4.6 Totaalbeeld

Samenvatten

In dit onderwerp is uitgebreider ingegaan op het begrip 'functie'. Wat is een functie nou precies en welke notaties gebruik je er bij? Vooral begrippen als domein en bereik zijn belangrijk en ook is inzicht in transformatie van standaardfuncties erg nuttig. Natuurlijk wil je functies kunnen vergelijken en met name ongelijkheden oplossen.

De onderstaande opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **'Functies'** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken. De opgaven hieronder zijn bedoeld om je daarbij te helpen.

Begrippenlijst

- het begrip functie — onafhankelijk variabele — functiewaarden;
- domein — bereik — interval;
- machtsfunctie — transformatie (vervorming) — wortelfunctie — gebroken functie;
- vergelijking — ongelijkheid;
- families van functies — functievoorschriften met een of meer parameters.

Activiteitenlijst

- werken met het functiebegrip en de bijbehorende termen;
- domein en bereik van een functie bepalen;
- werken met standaardfuncties zoals de standaard lineaire, kwadratische, gebroken en wortelfunctie — de transformaties herkennen waarmee grafieken van functies uit die van de bijpassende standaardfunctie kunnen worden afgeleid;
- vergelijkingen en ongelijkheden bij allerlei functies oplossen;
- werken met parameters — een parameter berekenen onder andere in het geval dat functies elkaar raken.

Opgave 1

Bij een parabool hoort de formule $y = -0{,}5x^2 + 4x - 6$.

a Waarom is y een functie van x?

b Je noemt deze kwadratische functie f. Schrijf het functievoorschrift op.

c Bereken f(3) en f(-3).

d Los op $\text{f}(x) = 0$.

Opgave 2

Gegeven is de functie g met functievoorschrift $\text{g}(x) = 4 - \sqrt{x+1}$.

a Welk domein heeft deze functie?

b Bereken de snijpunten van de grafiek van g met beide assen.

c Bepaal het bereik van g.

Opgave 3

Gegeven is de functie h met functievoorschrift $\text{h}(x) = \frac{4}{x-2} + 3$.

a Welk domein heeft deze functie?

b Bereken de snijpunten van de grafiek van h met beide assen.

c De grafiek van h kan door transformatie ontstaan uit die van $y = \frac{1}{x}$. Beschrijf welke transformaties je dan moet toepassen.

d Bepaal het bereik van h.

Opgave 4

Gegeven zijn de functies f en g door $\text{f}(x) = -x^3 + 5x$ en $\text{g}(x) = 2x$.

a Teken de grafieken van deze functies in één figuur. Maak eerst een tabel zoals deze.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\text{f}(x)$							
$\text{g}(x)$							

Tabel 1

b Los op $\text{f}(x) < \text{g}(x)$.

Opgave 5

De functies f_p zijn gegeven door $\text{f}_p(x) = px^2 - 4x + p$.

a Voor welke waarden van p hebben deze functies een positief maximum?

b Voor welke p raakt de grafiek van zo'n functie de lijn $y = 2x$?

Testen

Opgave 6

Als je in de binnenstad wilt parkeren, kost dat € 1,00 per half uur. In de parkeerautomaat kun je alleen voor halve uren geld inwerpen. Als je dus 75 minuten wilt parkeren, moet je voor 2 halve uren geld inwerpen. De tijd in minuten die je wilt parkeren wordt voorgesteld door t en het geldbedrag dat je daarvoor kwijt bent door B.

a Hoeveel betaal je voor 140 minuten parkeren?

b Hoeveel tijd kun je parkeren voor € 4,00?

c Teken de grafiek van de functie $B(t)$.

d Waarom is B wel een functie van t, maar t geen functie van B?

Opgave 7

Gegeven zijn de functies f en g door $\text{f}(x) = 7 - x$ en $\text{g}(x) = -x^2 + 6x - 3$.

a Bereken van de grafiek van g de snijpunten met de x-as en de coördinaten van de top. Teken beide grafieken in één figuur.

b Schrijf domein en bereik van g op.

c Los op $\text{f}(x) < \text{g}(x)$.

Opgave 8

Gegeven is de functie $y(x) = 6 - 0{,}5x^4$.

a Bereken in twee decimalen nauwkeurig de snijpunten van de grafiek van deze functie met de beide coördinaatassen.

b De grafiek van deze functie kan door transformatie ontstaan uit die van $y = x^4$. Welke transformaties moet je dan toepassen?

c Los op $y(x) > -2$.

Opgave 9

Gegeven zijn de functies f en g door $\text{f}(x) = x^3$ en $\text{g}(x) = (x - 3)^3$.

a Hoe kan de grafiek van g ontstaan uit die van f?

Voor de verschilfunctie v van beide gegeven functies geldt $\text{v}(x) = \text{f}(x) - \text{g}(x)$.

b Bereken de kleinste waarde die deze verschilfunctie kan aannemen.

Opgave 10

Als je op een hele grote vlakte staat kun je ver zien. De kijkafstand a (in m) hangt af van de hoogte h (in m) van je ogen boven de grond. Er geldt: $a(h) \approx 3572 \cdot \sqrt{h}$.

a Hoeveel bedraagt je kijkafstand als je ogen zich 40 m boven de grond bevinden?

b Hoe hoog zitten je ogen boven de grond als je 20 km ver kunt kijken?

c Als je drie keer zover wilt kunnen kijken, wat moet je dan met je ooghoogte doen?

