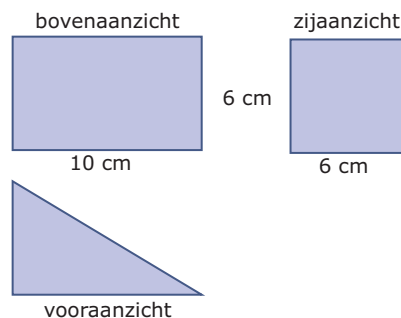


3.2 Aanzichten

Inleiding

Hier zie je drie aanzichten van een lichaam, een ruimtelijke figuur. Eigenlijk is het niet zonder meer mogelijk om precies te weten wat voor figuur dit precies is, je ziet de figuur maar van drie kanten. Hoe de achterkant, de onderkant en de linker zijkant er uitzien, of daar gaten in de figuur zitten, weet je niet. Maar je kunt wel iets zeggen...



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- aanzichten tekenen van ruimtelijke figuren;
- vanuit een drieaanzicht de ruimtelijke figuur en zijn afmetingen herleiden.

Voorkennis

- de basisbegrippen van ruimtemeetkunde, zoals punt, lijn, lijnstuk, zijde, hoekpunt, hoek, zijvlak (grensvlak), (lichaams)diagonaal en de namen en de eigenschappen van de bekende ruimtelijke figuren;
- de stelling van Pythagoras, werken met verhoudingen en goniometrie en dit toepassen in ruimtelijke situaties.

Verkennen

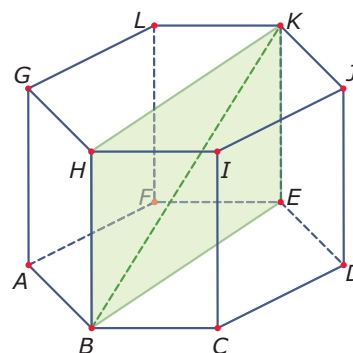
Opgave V1

In de **Inleiding** zie je drie aanzichten van een lichaam zonder deuken of gaten.

Om wat voor lichaam gaat het hier waarschijnlijk? Maak er een uitslag van en beschrijf de daarvoor noodzakelijke berekeningen.

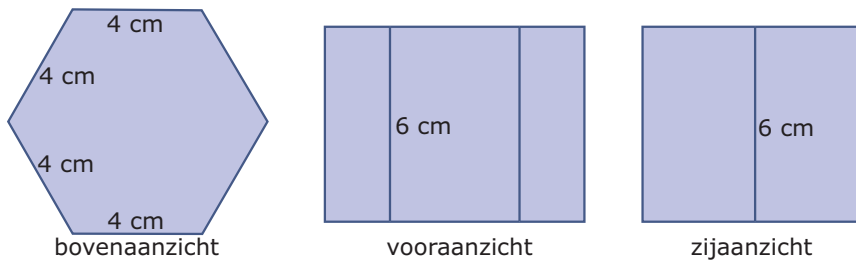
Uitleg

Dit is het regelmatige zeszijdige prisma $ABCDEF.GHIJKL$. In zo'n regelmatig lichaam zijn veel ribben en diagonalen gelijk aan elkaar. Toch blijkt daar in de figuur niet zoveel van. Als je zou gaan meten zijn AB , BC en CD zeker niet gelijk, dat komt door de tekening in parallelprojectie. In een parallelprojectie worden alleen even lange lijnstukken die evenwijdig lopen ook weer even lang.



Figuur 2

Soms helpt het om dan aanzichten van een lichaam te gebruiken. Een drieaanzicht zoals dat hieronder laat het vooraanzicht, het zijaanzicht en het bovenaanzicht van het lichaam zien. Daarin zie je allerlei grensvlakken in de juiste vorm en op ware grootte.



