

5.2 Formules herleiden

Inleiding

Dit zijn bonobo's die elkaar vlooien. Zo moet je soms ook wat aan formules plukken en trekken om ze in een goed leesbare vorm te krijgen. Zeker als je ze bij elkaar moet invullen, of optellen en aftrekken. Het gaat nu om algebraïsche vaardigheid...



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- formules van de vorm $y = f(x)$ herleiden naar de vorm $x = g(y)$ en formules eenvoudiger schrijven;
- formules combineren (bij elkaar invullen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen) en herleiden naar een gegeven vorm.

Voorkennis

- rekenen met variabelen: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, machten;
- de verschillende soorten functies en hun eigenschappen.

Verkennen

Opgave V1

Onderzoekers zijn erachter gekomen dat bonobo's net als mensen vanaf ongeveer hun veertigste last krijgen van verziendheid. Aanleiding voor het onderzoek was de constatering dat oudere apen tijdens het vlooien hun armen verder strekken en hun hoofd verder van hun vlooipartner vandaan houden dan jongere apen.

Tussen het aantal centimeter dat de apen hun hoofd van hun vlooipartner vandaan houden, de vlooi afstand A , en hun leeftijd t in jaar, bestaat het volgende verband: $A = 1,1^{2t+11}$.

Deze formule geldt voor apen vanaf 40 jaar. Om die reden is $t = 0$ bij 40 jaar.

- Schrijf deze formule in de vorm $A = b \cdot g^t$
- Voor onderzoekers die bonobo's in het wild bestuderen is het veel handiger om een formule te hebben waarin t is uitgedrukt in A . Hiermee kunnen ze namelijk de leeftijd van een aap berekenen door de vlooi afstand te schatten en deze in de formule in te vullen. Druk t uit in A .

Uitleg 1

Onderzoekers zijn erachter gekomen dat bonobo's net als mensen vanaf ongeveer hun veertigste last krijgen van verziendheid. Aanleiding voor het onderzoek was de constatering dat oudere apen tijdens het vlooien hun armen verder strekken en hun hoofd verder van hun vlooipartner vandaan houden dan jongere apen.

Tussen het aantal centimeter dat de apen hun hoofd van hun vlooi partner vandaan houden, de vlooi afstand A , en hun leeftijd t in jaar, bestaat het volgende verband: $A = 1,1^{2t+11}$



Figuur 2

Deze formule geldt voor apen vanaf 40 jaar. Om die reden is $t = 0$ bij 40 jaar. Door deze formule te herleiden met behulp van de rekenregels, kun je aantonen dat er een exponentieel verband bestaat tussen de vlooiafstand A en de leeftijd t van de apen:

$$A = 1,1^{2t+11} = 1,1^{2t} \cdot 1,1^{11} = 1,1^{11} \cdot (1,1^2)^t \approx 2,85 \cdot 1,21^t$$

Dit is een exponentieel verband met beginwaarde 2,85 en groeifactor 1,21 per jaar.

Voor onderzoekers die bonobo's in het wild bestuderen is het veel handiger om een formule te hebben waarin t is uitgedrukt in A . Hiermee kunnen ze namelijk de leeftijd van een aap berekenen door de vlooiafstand te schatten en deze in de formule in te vullen. Gebruik de rekenregels en de balansmethode.

$$\begin{aligned} A &= 1,1^{2t+11} \\ 2t + 11 &= {}^{1,1}\log(A) && y = g^x \text{ dan } x = {}^g\log(y) \\ 2t &= {}^{1,1}\log(A) - 11 && \text{beide zijden } -11 \\ t &= \frac{{}^{1,1}\log(A) - 11}{2} && \text{beide zijden } : 2 \end{aligned}$$

Opgave 1

Gebruik de gegevens uit **Uitleg 1**.

