3.5 Totaalbeeld

Samenvatten

In dit onderwerp heb je gezien hoe je alle meetkundige basistechnieken zoals het werken met congruente en gelijkvormige figuren, de stelling van Pythagoras en goniometrie kunt toepassen in ruimtelijke situaties, in 3D-situaties. De belangrijkste termen uit de ruimtemeetkunde worden herhaald. Dit onderwerp is vooral van belang voor leerlingen die in de bovenbouw met wiskunde B verder gaan.

De onderstaande opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **'Ruimtemeetkunde'** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3 en 4 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken. De opgaven hieronder zijn bedoeld om je daarbij te helpen.

Begrippenlijst

- ruimtelijk figuur (lichaam)) — veelvlak — ribbe — hoekpunt — diagonaalvlakken — zijvlaksdiagonalen — lichaamsdiagonalen;
- parallelprojectie — drieaanzicht — vooraanzicht — zijaanzicht — bovenaanzicht;
- doorsnede — op ware grootte tekenen — kruisende lijnen;
- inhoud (volume) — oppervlakte — lengtevergrotingsfactor — oppervlaktevergrotingsfactor — volumevergrotingsfactor.

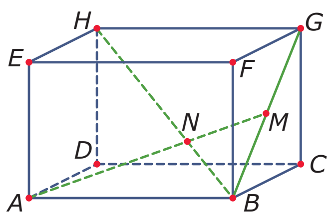
Activiteitenlijst

- werken met congruentie, gelijkvormigheid, de stelling van Pythagoras en goniometrie in ruimtelijke situaties;
- aanzichten en uitslagen van lichamen maken en die toepassen bij berekeningen, onder andere van de oppervlakte van een lichaam;
- herkennen wanneer er sprake is van een doorsnede van een lichaam en een plat vlak — een doorsnede op ware grootte tekenen — herkennen wanneer lijnen elkaar snijden of kruisen of evenwijdig zijn;
- inhoud en oppervlakte van diverse lichamen berekenen — werken met lengte-, oppervlakte- en volumevergrotingsfactor.

Opgave 1

Je ziet hier een balk $ABCD.EFGH$ met $AB = 12$ cm, $BC = 6$ cm en $CG = 8$ cm. Punt M is het midden van lijnstuk BG en punt N is het snijpunt van AM en HB.

Bereken de lengte van lijnstuk AN en de grootte van $\angle ANB$ in graden nauwkeurig.



Figuur 1

Opgave 2

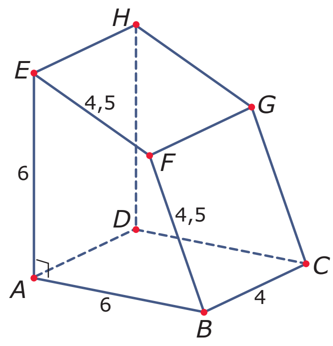
Van een regelmatige vierzijdige piramide $ABCD.T$ is het grondvlak een vierkant met zijden van 5 en is de hoogte 10 cm.

Bereken de hoeken van de opstaande zijvlakken.

Opgave 3

Hier zie je een vierzijdig prisma met een rechte hoek bij hoekpunt A.
Alle lengtes zijn gegeven in cm.

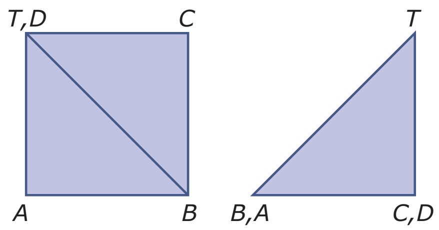
Teken een drieaanzicht van dit prisma.



Figuur 2

Opgave 4

In de figuur hieronder zie je het bovenaanzicht en het zijaanzicht van een veelvlak.



Figuur 3

Wat voor veelvlak betreft het hier? Maak er een schets van.

Opgave 5

Bekijk de balk van **Opgave 1** nog eens.

Leg uit waarom de lijnen EG en AM elkaar kruisen.

Opgave 6

Gegeven is een balk $ABCD.EFGH$ met $AB = 12$ cm, $BC = 6$ cm en $CG = 8$ cm. Punt M is het midden van ribbe AB en punt N is het midden van ribbe GH.