Opgave 11

Een vuurpijl wordt afgeschoten met een beginsnelheid van 40 m/s. Voor de hoogte van die vuurpijl ten opzichte van de grond geldt:

$h(t) = 40t - 4{,}9t^2$

waarin t de tijd in seconden en h de hoogte in m boven de grond is.

a Als de vuurpijl niet uit elkaar spat, na hoeveel seconden is hij dan weer op de grond?

De vuurpijl spat na 5 seconden uit elkaar.

b Hoe hoog komt de vuurpijl maximaal? Wat is het bereik van h als functie van t?

c Hoe lang is de vuurpijl zichtbaar boven een bomenrij met een hoogte van 30 m?

Opgave 12

Gegeven zijn de functies f_a met $\text{f}_a(x) = x^2 - 2ax + a$.

a Voor welke a heeft de grafiek van deze functie twee nulpunten?

b Voor welke a raakt de grafiek van f_a de lijn $y = -6$?

Opgave 13

Een schip wordt gevuld met graan met behulp van een rijdende kraan met een grijper. Het aantal keren per uur (k) dat deze kraan heen en weer kan rijden van de graanopslagplaats naar het schip hangt af van de afstand tussen beide. Die afstand kan variëren; hij wordt voorgesteld door a (in m). Gegeven is verder dat de kraan met een snelheid van 10 m per minuut kan rijden en dat het laden en lossen ongeveer 3 minuten kost.

a Als $a = 100$, hoeveel keer per uur kan deze rijdende kraan dan graan in het schip storten?

b Stel een formule op voor $k(a)$.

c Bij welke waarden van a kan er 10 keer per uur worden gestort?

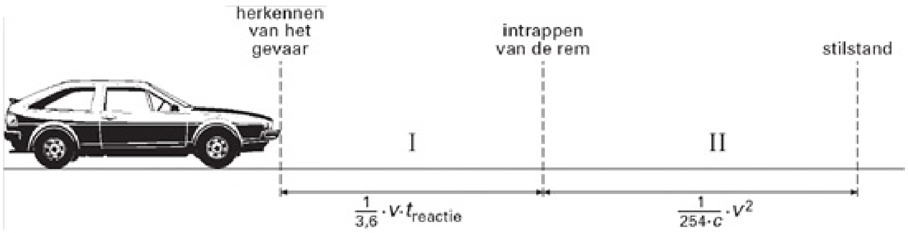
d Hoeveel keer per uur kan er maximaal worden gestort?

e Waarom heeft de grafiek van $k(a)$ wel een horizontale, maar geen verticale asymptoot?

Toepassen

Voor het bepalen van een veilige afstand tussen twee auto's wordt vaak de **remweg** gebruikt. Dat is de afstand die een automobilist nodig heeft om, vanaf het moment dat hij gevaar herkent, zijn auto tot stilstand te brengen. De remweg bestaat uit twee gedeelten:

- de afstand die wordt afgelegd tussen het moment van het herkennen van het gevaar en het moment van het intrappen van de rem;
- de afstand die remmend wordt afgelegd tot de auto stilstaat.



Figuur 1

De formule voor de remweg bestaat dus ook uit twee gedeelten

$R = \frac{v}{3,6} \cdot t + \frac{v^2}{254c}$

Hierin is R de remweg in m, v de snelheid in km/uur en t de reactietijd in seconden, dat wil zeggen de tijd tussen het moment van het herkennen van het gevaar en het moment van het intrappen van de rem.

De parameter c is een constante die afhangt van het wegdek, de kwaliteit van de banden en de weersomstandigheden. Voor een aantal wegtypen en weersomstandigheden geven deze tabellen enkele waarden van c.

nat wegdek	oude banden	nieuwe banden
1 mm water	0,55	0,40
2 mm water	0,45	0,30
ijs	0,10	0,10

droog wegdek	oude banden	nieuwe banden
beton	0,85	0,95
asfalt	0,80	0,90
zandweg	0,50	0,50

Tabel 2

Opgave 14: Remweg en snelheid

Je ziet in **Toepassen** een formule voor het berekenen van de remweg van een auto afhankelijk van zijn snelheid, maar ook van de reactietijd van de bestuurder, het wegtype en de weersomstandigheden.

Een automobilist rijdt met nieuwe banden onder zijn auto op een droge asfaltweg met een snelheid van 100 km/uur. Zijn reactietijd is 0,4 seconden.

a Bereken zijn remweg in m nauwkeurig.

b Als je er van uit gaat dat de reactietijd van deze automobilist altijd 0,4 seconden is, welke formule voor zijn remweg op een droge asfaltweg kun je dan opstellen als hij met nieuwe banden rijdt?

c Als bij een noodstop zijn remweg 90 m blijkt te zijn, hoe hard heeft hij dan gereden?

Een automobiliste rijdt met een snelheid van 60 km/uur op oude banden in een regenbui, waardoor er 1 mm water op de weg ligt. Het begint harder te regenen: de hoeveelheid water op de weg neemt toe tot 2 mm. Haar reactietijd is in beide situaties 0,3 seconden.

d Bereken met hoeveel procent haar remweg toeneemt als zij haar snelheid niet aanpast.

Opgave 15: Reactietijd of rempedaal?

Men zegt wel eens dat bij lage snelheden de reactietijd de belangrijkste bijdrage levert aan de remweg, terwijl bij hoge snelheden de snelheid de belangrijkste bijdrage levert.

Ga uit van een reactietijd van 0,5 seconden en neem $c = 0,75$.

Bij welke snelheid is de bijdrage aan de remweg als gevolg van de reactietijd net zo groot als de bijdrage aan de remweg als gevolg van het remmen? Licht je antwoord toe.