1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

In dit onderwerp heb leren werken met gelijkvormigheid en congruentie. Je hebt gezien wanneer twee figuren congruent en wanneer ze gelijkvormig zijn. Met behulp van gelijkvormige driehoeken kun je (soms samen met de stelling van Pythagoras) berekeningen uitvoeren in figuren in het platte vlak. Met behulp van congruentie kun je veel eigenschappen van driehoeken en andere vlakke figuren onderzoeken en bewijzen. Je hebt ook enigszins kennis gemaakt met het bewijzen in de meetkunde. Je zult dit in de bovenbouw vooral bij wiskunde B en D veel tegenkomen.

De onderstaande opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **Vlakke meetkunde** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken. De opgaven hieronder zijn bedoeld om je daarbij te helpen.

Begrippenlijst

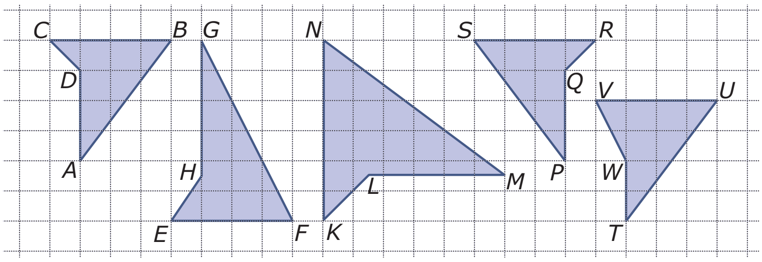
- congruentie — overeenkomstige hoeken — overeenkomstige zijden — vergrotingsfactor — verhoudingstabel;
- congruentie — gelijkvormigheid;
- middelloodlijn — bissectrice (deellijn) — zwaartelijn — hoogtelijn — omgeschreven en ingeschreven cirkel — gelijkbenige driehoek — gelijkzijdige driehoek — definitie, stelling, bewijs;
- regelmatige veelhoeken — omgeschreven cirkel;
- gelijkvormige figuren — lengtevergrotingsfactor — oppervlaktevergrotingsfactor.

Activiteitenlijst

- de begrippen gelijkvormig en congruent;
- herkennen wanneer driehoeken congruent of gelijkvormig zijn en behulp daarvan berekeningen in driehoeken uitvoeren;
- bijzondere lijnen in driehoeken en eigenschappen van driehoeken en deze bijzondere lijnen bewijzen — de stelling van Thales bewijzen;
- rekenen in vierhoeken, vijfhoeken, etc, met behulp van congruentie en gelijkvormigheid;
- werken met de lengtevergrotingsfactor en de bijbehorende oppervlaktevergrotingsfactor.

Opgave 1

Je ziet hier vijf vierhoeken op een rooster.



Figuur 1

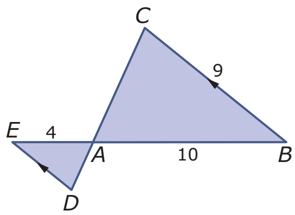
Welke van deze vierhoeken zijn congruent? Welke zijn gelijkvormig? Licht je antwoorden toe.

Opgave 2

Bekijk de figuur hiernaast.

a Welke twee driehoeken zijn gelijkvormig en waarom?

b Welke zijde van ΔAED kun je berekenen? Laat zien, hoe je die zijde berekent.



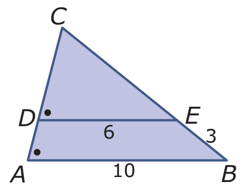
Figuur 2

Opgave 3

Bekijk de figuur hiernaast.

a Welke twee driehoeken zijn gelijkvormig en waarom?

b Welke zijde van ΔDEC kun je berekenen? Laat zien, hoe je die zijde berekent.



Figuur 3

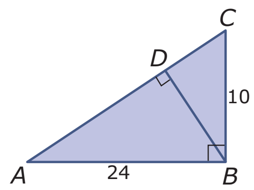
Opgave 4

Hier zie je een rechthoekige driehoek ABC met daarin de hoogtelijn BD.

a Welke gelijkvormige driehoeken zie je in deze figuur?

b Waarom weet je van ΔABC eigenlijk alle drie de zijden?

c Bereken de lengte van BD. Geef een duidelijke uitwerking en het antwoord in twee decimalen nauwkeurig.



