welke minimale lengte hebben de 15% grootste kniehoogtes? Lees je antwoord uit de figuur af.

Statistisch onderzoek 1947
De Bijenkorf - Amsterdam
5001 vrouwen met leeftijd > 18 jr.

mouw-lengte	frequentie		knie-hoogte	frequentie
49	3		34	1
50	11		35	3
51	22		36	19
52	53		37	34
53	89		38	76
54	163		39	178
55	250		40	313
56	405		41	495
57	519		42	632
58	660		43	738
59	578		44	675
60	653		45	665
61	560		46	466
62	421		47	343
63	260		48	195
64	159		49	88
65	106		50	45
66	52		51	18
67	18		52	12
68	15		53	2
69	3		54	3
70	0			5001
71	1			
	5001			

Figuur 10

Opgave 17

Literpakken melk worden machinaal gevuld. Een oude vulmachine geeft een inhoud die normaal is verdeeld met een gemiddelde van 1,010 liter en een standaardafwijking van 0,006 liter. De nieuwe vulmachine staat ingesteld op het gieten van gemiddeld 1,005 liter melk in zo'n pak met een standaardafwijking van 0,002 liter. Ook dit vulvolume is normaal verdeeld.

Een literpak met een inhoud van minder dan 1 L bevat te weinig melk.

a Welk van beide machines geeft de minste literpakken die te weinig melk bevatten?

b Laat met behulp van z-waarden zien, welke van beide vulmachines te vaak pakken met te weinig melk geeft.

Practicum

Hier vind je een **leeg blad normaal-waarschijnlijkheidspapier** in drie kleuren.

- **normaal waarschijnlijkheidspapier (paars)**
- **normaal waarschijnlijkheidspapier (oranje)**
- **normaal waarschijnlijkheidspapier (grijs)**

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: `f.spijkers@math4all.nl`

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij `a.f.otten@math4all.nl` een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.