- Bereken de vlooiafstand van een bonobo van 50 jaar oud. Rond af op gehele centimeters.
- Onderzoekers hebben een bonobo gezien met een vlooiafstand van naar schatting 45 cm. Bereken de geschatte leeftijd van deze aap. Rond af op gehele jaren.

Opgave 2

Toon aan dat er een exponentieel verband bestaat tussen y en x .

- $y = 5^{3x+2}$
- $4x + 3 = {}^2\log(y)$

Uitleg 2

Een fabrikant van spelcomputers heeft een rekenmodel laten ontwerpen waarmee hij de gunstigste verkoopprijs kan vaststellen. Daarin wordt aangenomen dat er een verband bestaat tussen de verkoopprijs p van een spelcomputer en het aantal spelcomputers q dat per dag verkocht wordt: $q = 300 - 0,5p$.

Verder zijn er iedere dag € 1200,00 aan vaste productiekosten. Daarbovenop komen de kosten voor het maken van iedere spelcomputer, deze kosten bedragen € 30,00 per stuk.

Voor de totale kosten per dag K geldt dan: $K = 30q + 1200$.

Als je de twee voorgaande formules met elkaar combineert, krijg je:

$$K = 30(300 - 0,5p) + 1200 = 9000 - 15p + 1200 = 10200 - 15p$$

De winst W per dag krijg je door de totale kosten van de totale opbrengst af te halen:

$$W = O - K = pq - (10200 - 15p)$$

Deze formule bevat drie variabelen. Daarom vervang je weer q door $300 - 0,5p$:

$$W = p(300 - 0,5p) - 10200 + 15p = 300p - 0,5p^2 - 10200 + 15p = -0,5p^2 + 315p - 10200$$

De fabrikant kan nu berekenen bij welke verkoopprijs de winst per dag maximaal is en hoe hoog die winst is.

Opgave 3

Gebruik de gegevens uit **Uitleg 2**.

- Bereken hoeveel spelcomputers de fabrikant per dag verkoopt als de prijs per stuk € 200,00 is.
- Bij welke verkoopprijs is de winst per dag maximaal? En hoe hoog is die maximale winst?

- c Druk p uit in q .
- d Stel een formule op waarmee de winst per dag berekend kan worden als het aantal verkochte spelcomputers per dag bekend is.
- e Ga na dat je met de winstformule uit d dezelfde maximale winst per dag vindt als bij b. Hoeveel spelcomputers moeten er per dag verkocht worden om die maximale winst te bereiken?

Opgave 4

Combineer de twee formules, druk K uit in p en herleid.

- a $K = 5p + 7b + 20$ en $b = 3p$
- b $K = -4p + 3a - 8$ en $a = 8p - 2$
- c $p = \frac{K}{2b}$ en $b = 5p$
- d $K = p \cdot a$ en $p = 2a - 8$

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Vaak is het nodig om **formules te herleiden** tot een andere vorm, bijvoorbeeld omdat je in de formule y moet uitdrukken in x of juist x moet uitdrukken in y . Of om aan te tonen dat een formule een lineair, exponentieel, kwadratisch of een ander verband heeft.

Voor het herleiden van formules gebruik je de balansmethode en rekenregels voor het werken met variabelen, machten, exponenten en logaritmen.

Formules bestaan vaak uit meerdere variabelen. Het aantal variabelen en het aantal formules kan soms worden teruggebracht door **formules te combineren**. Het combineren van twee formules is mogelijk, indien de formules ten minste één gemeenschappelijke variabele hebben. Bij het combineren van twee formules wordt in de ene formule de gemeenschappelijke variabele vrijgemaakt en de bijbehorende uitdrukking wordt vervolgens in de andere formule ingevuld.

Voorbeeld 1

Als iemand zich in koud water met temperatuur T (°C) onderdompelt, daalt zijn lichaamstemperatuur. Wanneer de lichaamstemperatuur is gedaald tot 30 °C, ontstaat een levensbedreigende situatie. De tijd die verstrijkt tussen het te water raken en het bereiken van een lichaamstemperatuur van 30 °C wordt de overlevingstijd R (min) genoemd.

