2.1 Kansen

Inleiding

Elk vlakje van een zuivere dobbelsteen komt gemiddeld genomen ongeveer even vaak boven te liggen als je er vaak mee gooit. In de praktijk blijkt dat dit bij steeds meer herhalingen steeds beter gaat kloppen.
Omdat een dobbelsteen 6 vlakken kent, zeg je dat de kans dat één van die vlakken boven komt 1 op de 6 is. Het is gebruikelijk om dit als breuk te schrijven en te zeggen dat de kans op het gooien van bijvoorbeeld 4 ogen met een zuivere dobbelsteen $\frac{1}{6}$ is.

Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- wat experimentele en theoretische kansen zijn, hoe je ze berekent en hoe je ze noteert;
- wat een kansexperiment en een gebeurtenis zijn;
- dat je en hoe je een kansexperiment kunt simuleren;
- de wet van de grote aantallen.

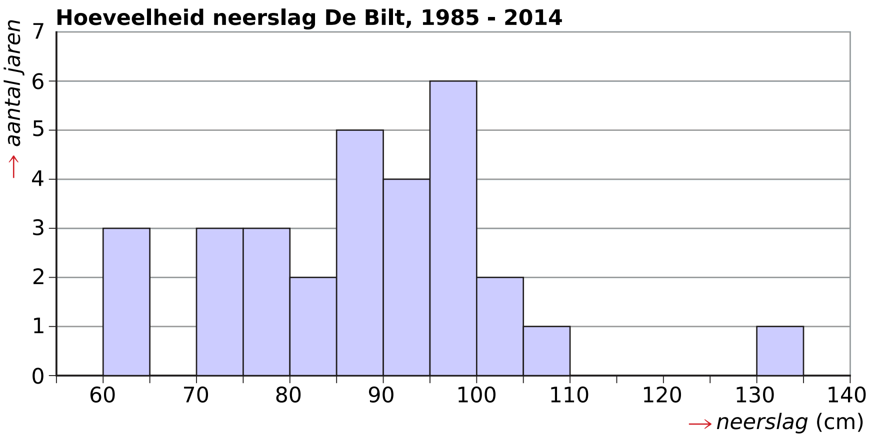
Voorkennis

- statistische kennis: frequentieverdelingen, relatieve en absolute frequenties, frequentiepolygonen, histogrammen;
- mogelijkheden tellen met permutaties en combinaties (combinatoriek);
- rekenen met percentages en breuken.

Verkennen

Opgave V1

Jaarlijks wordt de hoeveelheid neerslag in De Bilt geregistreerd. Van de resultaten in de jaren 1985 t/m 2014 is een frequentieverdeling gemaakt: zie bijbehorend histogram.
Neem aan dat het neerslagpatroon sindsdien niet is gewijzigd.

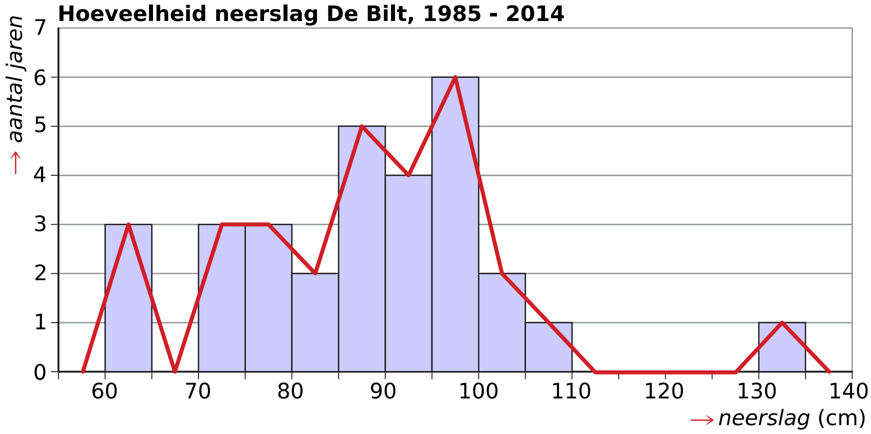


Figuur 2

a Hoe groot is de kans dat in het komend jaar meer dan 1 meter neerslag valt in De Bilt?

b Hoe groot is de kans dat er tussen de 9 dm en 1 meter neerslag valt?