Figuur 3

Opgave 1

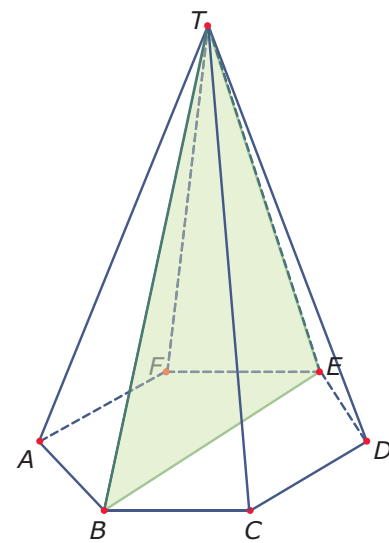
Bekijk de **Uitleg**. Je ziet er een regelmatig zeszijdig prisma. Neem aan dat van het grondvlak alle zijden 4 cm zijn en dat de opstaande ribben allemaal 6 cm lang zijn. Op het **werkblad** bij deze opgave zie je de aanzichten van het prisma met enkele hoekpunten erbij aangegeven.

- Het vooraanzicht is 6 cm hoog. Hoe breed is de totale breedte van het vooraanzicht?
- Het zijaanzicht is ook 6 cm hoog. Hoe breed is de totale breedte van het zijaanzicht?
- In welk aanzicht is een opstaand grensvlak op ware grootte getekend?
- Zet bij de aanzichten op het werkblad de letters op de juiste plek bij de hoekpunten.
- Teken in de aanzichten het diagonaalvlak $BEKH$.

Opgave 2

Het lichaam hiernaast is een regelmatige zeszijdige piramide $ABCDEF.T$. Alle zijden van het grondvlak zijn 4 cm. Alle opstaande ribben zijn 12 cm.

- Bereken de hoogte van deze piramide.
- Teken een vooraanzicht, een zijaanzicht en een bovenaanzicht van deze piramide op schaal 1 : 2.
- Zet de letters van de hoekpunten op de goede plaats in de aanzichten.
- Welke opstaande ribben worden op ware grootte weergegeven? En in welk aanzicht?
- Geef het getekende diagonaalvlak in de aanzichten weer.

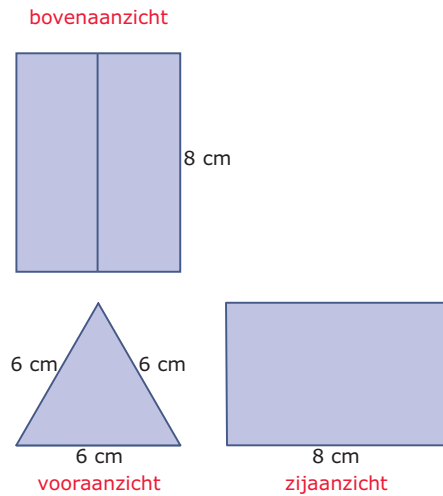


Figuur 4

Opgave 3

Je ziet hier een drieaanzicht van een lichaam. De figuur staat ook op een **werkblad**.

- a Om wat voor lichaam gaat het hier?
- b Bij het zijaanzicht ontbreekt een afmeting. Hoe groot moet de hoogte ervan zijn?
- c De figuur krijgt de naam $ABE.DCF$. Zet in de aanzichten de letters bij de juiste hoekpunten.