Een persoon is te water geraakt in gewone kleding en een reddingsvest.

In deze situatie geldt de volgende formule:

$$R = 15 + \frac{7,2}{0,0785 - 0,0034T} \text{ met } R > 0 \text{ en } T \geq 0$$

Herleid deze formule, zodat T wordt uitgedrukt in R .

Antwoord

$$\begin{aligned}
 R &= 15 + \frac{7,2}{0,0785 - 0,0034T} \\
 R - 15 &= \frac{7,2}{0,0785 - 0,0034T} && \text{beide zijden } -15 \\
 (R - 15)(0,0785 - 0,0034T) &= 7,2 && \text{beide zijden } \times (0,0785 - 0,0034T) \\
 0,0785 - 0,0034T &= \frac{7,2}{R - 15} && \text{beide zijden } / (R - 15) \\
 -0,0034T &= \frac{7,2}{R - 15} - 0,0785 && \text{beide zijden } -0,0785 \\
 T &\approx \frac{-2117,65}{R - 15} + 23,088 && \text{beide zijden } / -0,0034
 \end{aligned}$$

Opgave 5

Gebruik de gegevens uit **Voorbeeld 1**.

- Bij een watertemperatuur van 20 °C is de overlevingstijd groter dan bij een watertemperatuur van 10 °C. Bereken hoeveel keer zo groot.
- Gebruik de formule waarin R is uitgedrukt in T . Bereken algebraïsch de watertemperatuur waarbij de overlevingstijd vijf uur is. Rond je antwoord af op een geheel aantal graden.
- Controleer je antwoord bij b door de formule te gebruiken waarbij T is uitgedrukt in R .

Opgave 6

Herleid de formule, zodat x wordt uitgedrukt in y .

- $y = \frac{4-x}{x}$
- $y = \frac{1}{4+x}$
- $y = 4 - \frac{1}{x}$
- $y = \frac{5x-10}{x-3}$
- $y = 75 - \frac{3,8}{3,034+8,0075x}$

Voorbeeld 2

Hoeveel brandstof een personenauto verbruikt, hangt onder andere af van de af te leggen afstand, het aantal stops en het wachten voor verkeerslichten. Het brandstofverbruik B (mL) van een auto kan berekend worden met de formule: $B = a \cdot L + b \cdot S + c \cdot D$.

Hierin is:

- L de ritlengte (km)
- S het aantal stops onderweg
- D de totale wachttijd voor verkeerslichten (s)

a en b zijn getallen die van de gemiddelde snelheid V (km/h) afhangen en c is een constante.

Voor a geldt $a = 170 - 4,55V + 0,049V^2$.

Voor b geldt $b = 0,0077V^2$.

Voor c geldt $c = 0,39$.

Optrekken en afremmen worden buiten beschouwing gelaten, zodat in de uitdrukkingen voor a en b steeds een constante waarde voor V ingevuld kan worden.

- Neem een rit van één kilometer met een snelheid van 50 km/h, twee stops onderweg en een totale wachttijd van 40 seconden. Bereken het totale brandstofverbruik.
- Iemand rijdt iedere ochtend 110 km naar haar werk. Zij maakt geen stops onderweg en rijdt met een gemiddelde snelheid van 70 km/h. De totale wachttijd voor verkeerslichten varieert. Laat zien dat er een lineair verband bestaat tussen het brandstofverbruik B en de totale wachttijd voor verkeerslichten D .

Antwoord

- Voor deze rit geldt $V = 50$. Invullen geeft:
 $a = 170 - 4,55 \cdot 50 + 0,049 \cdot 50^2 = 65$
 $b = 0,0077 \cdot 50^2 = 19,25$
 $c = 0,39$
 De waarden van L , S en D zijn gegeven. Invullen geeft: $B = 65 \cdot 1 + 19,25 \cdot 2 + 0,39 \cdot 40 = 119,1$ mL

- Voor de persoon die naar haar werk rijdt, geldt $L = 110$, $S = 0$ en $V = 70$.