Leg uit waarom $EMCN$ een doorsnede van een vlak met deze balk is en teken deze vierhoek op ware grootte.

Opgave 7

Van welk lichaam is het volume het grootst: een regelmatige vierzijdige piramide waarvan alle zijden 4 cm lang zijn, of een kegel waarvan het grondvlak een diameter van 4 cm heeft en de hoogte ook 4 cm is?

Opgave 8

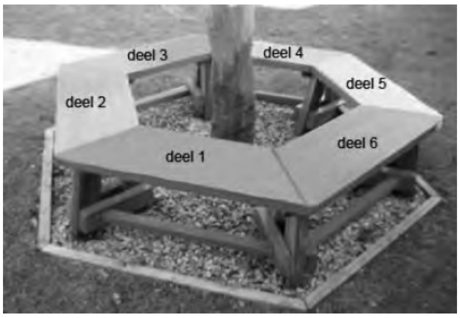
Van een cilinder is de oppervlakte 628 cm^2. Verder is de hoogte twee keer zo groot dan de diameter.

Hoe hoog is deze cilinder? Geef je antwoord in mm nauwkeurig.

Testen

Opgave 9

Hieronder zie je een boombank die bestaat uit zes gelijke delen waar je op kunt zitten. De regelmatige zeshoek die de buitenrand van deze boombank voorstelt heeft zijden van 120 cm. De regelmatige zeshoek die de binnenrand van deze boombank voorstelt heeft zijden van 80 cm.



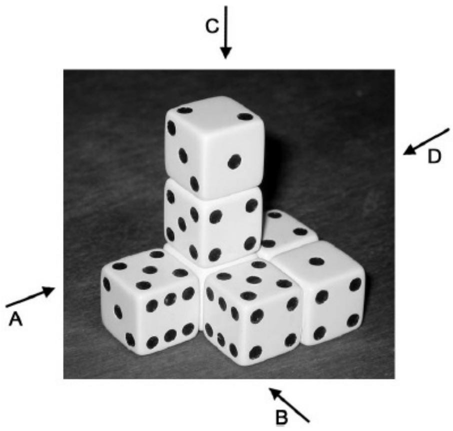
Figuur 4

Hoeveel bedraagt de oppervlakte van deze boombank? Geef je antwoord in cm^2 nauwkeurig.

Opgave 10

Dit is een foto van een bouwwerk van zeven dobbelstenen. Bij deze dobbelstenen zijn alle ribben twee centimeter lang. Je kunt dit bouwwerk van verschillende kanten bekijken. Naast de foto zijn vier kijkrichtingen A, B, C en D aangegeven. Bij een dobbelsteen is de som van de ogen van twee tegenover elkaar liggende vlakken altijd gelijk aan zeven. Bijvoorbeeld: tegenover de twee ligt de vijf.

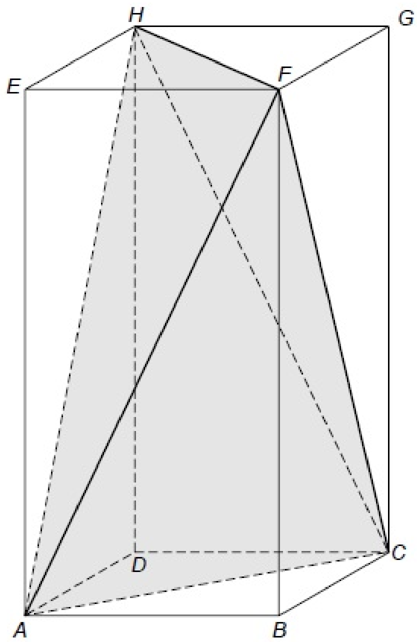
Bereken het minimale aantal ogen dat je kunt krijgen als je alle ogen optelt van het aanzicht vanuit richting D.



Figuur 5

Opgave 11

Hieronder zie je twee foto's van een ijsje. Het model van het ijsje past precies in een balk $ABCD.EFGH$, waarvan de vlakken $ABCD$ en $EFGH$ vierkant zijn. Het model bestaat uit vier even grote, gelijkbenige driehoeken. In deze driehoeken geldt $AF = AH = CF = CH = 9{,}8$ cm en $AC = FH = 6$ cm. Voor het maken van de verpakking wordt eerst een uitslag getekend en daarna de oppervlakte uitgerekend.