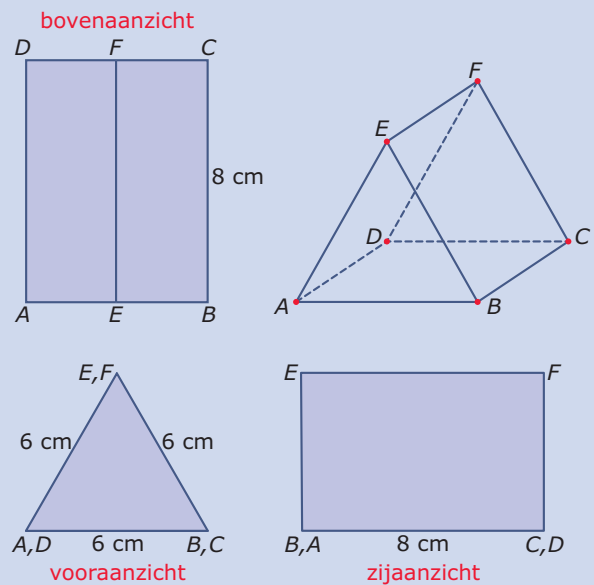
Figuur 5

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Je ziet hier een regelmatig driezijdig prisma $ABE.DCF$. Dit lichaam is getekend als **parallelprojectie**.

Maar er is ook een **drieaanzicht** van getekend. Dat is een combinatie van een **vooraanzicht**, een **bovenaanzicht** en een **zijaanzicht**. In aanzichten zie je meestal veel afmetingen op ware grootte, je kunt er beter metingen in verrichten dan in een parallelprojectie. Wel is het soms lastig om op basis van aanzichten te herkennen om wat voor figuur het gaat.



Figuur 6

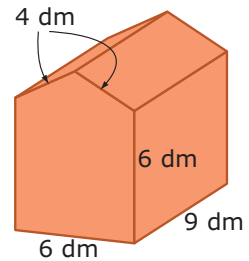
Voorbeeld 1

Deze kartonnen doos heeft de vorm van een vijfzijdig prisma. De voorkant en de achterkant zijn symmetrische vijfhoeken met twee rechte hoeken. De afmetingen vind je bij de figuur.

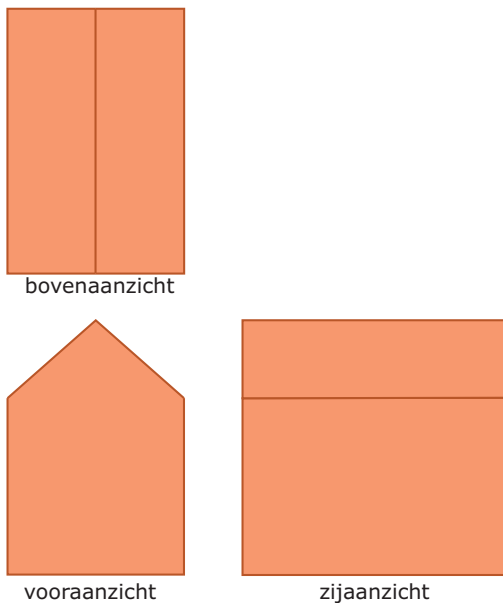
Teken een drieaanzicht van deze doos.

Antwoord

Van het bovenaanzicht weet je alle afmetingen, dus dat kun je meteen tekenen. Van het vooraanzicht weet je ook alle afmetingen en als je dan van de symmetrie gebruik maakt en de passer gebruikt voor de twee zijden van 4 dm, dan kun je ook dat tekenen. Het zijaanzicht vind je door vooraanzicht en bovenaanzicht te combineren.



Figuur 7



Figuur 8

Opgave 4

In **Voorbeeld 1** wordt een drieaanzicht van een doos getekend.

- Teken dit drieaanzicht zelf op schaal 1 : 20.
De figuur is een prisma $ABCDE.FGHIJ$. Hierin is vijfhoek $ABCDE$ het voorvlak, met $AB = BC = 6$ dm en $AE = 4$ dm.
- Zet de letters in je drieaanzicht op de juiste plek.
- Bereken nu de hoogte van de voorkant van de doos, dus de hoogte van punt E boven lijn BC in mm nauwkeurig.
- Bereken de grootte van $\angle AED$ in graden nauwkeurig.

Opgave 5

Van een regelmatige vierzijdige piramide $ABCD.T$ zijn alle ribben 4 cm.

Teken een drieaanzicht van deze piramide.