Van deze frequentieverdeling kun je ook de frequentiepolygoon tekenen.



Figuur 3

c Leg uit dat de oppervlakte onder de polygoon even groot is als de totale oppervlakte van het histogram (dus 30).

d Bereken de bij a gevraagde kans vanuit de polygoon en vergelijk beide uitkomsten.

Uitleg

Een kans is een getal tussen 0 en 1 of een percentage tussen 0% en 100%.

Er zijn drie manieren om kansen te bepalen: proberen, redeneren en simuleren.

Zo kun je bijvoorbeeld de kans bepalen op het gooien van 5 ogen met een eerlijke dobbelsteen.

- Proberen: 600 keer met een dobbelsteen werpen en kijken hoe vaak 5 ogen boven komt. De kans is de relatieve frequentie van die gebeurtenis: komt er 86 keer 5 ogen boven dan is de kans $\frac{86}{600}$.
- Redeneren: Elk vlakje van de dobbelsteen heeft een even grote kans om boven te komen. Er zijn zes mogelijke uitkomsten (1, 2, 3, 4, 5, 6 ogen) en er is één gunstige uitkomst (5 ogen). De kans is daarom $\frac{1}{6}$.
- Simuleren: Je genereert met de computer of de grafische rekenmachine 600 toevalsgetallen vanaf 1 tot en met 6 en je telt het aantal keren dat je 5 ogen krijgt.

Bij proberen en simuleren krijg je een experimentele kans, bij redeneren een theoretische kans. Als een experiment vaak wordt herhaald, wordt de (experimentele) kans ongeveer gelijk aan de theoretische kans. Dit principe heet 'de wet van de grote aantallen'.

Opgave 1

Bekijk de **Uitleg**.

a Gooi zelf minstens dertig keer met een dobbelsteen en houd bij hoe vaak je 5 ogen gooide en hoe vaak je in totaal gooide.

b Bereken de relatieve frequentie van de gebeurtenis: 5 ogen.

Opgave 2

Lees in de **Uitleg** hoe kansen door experimenteren kunnen worden bepaald.

a Hoe bepaal je de experimentele kans op 4 ogen bij 600 keer werpen met een dobbelsteen?

b Hoe groot schat je die kans bij 6000 keer werpen?

c Hoe groot is de theoretische kans op het gooien van 4 ogen met deze dobbelsteen?

d Wat betekent de wet van de grote aantallen in dit geval, denk je?

Opgave 3

Iemand vraagt zich af hoe groot de kans is dat een punaise, als hij valt, met de punt naar boven komt te liggen.

a Hoe kun je een benadering krijgen van deze kans?

b Zou je die kans nauwkeuriger kunnen bepalen? Zo ja, hoe dan?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Als je gooit met een eerlijke dobbelsteen zijn de (mogelijke) **uitkomsten** 1, 2, 3, 4, 5 en 6. Als je wilt weten hoe groot de kans is dat er 5 ogen boven komen, ga je **kansrekenen**.

De **kans** op een **gebeurtenis** zoals bijvoorbeeld ‘5 ogen gooien met een dobbelsteen’, kun je op drie manieren berekenen.

- Proberen: Vaak met een echte dobbelsteen gooien. Je voert dan een **kansexperiment** uit.
  De **experimentele kans** op een gebeurtenis is:
  $\frac{\text{aantal keren dat die gebeurtenis optreedt}}{\text{aantal herhalingen van het kansexperiment}}$
- Simuleren: Het kansexperiment simuleren (nabootsen) met de computer of de grafische rekenmachine.
- Redeneren: Als je te maken hebt met een situatie waarin alle uitkomsten een even grote kans hebben, kun je de **theoretische kans** beredeneren.
  De theoretische kans is: $\frac{\text{het aantal gunstige uitkomsten}}{\text{het totaal aantal uitkomsten}}$

  De theoretische kans op ‘5 ogen gooien met een dobbelsteen’ schrijf je als: $\text{P}(X = 5) = \frac{1}{6}$.