Figuur 6

a Maak zelf zo'n uitslag en zet de hoekpunten op de juiste plek.

b Bereken de oppervlakte van deze uitslag in cm^2 nauwkeurig.

c Bereken de grootte van $\angle AFC$ in graden nauwkeurig.

Opgave 12

Gegeven is een balk $ABCD.EFGH$ met $AB = BC = 10$ en $AE = 12$ cm. Punt P is het midden van ribbe EH en punt Q is het midden van ribbe HG.

a Waarom zijn AP en CQ snijdende lijnen?

b Waarom zijn AP en CG kruisende lijnen?

c Bereken de oppervlakte van de doorsnede $ACQP$ van een vlak met de gegeven balk.

Opgave 13

Met betonnen elementen kunnen zandbakken van verschillende vormen worden gemaakt. In de foto hieronder zijn vier elementen aangegeven.

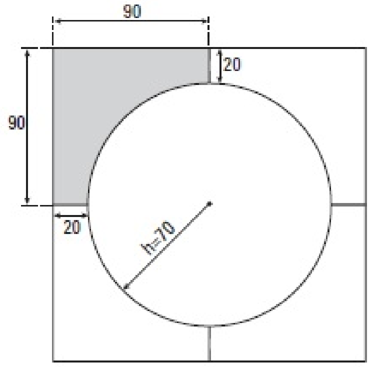
Figuur 7

Van zo'n element is hiernaast een bovenaanzicht getekend, met de maten erbij. De hoogte van elk element is 65 cm.

a Hoeveel cm^3 beton is er voor elk element nodig?

Om de elementen tegen graffiti te beschermen wordt het hele element in de fabriek met een vloeistof behandeld.

b Bereken in gehele cm^2 nauwkeurig de oppervlakte die per element behandeld moet worden. Schrijf je berekening op.



Figuur 8

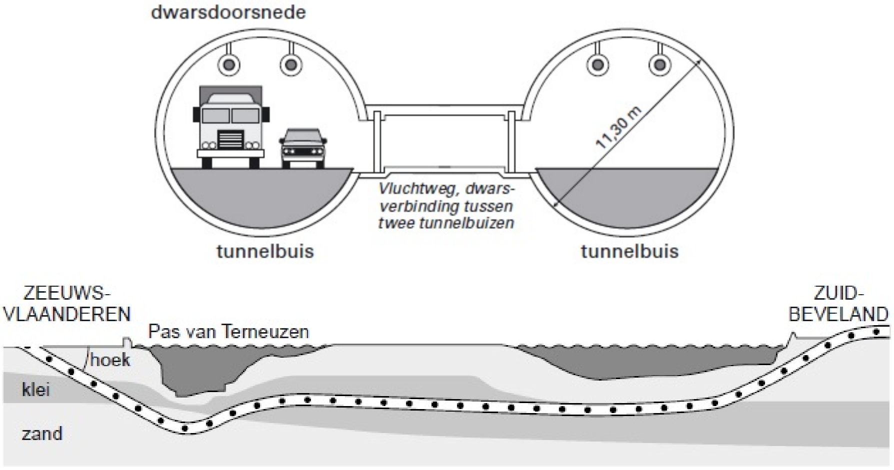
Opgave 14

Op een groot blik verf met een inhoud van 10 liter staat de naam van de fabrikant in grote letters. Elke letter is wel 8 cm hoog. Dezelfde verf wordt ook verkocht is blikken van 2 liter. Ook daarop staat de naam van de fabrikant, maar de hoogte van de letters is nu in de juiste verhouding verkleind.

Hoe hoog zijn de letters op de kleine blikken?

Opgave 15

Op 14 maart 2003 is de Westerscheldetunnel geopend. Dit is een tunnel in Zeeland die onder het water van de Westerschelde door gaat. De tunnel bestaat uit twee tunnelbuizen. Elke tunnelbuis is geboord met een enorme boormachine met een diameter van 11,30 meter. Elke tunnelbuis is in totaal 6600 meter lang.



Figuur 9

a Elke werkdag werd er gemiddeld 12 meter geboord. Bereken hoeveel werkdagen het boren van één tunnelbuis heeft geduurd. Schrijf je berekening op.