Invullen geeft:

$$a = 170 - 4,55 \cdot 70 + 0,049 \cdot 70^2 = 91,6$$

$$b = 0,0077 \cdot 70^2 = 37,73$$

Invullen in de formule geeft: $B = 91,6 \cdot 110 + 37,73 \cdot 0 + 0,39D$ en $B = 10076 + 0,39D$.

Dit is een lineair verband.

Opgave 7

Gebruik de gegevens uit **Voorbeeld 2**.

- a** Neem een rit van 10 kilometer met een snelheid van 80 km/h, twee stops onderweg en een totale wachttijd van 40 seconden. Bereken het totale brandstofverbruik.

Iemand is voor zijn werk veel onderweg met de auto om klanten te bezoeken. Hij legt daarvoor steeds verschillende afstanden af. Hij maakt geen stops onderweg en hij rijdt met een gemiddelde snelheid van 90 km/h. Hij kiest altijd routes waarop hij geen verkeerslichten tegenkomt.

- b** Laat zien dat er een recht evenredig verband bestaat tussen het brandstofverbruik B en de ritlengte L .

Voorbeeld 3

Bij de verkoop van een bepaald artikel gelden de formules $TO = p \cdot q$ en $q = 450 - p$, waarin TO de totale maandelijkse opbrengst bij de verkoop van dat artikel is. p is de prijs (€) en q is de verkochte hoeveelheid per maand.

Voor de maandelijkse winst TW geldt: $TW = TO - TK$.

$TK = 30q + 7500$ zijn de totale maandelijkse kosten voor dit artikel.

Stel een formule op voor TW en bereken bij welke verkoopcijfers winst wordt gemaakt.

Antwoord

$$TO = p \cdot q = (-q + 450) \cdot q = -q^2 + 450q$$

$$TW = TO - TK = (-q^2 + 450q) - (30q + 7500) = -q^2 + 420q - 7500$$

Voer in: $y_1 = -x^2 + 420x - 7500$ met venster bijvoorbeeld: $0 \leq x \leq 450$ en $-100 \leq y \leq 50000$.

De rekenmachine geeft $x \approx 18,7$ of $x \approx 401,3$.

Dus voor q van 19 tot en met 401 wordt winst gemaakt.

Opgave 8

Bij de verkoop van een bepaald artikel gelden de formules $TO = p \cdot q$ en $q = 300 - p$, waarin TO de totale maandelijkse opbrengst bij de verkoop van dat artikel is. p is de prijs (€) en q is de verkochte hoeveelheid per maand.

- a** Combineer deze twee formules tot een formule voor TO die alleen afhankelijk is van q .
- b** Voor de maandelijkse winst TW geldt: $TW = TO - TK$
 $TK = 40q + 6900$ zijn de totale maandelijkse kosten voor dit artikel.
 Stel een formule op voor TW .
- c** Bij welke verkoopcijfers wordt winst gemaakt?

Opgave 9

Gegeven zijn de formules: $P = 4q + 6r + 48$ en $r = 2q - 12$.

Combineer de formules en stel formules op in de vorm $P = ar + b$ en $r = cP + d$.

Welke getallen zijn a , b , c en d ?

Verwerken

Opgave 10

De kosten voor leidingwater bedragen in een bepaalde regio € 1,25 per m³. Naast de kosten van het verbruik van water zijn er ook kosten voor het gebruik van de waterleiding, het zogenaamde vastrecht. Het vastrecht in deze regio is € 65,00 per jaar.

Er bestaat een verband tussen de kosten per m³ water m en het jaarverbruik a in m³: $m = \frac{1,25a+65}{a}$.

Herleid deze formule, zodat a wordt uitgedrukt in m .