De experimentele kans en de theoretische kans zullen steeds minder van elkaar gaan verschillen naarmate het experiment vaker wordt uitgevoerd. Dit heet de **wet van de grote aantallen**.

Voorbeeld 1

Als je bijvoorbeeld de kans wilt uitrekenen dat bij het werpen met een dobbelsteen het vlakje met 5 ogen bovenkomt, kun je enkele honderden keren of meer met een dobbelsteen gooien en proefondervindelijk vaststellen welk vlakje bovenkomt. Je voert dan hetzelfde kansexperiment heel vaak uit.

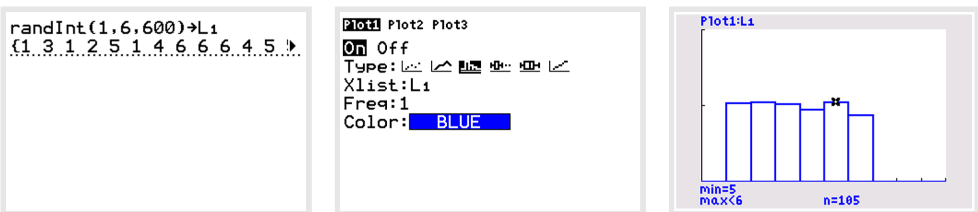
uitkomst X	1	2	3	4	5	6
na 600 keer werpen	103	101	96	98	98	104
na 6000 keer werpen	1003	991	1005	997	1003	1001

Tabel 1

Na 600 keer werpen kwam 5 ogen 98 keer voor. De kans op 5 ogen kun je daarom benaderen door $\frac{98}{600} \approx 0{,}163$. Na 6000 worpen is deze benadering $\frac{1003}{6000} \approx 0{,}167$.

De laatste schatting is betrouwbaarder omdat er meer experimenten zijn gedaan.

Zo'n experiment kun je ook nabootsen met de random-functie (‘random’ is Engels voor willekeurig) van de grafische rekenmachine. Bekijk het **Practicum**.



Figuur 4

Het staafdiagram geeft de aantallen gebeurtenissen bij 600 keer werpen met een dobbelsteen weer. Het is gemaakt door te **simuleren**, een kansexperiment na te bootsen met de grafische rekenmachine. De (gesimuleerde) kans op 5 ogen is hier $\frac{105}{600}$.

Deze kans schrijf je als: $P(X = 5) = \frac{105}{600}$.

Opgave 4

Met een dobbelstenensimulator (zie het **Practicum**) kun je het werpen met één of met twee dobbelstenen naspelen zonder echt over dobbelstenen te beschikken. Maar je kunt natuurlijk ook gewoon met dobbelstenen werpen.

a Werp honderd keer met een dobbelsteen en houd bij hoe vaak je 1, 2, 3, 4, 5, of 6 ogen krijgt. Welke experimentele kans op 6 ogen vind je?

b Werp honderd keer met twee dobbelstenen en houd bij hoe vaak je 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, of 12 ogen krijgt. Welke experimentele kans op 7 ogen vind je?

c Is bij jou de experimentele kans op 7 ogen ook groter dan die op 10 ogen?

d Kun je beredeneren met de wet van de grote aantallen waarom dit (ook als het bij jou niet klopt) toch het geval is?

Opgave 5

Ook met toevalsgetallen op de grafische rekenmachine kun je het werpen met een dobbelsteen simuleren. Bekijk het **Practicum**.

a Welke mogelijke getallen krijg je als je gebruikmaakt van de integer-functie?

b Wat moet je doen om de getallen 1 tot en met 6 in beeld te krijgen?

c Leg nu uit hoe je het werpen met een dobbelsteen kunt simuleren met de grafische rekenmachine.

d Simuleer 600 worpen met een dobbelsteen en geef de resultaten weer in een staafdiagram.