Aan één kant van een tunnelbuis hangt om de 50 meter een brandblusser. Er hangt geen brandblusser aan het begin en aan het eind van de tunnel.

b Bereken hoeveel brandblussers er in één tunnelbuis hangen. Schrijf je berekening op.

Een automobilist rijdt vanuit Zeeuws-Vlaanderen de tunnel in. Het eerste gedeelte van de tunnel is 1300 meter lang en daalt 60 meter.

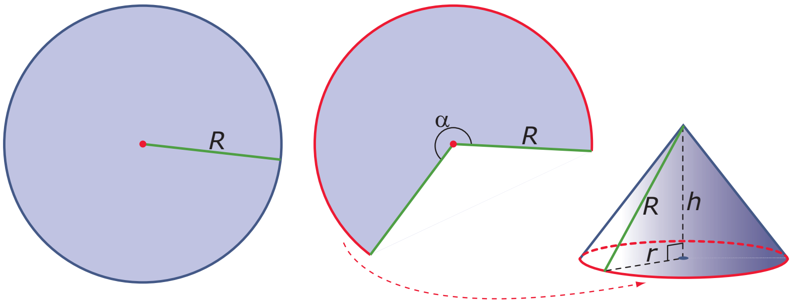
c Bereken hoeveel graden de aangegeven hoek is waaronder het eerste gedeelte geboord is. Schrijf je berekening op.

De grond die voor het boren van één tunnelbuis werd uitgegraven, is afgevoerd door vrachtwagens. Eén vrachtwagen vervoert ongeveer 20 m^3 grond. Hoewel de tunnelbuis geen echte cilinder is, kun je de inhoud van de tunnelbuis benaderen met de formule voor de inhoud van een cilinder.

d Laat met een berekening zien hoeveel vrachtwagens er ongeveer gevuld werden om de grond van één tunnelbuis af te voeren. Rond je antwoord af op duizendtallen.

Toepassen

De **oppervlakte van een kegel** is een verhaal op zich. Je maakt een kegelvormig hoedje door uit een cirkelvormig stuk papier een sector weg te knippen en dan het geheel weer aan elkaar vast te lijmen. (Een plakrandje is handig.)



Figuur 10

De oorspronkelijke cirkel heeft een straal van R cm. De omtrek van de grondcirkel van de kegel is het $\frac{\alpha}{360}$ deel van deze cirkel. Die omtrek is daarom $\frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi R$. En dus is $r = \frac{\alpha}{360} \cdot R$.

Opgave 16: De oppervlakte van een kegel

Neem een blaadje papier, je moet er een cirkel met een straal van 5 cm uit kunnen halen. Pak ook een passer en een schaar. Je gaat een kegel maken en de oppervlakte ervan berekenen.

a Knip uit het stuk papier een cirkel met een straal van 5 cm. Knip uit die cirkel een sector met een sectorhoek van 90°. Maak een kegel van het resterende deel van de cirkel.

b Hoe groot is de omtrek van de grondcirkel van je kegel? Hoe groot is dus de straal van de kegel? En waar zit nu de straal van de oorspronkelijke cirkel?

Het gebogen grensvlak van de kegel heet de kegelmantel.

c Hoe groot is de oppervlakte van de kegelmantel?

d Als je van een cirkelsector met een straal van 5 cm en een sectorhoek van 120° een kegel maakt, hoe groot is dan de oppervlakte van de kegelmantel? En hoe hoog wordt deze kegel? En welke straal heeft deze kegel?

e Beredeneer dat een kegelmantel met een straal van r die is gemaakt uit een cirkel met een straal van R een oppervlakte heeft van $\pi r R$.

f Bereken de oppervlakte van een kegel met een straal van 4 cm en een hoogte van 5 cm.

Opgave 17: Een bekertje

Een bekertje zoals dat hiernaast kun je opvatten als een kegel waar de punt (die op zichzelf ook een kegel is) is afgesneden. Neem aan dat het bekertje een bovendiameter van 10 cm heeft en een onderdiameter van 8 cm. En neem ook aan dat de hoogte van het bekertje 12 cm is.

a Hoeveel cm^3 bedraagt dan de inhoud van dit bekertje?

b Hoeveel cm^2 aan materiaal is er voor dit bekertje nodig?

Figuur 11