Figuur 4

Opgave 5

Een gelijkbenige driehoek is een driehoek waarvan twee zijden even lang zijn.

Bewijs dat elke gelijkbenige driehoek twee even lange hoogtelijnen heeft.

Opgave 6

Van elke driehoek kun je een omgeschreven en een ingeschreven cirkel construeren.

Maak een overzicht van hoe dat in zijn werk gaat.

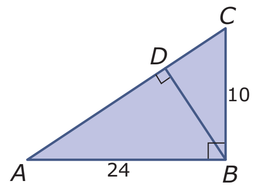
Opgave 7

Construeer een regelmatige vijfhoek met zijden van 4 cm. Licht je constructie toe.

Opgave 8

Hier zie je een rechthoekige driehoek ABC met daarin de hoogtelijn BD.

Hoe verhouden zich de oppervlaktes van de driehoeken ABD en BCD?

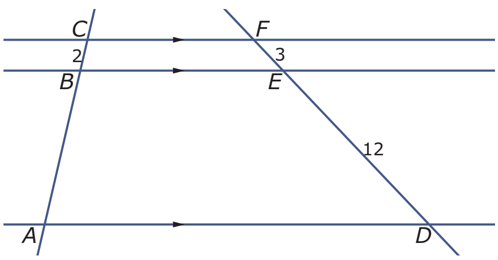


Figuur 5

Testen

Opgave 9

Je ziet hier hoe drie evenwijdige lijnen worden gesneden door twee andere lijnen. Zo ontstaan de trapezia $ADEB$, $BEFC$ en $ADFC$.



Figuur 6

a Waarom zijn deze trapezia niet zonder meer gelijkvormig?

Je wilt de lengte van AB berekenen.

b Waarom is het verstandig om dat een lijn door F te tekenen die evenwijdig is met lijn AC?

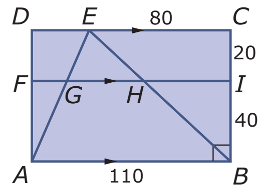
c Bereken de lengte van AB.

Opgave 10

$ABCD$ is een rechthoek en $FI//AB$.

a Bereken de lengte van BH.

b Bereken de lengte van AG.



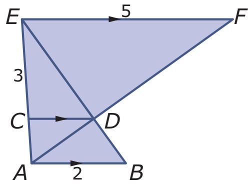
Figuur 7

Opgave 11

In deze figuur is $AB//CD//EF$.

a Welke drie paren gelijkvormige driehoeken herken je in de figuur?

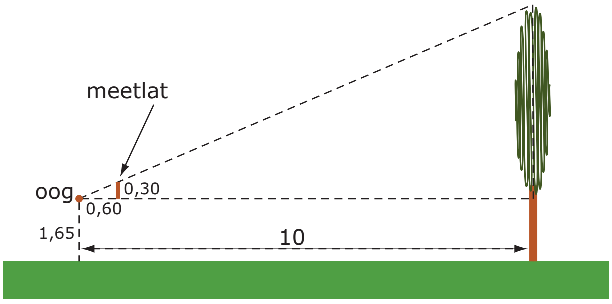
b Bereken de lengte van AC.



Figuur 8

Opgave 12

Marisa berekent de hoogte van een boom met behulp van een meetlat met een lengte van 30 cm. Ze houdt de meetlat verticaal en zo, dat de onderkant ervan op ooghoogte zit. Kijkt ze nu precies langs de bovenkant dan ziet ze de top van de boom. Haar vriend Peter meet na dat de onderkant van de meetlat 60 cm voor haar oog zit en 1,65 boven de begane grond. Verder staat Marisa 10 m van de boom af.

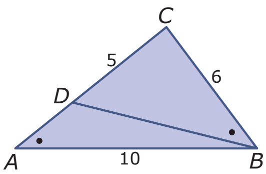


Figuur 9

Bereken de hoogte van de boom in dm nauwkeurig.