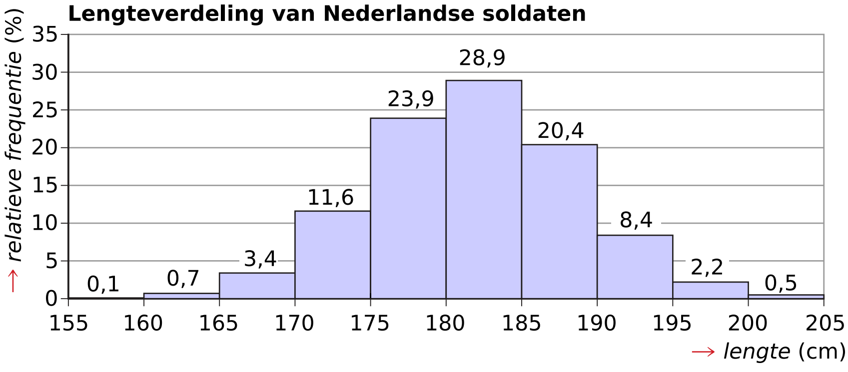
e Hoe groot schat je de experimentele kans op 5 ogen?

Je kunt ook het werpen met twee dobbelstenen simuleren met de grafische rekenmachine.

f Leg uit hoe dat gaat en maak ook nu een staafdiagram van de uitkomsten van 600 worpen met twee dobbelstenen. Hoe groot schat je de experimentele kans op 5 ogen bij het werpen met twee dobbelstenen?

Voorbeeld 2

Bekijk de relatieve frequenties van de lichaamslengtes van 500 mannelijke Nederlandse soldaten. Een fabrikant van truien voor het leger maakt deze in een aantal maten. De maat S (small) bijvoorbeeld is bedoeld voor mannelijke soldaten tot 175 cm lengte.
Welk deel van zijn truien produceert de fabrikant in maat S als hij dit diagram ziet?



Figuur 5

Antwoord

Met behulp van dit diagram ziet de fabrikant dat 15,8% van de gemeten soldaten maat S heeft. Hij kan dit volgens de experimentele wet van de grote aantallen opvatten als de kans dat een willekeurige mannelijke Nederlandse soldaat die maat heeft. Het is dus een schatting van het percentage truien van maat S dat hij zou moeten laten maken.

Opgave 6

Bekijk **Voorbeeld 2**. Je ziet het staafdiagram met de lengteverdeling van 500 Nederlandse soldaten. De fabrikant van truien voor het leger heeft ook de maten medium (M) voor soldaten vanaf 1,75 m tot 1,90 m en large (L) voor soldaten vanaf 1,90 m.

a Hoe groot schat je de kans dat een Nederlandse soldaat een trui van maat M nodig heeft?

b Hoe groot schat je de kans dat een Nederlandse soldaat een trui van maat L nodig heeft?

c De fabrikant bepaalt op grond van deze experimentele kansen hoeveel truien hij van elke maat zal maken als er een grote bestelling binnenkomt. Maar hij krijgt te horen dat maat L niet bevalt: voor soldaten van meer dan 2,00 m lengte zijn deze truien te klein. Hij besluit een maat XL voor deze soldaten in te voeren. Hoeveel procent van zijn truien zal hij in maat XL laten produceren?

Opgave 7

De tabel geeft informatie over het voor komen van kleurenblindheid.

	man	vrouw	totaal
kleurenblind	479	58	537
niet kleurenblind	5226	4237	9463
totaal	5705	4295	10000

Tabel 2

a Je komt een man uit deze groep tegen en wilt de kans schatten dat hij kleurenblind is.
Welk getal beschouw je dan als 'aantal herhalingen van het kansexperiment' en welk getal als 'aantal keren dat die gebeurtenis voorkomt'? Hoe groot is die kans dus? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

b Hoe groot is de kans dat de volgende persoon die je tegenkomt een kleurenblinde man is? Licht toe waarom het antwoord op deze vraag verschilt van dat op de vorige vraag.