Opgave 11

Een softwareontwikkelaar verkoopt softwarepakketten aan kleinere bedrijven. Deze softwareproducent rekent met de formule $p = 1200 - 3q$ om zijn prijs p te bepalen afhankelijk van het aantal pakketten q dat hij verkoopt. De kosten voor het versturen van dit pakket naar een klant bedragen € 10,00 per stuk.

Alle variabelen zijn in euro.

- Voor de opbrengst R geldt de formule: $R = q \cdot p$
Welke formule geldt voor de opbrengst R uitgedrukt in q ?
- Welke formule geldt voor de kosten K uitgedrukt in q ?
- Voor de winst W geldt de formule: $W = R - K$
Stel een formule op voor de winst W . Schrijf de formule zonder haakjes.
- Breng de formule voor W volledig in beeld op de grafische rekenmachine en bereken de maximaal haalbare winst.

Opgave 12

ChemTech produceert een bepaald onkruidbestrijdingsmiddel. Bekijk de tabel met de productiekosten per maand.

q (duizend kg per maand)	1	2	3	4	5	6
TK (per maand)	775	1000	1220	2000	4000	8000

Tabel 1

Hierin is q de geproduceerde hoeveelheid per maand in duizenden kg en is TK de totale kosten in euro. Verder verkoopt ChemTech dit middel voor € 2,25 per kg.

- De bedrijfsleiding heeft voor de kosten deze formule bedacht:
 $TK = 100q^3 - 600q^2 + 1300q$
Laat zien dat deze formule redelijk goed bij de gegeven tabel past.
- Voor de totale winst TW in euro geldt de formule: $TW = TO - TK$.
Hierin is TO de totale opbrengst in euro.
Stel een formule op voor de totale winst TW afhankelijk van q . Ga ervan uit dat de geproduceerde hoeveelheid elke maand ook wordt verkocht.
- Gebruik de grafische rekenmachine en bepaal bij welke productie per maand de winst maximaal is.

Opgave 13

Koolstofdatering is een manier om de ouderdom van organisch materiaal te bepalen, bijvoorbeeld van hout, plantenresten of botten. In levende organismen komt naast de gewone, niet-radioactieve vorm van koolstof C-12 ook het radioactieve C-14 voor en wel in een bepaalde verhouding tot C-12. Na de dood van het organisme zal de hoeveelheid C-14 door radioactief verval exponentieel afnemen. Door te meten hoeveel C-14 er nog over is, kan men de ouderdom van het organische materiaal bepalen.

Voor de afname van de hoeveelheid C-14 geldt de volgende formule:

$$Q = 100 \cdot g^t$$

Hierin is Q de relatieve huidige hoeveelheid C-14 (als percentage van de oorspronkelijke hoeveelheid

C-14), g de jaarlijkse groeifactor en t de ouderdom van het organische materiaal in jaar. De halfwaardetijd, ook wel halveringstijd genoemd, van C-14 is 5730 jaar. Hiermee kun je berekenen dat $g \approx 0,99988$.

- a** Bereken de waarde van g in zes decimalen.
- b** De methode van koolstofdatering is niet bruikbaar voor materiaal ouder dan 60000 jaar, omdat de hoeveelheid C-14 dan te klein is om te meten. Bereken hoeveel procent van de oorspronkelijke hoeveelheid C-14 nog over is na 60000 jaar. Rond je antwoord af op honderdsten van procenten.
- c** De formule $Q = 100 \cdot 0,99988^t$ kan, bij benadering, herschreven worden tot de volgende formule:

$$t = \frac{\ln(Q) - 4,6052}{-0,00012}$$
 Laat dit zien.

(bron: voorbeeldexamenopgaven in 2018)

Opgave 14

Beleggingsmaatschappijen zoeken steeds naar nieuwe manieren om geld te beleggen. Eén van die manieren is beleggen in bomen. Over het beleggen in bomen schrijft een beleggingsmaatschappij in een folder het volgende.