Voorbeeld 2

Van een aantal eenheidskubusjes kun je een balk stapelen. Het vooraanzicht van de balk bestaat uit 12 kubusjes. Het rechter zijaanzicht van de balk uit 8 kubusjes.

Uit hoeveel kubusjes kan de balk bestaan?

Antwoord

Noem de lengte, breedte en hoogte van de balk l , b en h . Uit het gegeven aantal kubusjes in het vooraanzicht volgt $b \cdot h = 12$. Uit het gegeven aantal kubusjes in het zijaanzicht volgt $l \cdot h = 8$.

Het aantal mogelijkheden kun je nu in een tabel weergeven:

l	h	b	totale balk
1	8	X	X
2	4	3	24
3	X	X	X
4	2	6	48
8	1	12	96

Tabel 1

Mogelijkheden zijn dus 24, 48 en 96 kubusjes.

Opgave 6

Bekijk [Voorbeeld 2](#).

- Waarom volgt uit de gegevens dat $b \cdot h = 12$ en $l \cdot h = 8$?
- Er worden drie oplossingen gegeven die correct zijn. Zijn er nog meer correcte oplossingen?
- Waarom is de combinatie 1, 12, 4 bijvoorbeeld niet correct?

Opgave 7

Het vooraanzicht van een balk bestaat uit 30 kubusjes en het linker zijaanzicht uit 21.

Uit hoeveel kubusjes bestaat de balk?

Opgave 8

Een balk bestaat in totaal uit 432 kubusjes. Het vooraanzicht bestaat uit 72 kubusjes.

Uit hoeveel kubusjes kan het zijaanzicht dan bestaan?

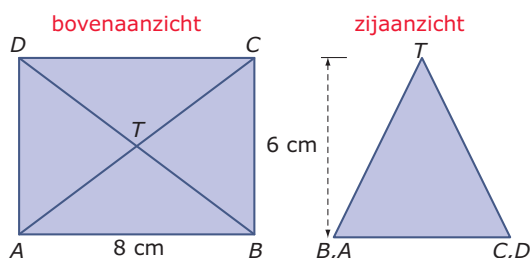
Opgave 9

Het bovenaanzicht van een balk bestaat uit 44 kubusjes en het vooraanzicht uit 66.

Uit hoeveel kubusjes bestaat de balk?

Voorbeeld 3

Je ziet hier het bovenaanzicht en het zijaanzicht van een veelvlak. Welk veelvlak betreft het en hoe groot is de totale oppervlakte van dat lichaam?



Figuur 9

Antwoord

Dit betreft een vierzijdige piramide $ABCD.T$ met een rechthoekig grondvlak.

Voor de totale oppervlakte van dit lichaam moet je de oppervlakte van het grondvlak en van de vier opstaande grensvlakken bij elkaar optellen.

De grensvlakken ABT en CDT zijn twee congruente gelijkbenige driehoeken met een basis van 8 cm en een hoogte die je in het zijaanzicht op ware grootte ziet. Die hoogte is dus $\sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}$ cm. De oppervlakte van elk van deze twee grensvlakken is $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$ cm.

De grensvlakken BCT en DAT zijn twee congruente gelijkbenige driehoeken met een basis van 6 cm en een hoogte die je in het vooraanzicht op ware grootte ziet. Die hoogte is dus $\sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$ cm. De oppervlakte van elk van deze twee grensvlakken is $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2\sqrt{13} = 6\sqrt{13}$ cm.

Nu kun je de totale oppervlakte wel berekenen...

Opgave 10

In **Voorbeeld 3** zie je twee aanzichten van een lichaam.

- Hoe ziet het vooraanzicht van dit lichaam er uit? En waarom weet je dat zeker?
- Waarom is de hoogte van het vooraanzicht niet gelijk aan de hoogte van de driehoek ABT ? Laat zien hoe je daarvan de hoogte berekend.
- Bereken de totale oppervlakte van dit lichaam, zowel exact als in mm^2 nauwkeurig.