Voorbeeld 3

Hoe zit het met de mogelijke kansen als je met één dobbelsteen werpt? Maak een overzicht. Hoe groot is de kans dat je meer dan 4 ogen gooit?

Hoe zit het met de mogelijke kansen als je met twee dobbelstenen werpt? Maak ook nu een overzicht. Hoe groot is de kans dat je meer dan 8 ogen gooit?

Antwoord

Noem het aantal ogen op de dobbelsteen X. Bij een zuivere dobbelsteen met op de zijvlakken de getallen 1 tot en met 6 kan de gebeurtenis $X = 7$ zich niet voordoen. De kans dat je na eenmaal werpen een 7 gooit, is nul: $\text{P}(X = 7) = 0$. Zo is ook: $\text{P}(X = 0) = 0$.

Bij een zuivere dobbelsteen neem je aan dat elk vlakje een even grote kans heeft om boven te komen. Dus elk van de zes mogelijke aantallen ogen is even waarschijnlijk:

$\text{P}(X = 1) = \text{P}(X = 2) = \text{P}(X = 3) = \text{P}(X = 4) = \text{P}(X = 5) = \text{P}(X = 6) = \frac{1}{6}$

Meer dan 4 ogen gooi je als: $X = 5$ of $X = 6$. Als gunstige uitkomsten heb je: 5 en 6 ogen. Het aantal gunstige uitkomsten is twee. Als mogelijke uitkomsten heb je 1, 2, 3, 4, 5 en 6 ogen. Het totaal aantal uitkomsten is zes. De kans dat de uitkomst bij één worp meer dan 4 ogen is, is twee op zes:

$\text{P}(X = 5 \vee X = 6) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Bij het gooien met twee dobbelstenen is het aantal ogen dat in totaal boven kan komen 2, 3, 4, ..., 11, 12. Dat zijn elf mogelijke uitkomsten. Die zijn echter niet allemaal even waarschijnlijk.

Bij elke uitkomst voor de ene dobbelsteen zijn er zes mogelijke uitkomsten voor de andere; dat geeft in totaal 36 mogelijkheden. Neem X voor het aantal ogen op de ene dobbelsteen en Y voor het aantal ogen op de andere. In de figuur zie je alle 36 mogelijkheden voor $X+Y$, het totaal aantal ogen per worp. Er is maar één manier om 2 te gooien, maar er zijn wel zes mogelijkheden voor de uitkomst 7.

Y \ X	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Figuur 6

Het aantal gunstige uitkomsten voor een totaal van 8 ogen is vijf.

De kans dat het totaal aantal ogen 8 is, is $\text{P}(X+Y=8)=\frac{5}{36}$.

De kans op meer dan 8 ogen is $\text{P}(X+Y>8)=\frac{10}{36}$.

Opgave 8

Stel je voor dat je met twee dobbelstenen gooit en let op het aantal ogen dat boven komt. Het aantal ogen op de ene steen stellen we voor door X, dat op de andere steen door Y. Dus $X+Y$ is het totaal aantal ogen dat bovenkomt. Een overzicht van alle mogelijkheden vind je in **Voorbeeld 3**.

a Hoeveel mogelijkheden zijn er in totaal?

b Voor hoeveel mogelijkheden geldt: $X+Y=5$?

c Hoe groot is dus $\text{P}(X+Y=5)$?

d Hoe groot is $\text{P}(X+Y=7)$?

e Schrijf met behulp van de symbolen P, X en Y de kans op minstens 9 ogen op. Hoe groot is die kans?

Opgave 9

In **Voorbeeld 1** zie je hoe je kansen beredeneert bij het werpen met één dobbelsteen. X stelt het aantal ogen op de dobbelsteen voor.

a Bereken $\text{P}(X \leq 4)$.

b Bereken $\text{P}(X \text{ is oneven})$.

c Bereken de kans op minstens 2 ogen.