Uw belegging groeit vanzelf

De Labironia is een duurzame houtsoort. De houtindustrie maakt veel gebruik van de Labironia en het is te verwachten dat de vraag naar Labironia in de komende jaren zal toenemen. Van het geld dat u belegt, worden een stuk grond en jonge boompjes gekocht. Het stuk grond is verdeeld in percelen en op elk perceel worden 960 boompjes geplant. Hoe ouder de bomen, hoe langer en dikker ze worden. Voordat de bomen gekapt worden, groeien ze voortdurend volgens de formules:

$$L = 0,75 \cdot t \text{ en } D = 0,0042 \cdot t + 0,072$$

Hierbij is t de tijd in jaren na het plantmoment, L de lengte van een boom in meter en D de stamdiameter in meter.

De houtopbrengst wordt berekend met de formule:

$$M = 0,16 \cdot D^2 \cdot L$$

Hierin is M het aantal m^3 benutbaar hout van de boom.

De houtopbrengst van een boom kan geschreven worden in de volgende vorm:

$$M = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t$$

Bereken a , b en c .

(naar: examen vwo wiskunde A in 2007, eerste tijdvak)

Toepassen

Opgave 15: Verf

Voordat je met verven begint, wil je weten hoeveel (blikken) verf je nodig hebt om de totale oppervlakte te verven. Je kunt je ook afvragen hoeveel vierkante meter je kunt verven met één blik verf. Afhankelijk van het soort kwast dat wordt gebruikt, verlies je tussen de 5 en 10 procent van de verf. Het verband tussen deze variabelen staat in de volgende formule, waarin ook rekening is gehouden met verlies van verf door gebruik van de kwast: $H = \frac{10 \cdot A \cdot d}{V \cdot (100 - p)}$

Hierin is:

- H de hoeveelheid verf (liter)
- A de oppervlakte (m^2)
- d de dikte van de verflaag (micrometer)
- V het percentage vaste stof
- p het verliespercentage bij kwasten; dit varieert van 5 tot 10.

- a** De verf die Esmee wil gebruiken, wordt verkocht in blikken van 2,5 liter. Op de blikken staat dat het percentage vaste stof 35 is. Esmee wil met een kwast een verflaag van 70 micrometer dikte aanbrengen.
Bereken hoeveel vierkante meter Esmee met zo'n blik verf maximaal kan schilderen.
- b** Iemand heeft 15 liter verf gekocht met een percentage vaste stof van 67.
Hij gaat een verflaag van 60 micrometer dikte aanbrengen.
Laat zien dat er een lineair verband bestaat tussen A en p .

(naar: examen havo wiskunde A in 2009, tweede tijdvak)

Opgave 16: Bezinning

Bij het ontwerpen van gebouwen besteedt men aandacht aan de mogelijke bezinning. Daarbij gaat men uit van een altijd wolkenloze hemel. In deze opgave beperken we ons tot gebouwen met rechte verticale gevels die niet in de schaduw van andere gebouwen staan. Verder gaan we uit van een jaar met 365 dagen. Bekijk de tabel met het aantal dagen per kalendermaand.