Opgave 11

Van een veelvlak is het bovenaanzicht een gelijkzijdige driehoek met zijden van 4 cm en het vooraanzicht een vierkant met zijden van 4 cm.

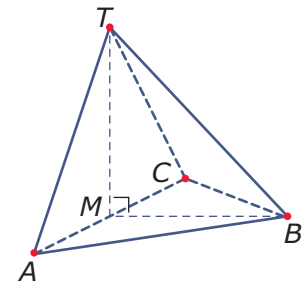
Welk veelvlak is dit? Bereken er de totale oppervlakte van.

Verwerken

Opgave 12

Je ziet hier een piramide $ABC.T$ waarvan het grondvlak ABC een gelijkzijdige driehoek met zijden van 6 cm is. De top T ligt recht boven het midden M van ribbe AC . De ribben AT en CT zijn allebei 5 cm lang.

- Teken een vooraanzicht, een zijaanzicht en een bovenaanzicht van deze piramide.
- Bereken de lengte van ribbe BT .
- Bereken de grootte van $\angle MTB$ in graden nauwkeurig.



Figuur 10

Opgave 13

Een veelvlak $ABC.DEF$ heeft als vooraanzicht een vierkant met zijden van 4 cm en als zijaanzicht een gelijkbenige driehoek waarvan de basis ook 4 cm is.

Teken het bovenaanzicht van dit veelvlak en bereken er de oppervlakte van.

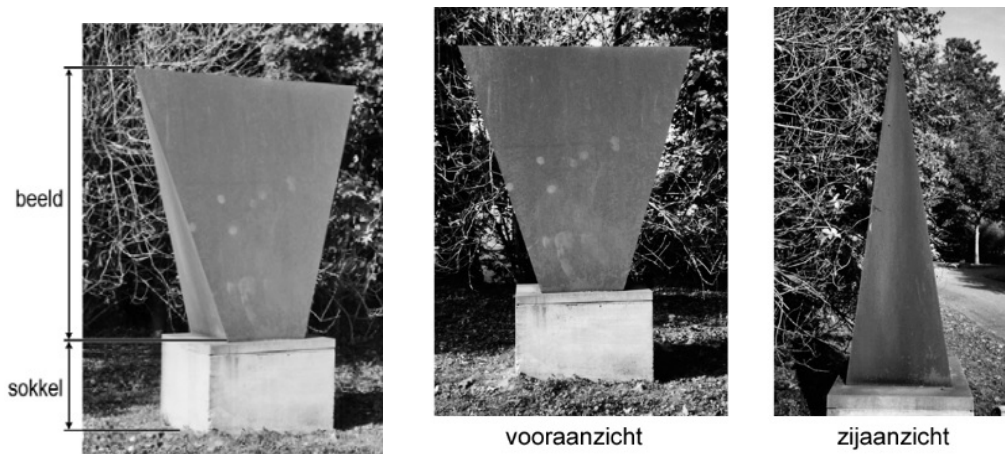
Opgave 14

Het vooraanzicht van een balk bestaat uit 40 kubusjes en het bovenaanzicht uit 24 kubusjes.

Uit hoeveel blokjes kan dit lichaam minimaal bestaan? En maximaal?

Opgave 15

In het beeldenpark in Zwijndrecht staan verschillende beelden. Eén van die beelden is het beeld op de foto hieronder. De onderkant van het beeld dat op de sokkel staat, is een vierkant met zijden van 50 cm. Het beeld is 100 cm hoog en de lengte van de bovenkant is 100 cm lang. Het vooraanzicht en het zijaanzicht zijn symmetrisch.