Opgave 10

Je hebt een vaas met vier rode en zes witte balletjes. De vaas wordt goed geschud. Jan haalt één balletje uit de vaas zonder te kijken. Hij zegt dat hij een kans van $\frac{1}{2}$ heeft dat het een rood balletje is: er zijn immers twee kleuren, ‘rood’ en ‘wit’, en het balletje heeft één van die twee kleuren.

Waarom is die redenering fout? Hoe groot is de kans op een rood balletje wel?

Voorbeeld 4

Ook bij het delen van speelkaarten spelen kansen een grote rol. Een normaal kaartspel telt 52 kaarten. Er zijn vier 'kleuren': harten, schoppen, ruiten en klaveren. Als het delen van kaarten eerlijk gebeurt, is er sprake van een aselecte trekking. Hoe groot is daarbij de kans dat je bij trekking van één kaart een aas krijgt? Hoe groot is de kans dat het hartenaas is?

Antwoord

De kans op een aas is $\text{P}(\text{aas}) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

De kans op hartenaas is $\text{P}(\text{hartenaas}) = \frac{1}{52}$.

Opgave 11

Bekijk **Voorbeeld 4**. Stel je voor dat je aselect één kaart uit een goed geschud spel van 52 kaarten trekt.

a Hoe groot is de kans op een ruitenkaart?

b Hoe groot is de kans op een plaatje?

c Wat is de kans op een schoppentien?

Opgave 12

Welke van de volgende kansen kun je door redeneren bepalen? Bereken zo mogelijk de grootte van die kans, of geef aan hoe deze te bepalen is.

a De kans dat je in december minstens één keer te laat komt op school.

b De kans om een meerkeuzevraag met vier keuzemogelijkheden bij toeval goed te beantwoorden.

c De kans dat de eerstvolgende baby die wordt geboren een jongen is.

d De kans dat de eerstvolgende baby die wordt geboren in een gezin met al drie jongens weer een jongen is.

e De kans dat het morgen zes uur regent.

f Je werpt met een dobbelsteen in de vorm van een regelmatig achtvlak met vier rode, twee witte en twee blauwe zijvlakken. Wat is de kans dat bij het werpen met zo'n dobbelsteen, deze op een rood zijvlak komt te liggen?

Verwerken

Opgave 13

In welke van de volgende gevallen kun je de kans bepalen door een simulatie met de grafische rekenmachine? Licht ook steeds toe waarom.

a De kans op 'zes' bij het werpen met twee dobbelstenen.

b De kans op 'zes' bij het werpen met een dobbelsteen die aan één kant zwaarder is.

c De kans op 'zes' bij het werpen met een dobbelsteen waar op de zijvlakken 1, 1, 3, 4, 4 en 6 stippen voorkomen.

Opgave 14

Je hebt een ondoorzichtige doos met daarin tien gekleurde balletjes, zeven groene en drie gele. De groene balletjes zijn genummerd 1 tot en met 7, de gele 1 tot en met 3.
Je schudt die doos en haalt er zonder te kijken één balletje uit.

a Hoe groot is de kans dat het een geel balletje is?

b Hoe groot is de kans dat het een balletje met nummer 1 is?

c Hoe groot is de kans dat het balletje nummer 4 heeft?

d Hoe groot is de kans dat het een groen balletje met een nummer hoger dan 3 is?

Opgave 15

Je werpt met twee dobbelstenen en let op het aantal ogen dat boven komt.

a Hoe groot is de kans dat er 7 ogen boven komen te liggen?

b Hoe groot is de kans op hoogstens 7 ogen?

c Hoe groot is de kans op meer dan 11 ogen?

d Hoe groot is de kans op een even aantal ogen?