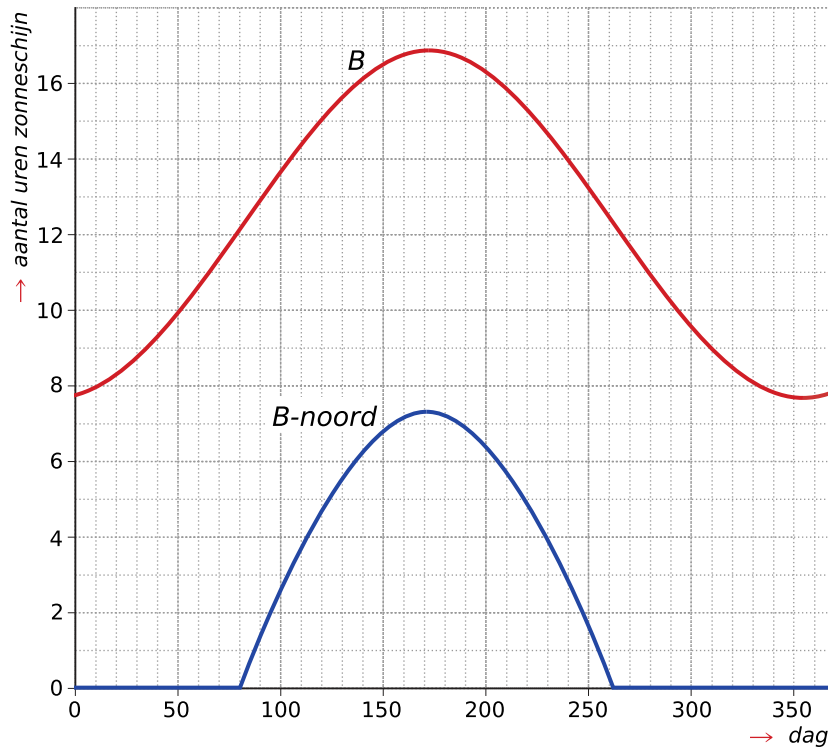
maand	aantal dagen	maand	aantal dagen	maand	aantal dagen
januari	31	mei	31	september	30
februari	28	juni	30	oktober	31
maart	31	juli	31	november	30
april	30	augustus	31	december	31

Tabel 2

In de figuur is het dagelijkse aantal uren zonneshijn B bij een altijd wolkenloze hemel uitgezet tegen het nummer van de dag n . Hierbij geldt $n = 1$ voor 1 januari.
De andere grafiek B -noord speelt bij b pas een rol.

Voor B geldt de formule:

$$B = 12,3 + 4,6 \cdot \sin(0,0172 \cdot (n - 80))$$



Figuur 3

- a** Op 30 januari komt de zon op om 8:27 uur.
Bereken met behulp van de formule het tijdstip waarop de zon op 30 januari onder gaat in minuten nauwkeurig.

Gevels aan weerszijden van een rechthoekig gebouw kunnen niet tegelijkertijd door de zon beschenen worden. Ook is het zo dat, áls de zon schijnt, óf de noordgevel óf de zuidgevel zonlicht vangt. Bekijk de grafiek B-noord. In de grafiek op het **werkblad** is het dagelijks aantal bezonningsuren voor een noordgevel uitgezet. Uit de grafiek blijkt dat een noordgevel slechts een gedeelte van het jaar beschenen wordt.

- b** Teken de grafiek B-zuid voor het dagelijks aantal bezonningsuren voor een zuidgevel.

(naar: examen vwo wiskunde A in 1991, eerste tijdvak)

Testen

Opgave 17

Een fabriek produceert steps. Het bedrijf heeft als enige producent een monopoliepositie. Het aantal verkochte producten q , in duizendtallen, hangt uitsluitend af van de prijs p (€): $q = 12 - 0,1p$.

De bedrijfswiskundige heeft een model opgesteld voor de kosten van de productie van deze steps: $TK = 1,5q^3 - 22,5q^2 + 120q$.

Hierin is TK gegeven in duizenden euro.

- a** Toon aan dat geldt $p = 120 - 10q$.
- b** De prijs p is minimaal € 0,00. Welke waarden kan q aannemen?
- c** Voor de totale opbrengst TO (€) geldt de formule: $TO = p \cdot q$. Stel een formule op voor de opbrengst TO uitgedrukt in q .
- d** Voor de totale winst TW (€) geldt de formule: $TW = TO - TK$. Stel een formule op voor de winst TW uitgedrukt in q .
- e** Bepaal de prijs van één step indien de winst maximaal is.
- f** q is het aantal verkochte producten in duizendtallen. Geef een formule voor de gemiddelde totale kosten GTK per 1000 steps. Bepaal bij welk aantal verkochte producten de GTK minimaal is.