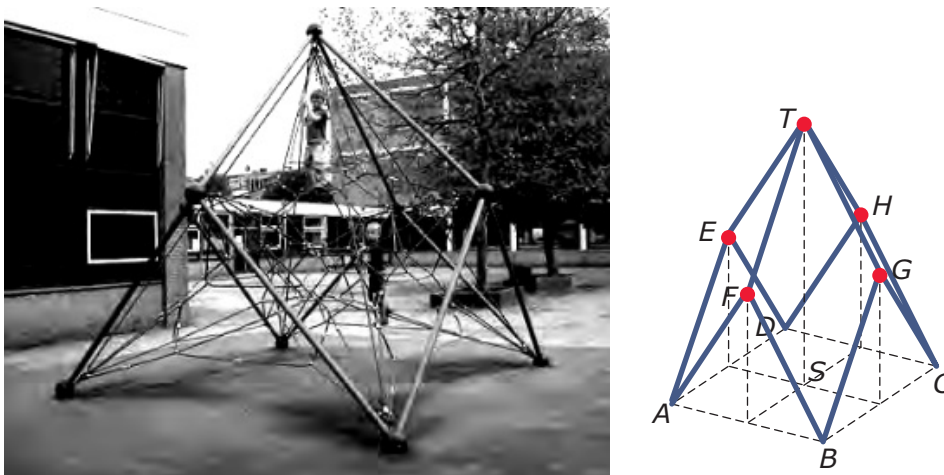


Figuur 11

- Teken een bovenaanzicht van dit beeld op schaal 1 : 10.
Het grondvlak van dit beeld is een vierkant $ABCD$. De bovenkant is een ribbe EF . In het vooraanzicht zie je de punten A , B en E .
- Bereken de lengte van ribbe BE in mm nauwkeurig.
- Als het beeld in de verf zou worden gezet, hoeveel cm^2 verf is daar dan voor nodig?

Opgave 16

Op de foto hieronder zie je kinderen spelen op een speeltoestel. Het speeltoestel is een constructie van metalen buizen waarin een net is gespannen. Op de tekening ernaast zie je de metalen constructie die bestaat uit vier even grote ruiten. Elke zijde van zo'n ruit is 3 meter lang. Elk van die ruiten heeft bij het punt op de grond een hoek van 60° . Alle verticale stippellijnen staan loodrecht op vierkant $ABCD$.



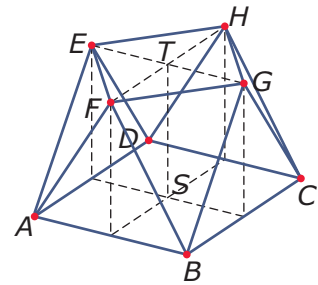
Figuur 12

- Teken een bovenaanzicht van de metalen constructie op schaal 1 : 10.
- Bereken hoe hoog punt T boven de grond zit, dus de lengte van TS in cm nauwkeurig.

Toepassen

Dit is een draadmodel van een achtkanter. Dat is een symmetrisch lichaam waarvan het grondvlak een vierkant $ABCD$ is met zijden van 8 cm en ook het bovenvlak $EFGH$ een vierkant is. Alle opstaande grensvlakken zijn gelijkbenige driehoeken met ribben van 6 cm.

Van deze achtkanter liggen alle hoekpunten van het bovenvlak recht boven de middens van de zijden van het grondvlak. Dat maakt alle aanzichten eenvoudig...



Figuur 13

Opgave 17: Achtkanter (I)

Bekijk de achtkanter in. Gebruik de gegevens in de tekst.

- Bereken de zijden van het bovenvlak $EFGH$.
- Bereken de hoeken van $\triangle BGF$.
- Teken een drieaanzicht van deze achtkanter. Zet de letters van de hoekpunten op de juiste plaats in je figuur.
- Stel je voor dat deze achtkanter massief zou zijn. Hoe groot bedraagt dan zijn totale buitenoppervlakte?

Opgave 18: Achtkanter (II)

Van een andere achtkanter is het grondvlak $ABCD$ een vierkant met zijden van 8 cm en het bovenvlak $EFGH$ een vierkant met zijden van 4 cm.

De zijden van alle opstaande gelijkbenige driehoeken zijn ook nu 6 cm.