Opgave 16

Twee spelers A en B spelen een spel. Beiden hebben lucifers waarvan ze er (zonder dat aan elkaar te laten zien) 0, 1 of 2 in de hand nemen, die ze vervolgens dichtgeknepen voor zich op tafel leggen. Tegelijk laten ze elkaar zien hoeveel lucifers ze in de hand hebben. A wint als beide aantallen lucifers precies één verschillen, anders wint B. Ga ervan uit dat het aantal lucifers dat de spelers in de hand nemen uitsluitend van het toeval afhangt.

a Geef in een boomdiagram alle mogelijkheden van het spel weer. Geef ook aan wanneer A wint.

b Hoe zou je dit spel kunnen simuleren met toevalsgetallen?

c Denk je dat dit spel eerlijk is? Met andere woorden hebben A en B een gelijke kans om te winnen?

Opgave 17

Bij een voetbaltoernooi wordt aan het begin van elke wedstrijd getost met een munt om te bepalen welke ploeg mag aftrappen. Tijdens dit toernooi speelt Cambuur vier wedstrijden.

a Hoe groot is de kans dat Cambuur bij de eerste wedstrijd de toss wint en mag aftrappen?

b Hoe groot is de kans dat Cambuur alle vier de wedstrijden mag aftrappen?

c Hoe groot is de kans dat Cambuur minstens drie keer mag aftrappen?

Opgave 18

levensduur	*aantal*	*levensduur*	*aantal*
950– < 1050	4	1550– < 1650	53
1050– < 1150	9	1650– < 1750	37
1150– < 1250	19	1750– < 1850	20
1250– < 1350	36	1850– < 1950	9
1350– < 1450	51	1950– < 2050	3
1450– < 1550	58	2050– < 2150	1

Tabel 3

Een fabrikant heeft steekproefsgewijs de levensduur van zijn lampen onderzocht. Je ziet de gegevens weergegeven in een tabel. Ga ervan uit dat de gegevens uit de steekproef maatgevend zijn voor alle lampen van deze fabrikant.

a Maak een histogram met de relatieve frequenties van de levensduur.

b Hoe groot schat je de kans dat een lamp niet meer dan 1250 uur brandt?

c Waarom zou deze kans met grotere zekerheid kunnen worden berekend als er niet 300 maar 30000 lampen in de steekproef hadden gezeten?

d Schat de kans dat de levensduur van een lamp meer dan 10% afwijkt van de gemiddelde levensduur van circa 1500 uur.

Toepassen

Opgave 19: Loterij

Er wordt een loterij gehouden. De loten hebben nummers 000 tot en met 999. Alle loten zijn verkocht. Op volkomen aselecte wijze wordt een lotnummer getrokken. Daarop valt de tweede prijs.

a Jij hebt het nummer 113. Hoe groot is de kans dat je die prijs hebt?

b Je vriendin zegt dat ze een even lotnummer heeft. Hoe groot is de kans dat zij de tweede prijs heeft?

c Hoe groot is de kans dat er een even lotnummer wordt getrokken?

d Waarom zijn de kansen bij b en c verschillend?

De tweede prijs is gevallen op lotnummer 771. Hierna wordt de eerste prijs getrokken, nummer 771 doet niet meer mee.

e Hoe groot is nu jouw kans op de eerste prijs?

f Hoe groot is nu de kans dat er een even lotnummer wordt getrokken?

Opgave 20: Schoolexamen en Centraal Examen

	SE				
CE	4	5	6	7	8
5	10	11	8	3	0
6	5	5	14	13	4
7	0	2	7	12	6

Tabel 4

In deze tabel worden de resultaten van het schoolexamen (SE) en het centraal examen (CE) van een bepaalde school vergeleken. De getallen zijn percentages die zijn ontstaan uit gemiddelden over vele jaren.

a Leg uit waarom je de percentages in deze tabel kunt gebruiken als redelijk realistische kansen.

b Hoe groot is de kans dat iemand die op het SE een 5 scoort, op het CE een voldoende haalt?

c Hoe groot is de kans dat iemand op het CE beter scoort dan op het SE?