Opgave 18

In de 19^e eeuw deed Fechner onderzoek naar de esthetische waarde die door velen aan de gulden snede wordt toegekend. Hij liet een aantal mensen rechthoeken zien waarvan de verhouding tussen de lengte en de breedte telkens verschillend was. Aan deze mensen werd gevraagd welke rechthoek zij het mooist vonden. Uit het onderzoek bleek dat rechthoeken waarvan de verhouding van de lengte en de breedte ongeveer de gulden snede opleverde, het meest werden uitgekozen. Mede op grond van deze resultaten stelde Petrov een formule op waarmee hij deze voorkeur wilde uitdrukken in een getal. Hij noemde dit de appreciatiewaarde A van de rechthoek en kwam met de volgende formule:

$$A = \left(\frac{1}{\nu} - 1\right) \cdot \log\left(1 - \frac{1}{\nu}\right)$$

In deze formule is ν de verhouding tussen de langste zijde en de kortste zijde van de rechthoek:

$$\nu = \frac{\text{langste zijde}}{\text{kortste zijde}}$$

De formule van Petrov werd oorspronkelijk op een iets andere manier opgeschreven dan hier. Welke van deze formules komt overeen met de oorspronkelijke formule van Petrov? Licht je antwoord toe.

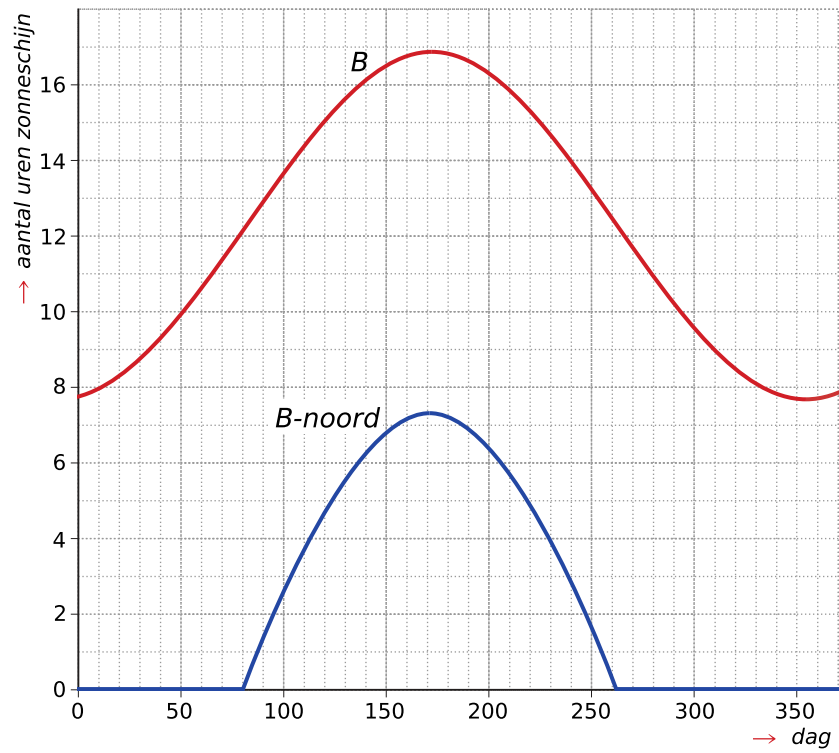
A. $A = \frac{\nu-1}{\nu} \cdot \log\left(\frac{\nu}{\nu-1}\right)$

B. $A = \frac{1-\nu}{\nu} \cdot \log\left(\frac{\nu}{\nu-1}\right)$

C. $A = \frac{\nu}{\nu-1} \cdot \log\left(\frac{\nu-1}{\nu}\right)$

(naar: examen vwo wiskunde A in 2007, eerste tijdvak)


Werkblad bij Opgave 16 op pagina 8





© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostaat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