- Bereken van deze achtkanter de hoogte TS .
- Teken een drieaanzicht van deze achtkanter. Zet weer de letters van de hoekpunten op de juiste plaats in je figuur.
- Stel je voor dat deze achtkanter massief zou zijn. Hoe groot bedraagt dan zijn totale buitenoppervlakte?

Testen

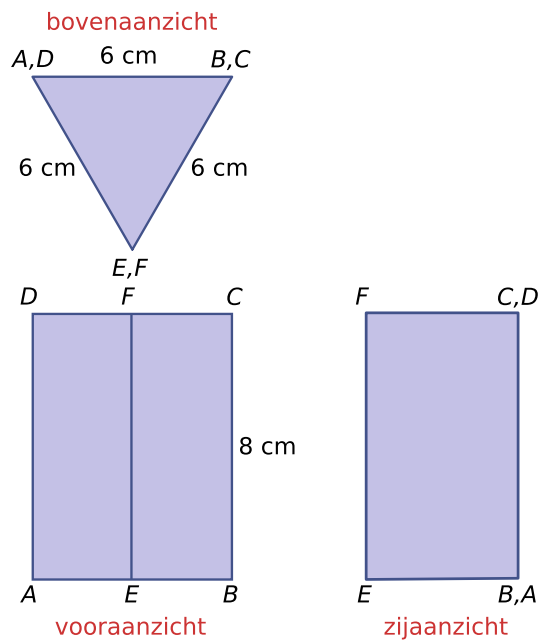
Opgave 19

Gegeven is een regelmatige vierzijdige piramide $ABCD.T$ met $AB = 4$ cm, $BC = 4$ cm en $AT = 6$ cm.

- Teken een drieaanzicht van deze piramide.
- Bereken de oppervlakte van deze piramide in cm^2 in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 20

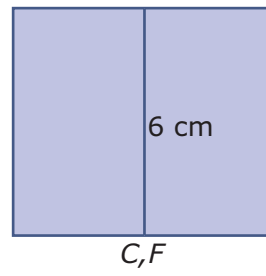
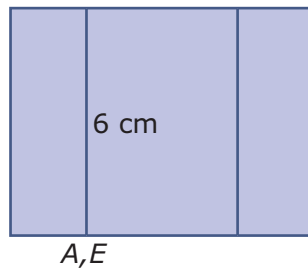
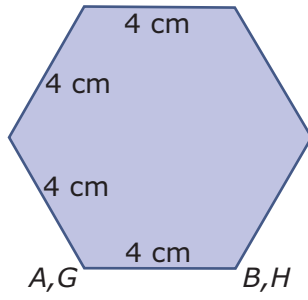
Hier zie je een drieaanzicht van een ruimtelijke basisfiguur.



Figuur 14

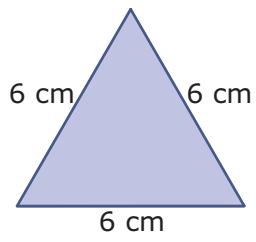
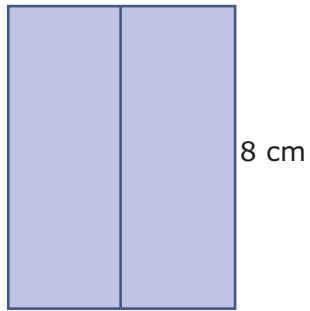
Om welke basisfiguur gaat het? Bereken er de oppervlakte van in cm^2 nauwkeurig.

Werkblad bij Opgave 1 op pagina 2

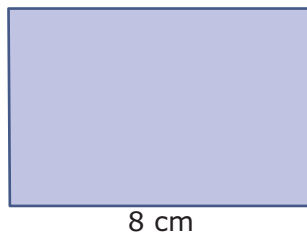


Werkblad bij Opgave 3 op pagina 3

bovenaanzicht



vooraanzicht



zijaanzicht



© 2022

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