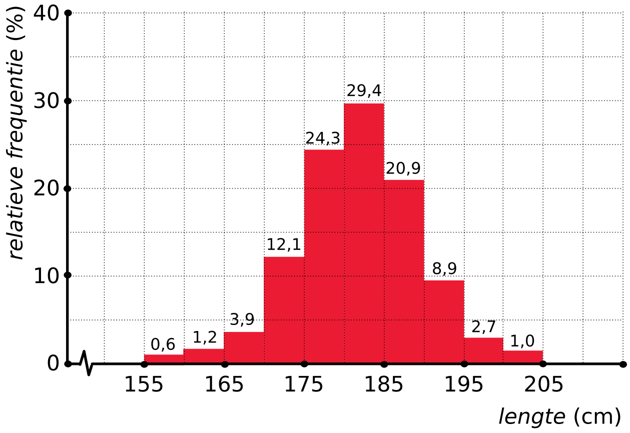
d Bedenk een methode om, met behulp van simulatie op de grafische rekenmachine, de uitslag van een eindexamenkandidaat voor SE en CE op basis van deze tabel voor komend jaar te voorspellen.

Beschrijf alle voorwaarden die nodig zijn en alle stappen die uitgevoerd moeten worden.

Testen

Opgave 21

Dit staafdiagram laat de relatieve frequenties zien van de lichaamslengten van 500 mannelijke soldaten.



Figuur 7

Een fabrikant van legertruien gaat ervan uit dat deze relatieve frequenties opgaan voor alle mannelijke soldaten in Nederland. Hij maakt truien in drie maten:

- S (small) voor soldaten tot 180 cm;
- M (medium) voor soldaten van 180 cm tot 190 cm;
- L (large) voor soldaten vanaf 190 cm.

a Een soldaat krijgt een nieuwe trui. Hoe groot is de kans dat hij een trui van maat S moet hebben?

b Bereken ook voor de andere twee maten de kans dat een trui van die maat nodig is.

c De commandant van een legerplaats bestelt 300 truien. Hoeveel van elke maat kan hij het beste kopen?

Opgave 22

Je trekt aselect een kaart uit een volledig kaartspel (52 kaarten).

a Hoe groot is de kans op een harten kaart?

b Hoe groot is de kans op een boer?

c Hoe groot is de kans op een hartenboer?

Opgave 23

Je werpt met twee dobbelstenen. P is het product van het aantal ogen dat boven komt.
Bereken de kans dat P minstens 20 wordt.

Opgave 24

Bij een bepaald spel horen twee viervlaksdobbelstenen waarop de getallen 1, 2, 3 en 4 staan.

a Stel je voor dat je er niet zeker van bent dat bij deze dobbelstenen elk vlakje een even grote kans heeft om onder te komen. Hoe kun je jezelf ervan overtuigen dat dit toch het geval is?

b Waarom kun je de vraag bij a niet beantwoorden met een simulatie met de grafische rekenmachine?

c Neem aan, dat de dobbelstenen eerlijk zijn. Simuleer nu met behulp van je grafische rekenmachine worpen met deze dobbelstenen. Maak een staafdiagram van het totale aantal ogen dat je telkens met beide dobbelstenen gooit.

d Hoe groot is de experimentele kans op in totaal 4 ogen?

e Geef twee redenen waarom jouw antwoord bij d behoorlijk kan afwijken van de theoretische kans op 4 ogen van $\frac{3}{16}$.

Practicum

Bekijk de applet.

Met de volgende practica kun je leren hoe je **simulaties met de grafische rekenmachine** kunt uitvoeren. Je vindt er ook informatie die je verderop bij dit onderwerp nodig hebt. Die kun je nu eerst even laten zitten.

- **Simulaties en de TI84**
- **Simulaties en de TInspire**
- **Simulaties en de Casio fx-CG50**
- **Simulaties en de HPprime**
- **Simulaties en de NumWorks**

Je kunt ook eenvoudig met Excel kansspelen simuleren. Gebruik dit Excel-bestand: **Simulatie van kansspelen**.

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: `f.spijkers@math4all.nl`

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij `a.f.otten@math4all.nl` een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.