Opgave 13

Bereken de lengte van BD.



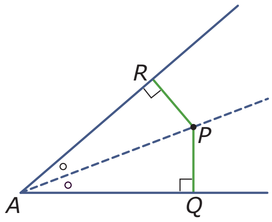
Figuur 10

Opgave 14

Elk punt P op de bissectrice van een hoek heeft even grote (loodrechte) afstanden tot de benen van die hoek. Deze stelling wordt in de figuur hiernaast uitgebeeld.

a Bewijs deze stelling.

b Gebruik deze stelling om de ingeschreven cirkel van een driehoek te construeren. Leg uit hoe je te werk gaat.



Figuur 11

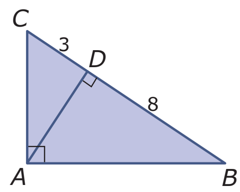
Opgave 15

Je ziet hier een rechthoekige driehoek ABC met daarin hoogtelijn AD.

a Bereken de lengte van AD.

Neem in het algemeen aan, dat $BD = p$, $DC = q$ en $AD = h$.

b Bewijs dat $h^2 = pq$.



Figuur 12

Opgave 16

Bereken de oppervlakte van een regelmatige zeshoek met zijden van 8 cm.

Opgave 17

De spits van een kerktoren is een regelmatige vierzijdige piramide met een grondvlak van 3 bij 3 m en een hoogte van 8 m.
Op 2 m boven het grondvlak wordt een vierkant houten vloertje aangebracht.

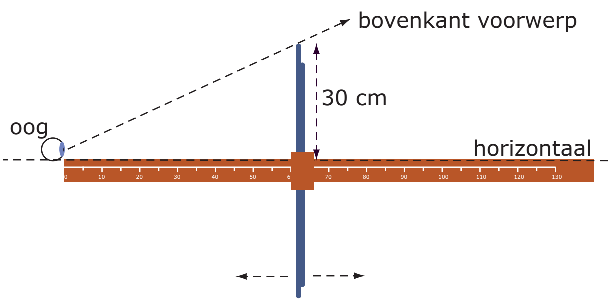
Bereken de oppervlakte van dit vloertje in dm^2 nauwkeurig.

Toepassen

Je ziet hier een **Jacobsstaf**, een oud instrument om de hoogte of de breedte van een bouwwerk te bepalen, maar ook de hoek van de zon ten opzichte van de horizon. Hiermee kun je op zee de breedtegraad vaststellen waarop je je bevindt. De jacobsstaf is de voorloper van de sextant.

Figuur 13

Hij bestaat uit een lat met daarop een schaalverdeling die je vlak onder je oog kon houden. Loodrecht daarop kun je een andere lat (soms meerdere latten) verschuiven. Je houdt de schaalverdeling horizontaal en kijkt langs de bovenkant van die loodrechte lat. Je verschuift hem tot je het hoogste punt van het bouwwerk nog precies ziet. Nu kun je op de schaalverdeling de horizontale afstand tot je oog aflezen.



Figuur 14

Opgave 18: Hoogte meten met de Jacobsstaf

Je kunt hierboven nalezen wat een Jacobsstaf is.

Stel je voor dat je met zo'n Jacobsstaf de hoogte wilt bepalen van een kerktoren. Je gaat dan ongeveer 100 m van die toren af staan en houdt de Jacobsstaf op ooghoogte horizontaal tegen je gezicht. Je verschuift de verticale lat totdat je langs de bovenkant nog net de torenspits kunt zien. Je ziet in de figuur dat die verticale lat 30 cm boven de horizontale lat uitsteekt.

a Maak een schets van de situatie.

b Je leest op de schaalverdeling af dat de verticale lat bij 65 cm staat. Bereken nu de hoogte van de toren als jouw ooghoogte 1,70 m boven de grond is.

Opgave 19: Practicum Jacobsstaf

Je kunt zelf een Jacobsstaf maken en dan de hoogte van allerlei voorwerpen in jouw buurt bepalen.

a Maak een bouwtekening van een Jacobsstaf.

b Bepaal met behulp van jouw eigen Jacobsstaf de hoogte van enkele objecten in jouw omgeving.