1.5 Totaalbeeld

Samenvatten

Met lineaire verbanden heb je al leren werken. In dit onderwerp is die kennis herhaald en uitgebreid. Het begrip lineaire functie is ingevoerd en je hebt geleerd hoe je een formule moet maken bij een lineaire functie als twee punten van de grafiek zijn gegeven. Ook het werken met (lineaire) vergelijkingen om snijpunten en nulpunten te berekenen is voorbij gekomen.

De onderstaande opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **'Lineaire verbanden'** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3 en 4 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken. De opgaven hieronder zijn bedoeld om je daarbij te helpen.

Begrippenlijst

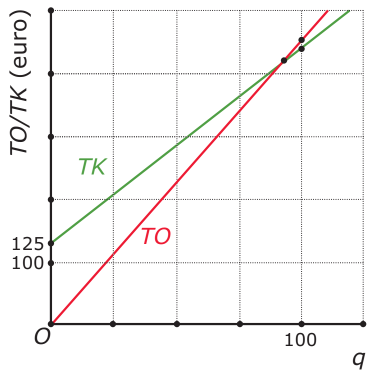
- recht evenredig verband — evenredigheidsconstante — hellingsgetal — richtingscoëfficiënt;
- lineaire functie — parameter;
- vergelijking van een lijn door twee gegeven punten — evenwijdige lijnen;
- snijpunten en nulpunten bij grafieken van lineaire functies.

Activiteitenlijst

- een recht evenredig verband en de evenredigheidsconstante herkennen en er grafieken bij tekenen;
- een lineaire functie en de richtingscoëfficiënt herkennen en er grafieken bij tekenen;
- een formule opstellen bij een lijn door twee gegeven punten;
- snijpunten en nulpunten bij grafieken van lineaire functies berekenen en interpreteren.

Opgave 1

Je ziet hier grafieken van de totale opbrengst TO en van de totale kosten TK (voor inkoop, opslag en administratie) bij de verkoop van q usb-sticks. De grafiek van TO gaat door het punt (100,450) en de grafiek van TK gaat door het punt (100,440).



Figuur 1

a Welke van de twee variabelen TO of TK is recht evenredig met de het aantal verkochte usb-sticks? Waarom?

b Hoeveel bedraagt de evenredigheidsconstante? Welke formule past bij het recht evenredige verband?

c Als twee variabelen recht evenredig zijn, dan betekent een verdubbeling van een waarde de éne ook een verdubbeling van de waarde van de andere. Lat met een getallenvoorbeeld zien dat dit hier ook opgaat.

Opgave 2

Bekijk de grafieken van de totale opbrengst TO en van de totale kosten TK (voor inkoop, opslag en administratie) bij de verkoop van q usb-sticks uit **Opgave 1** nog eens. De grafiek van TO gaat door het punt (100,450) en de grafiek van TK gaat door het punt (100,440).

a Voor de totale kosten geldt $TK = 3{,}15q + 125$. Ga na, dat deze formule past bij de gegevens.

b Welk getal is de richtingscoëfficiënt van de getekende grafiek?

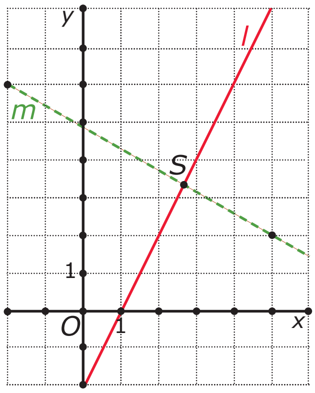
c Welke betekenis heeft de richtingscoëfficiënt voor de lineaire grafiek? En welke betekenis heeft dit getal hier voor de beschreven situatie?

Opgave 3

Je ziet hier twee rechte lijnen. Lijn l is de grafiek van de lineaire functie $y = 2x - 2$.

a Van lijn m zijn twee roosterpunten gegeven. Van welke lineaire functie is deze lijn de grafiek?

b Stel een formule op voor de lijn die evenwijdig loopt met l en door het punt (5,2) gaat.



Figuur 2

Opgave 4

Je ziet in de figuur bij **Opgave 3** twee rechte lijnen. Lijn l is de grafiek van de lineaire functie $y = 2x - 2$. En van lijn m heb je zelf een bijpassende formule opgesteld.

a Bereken de exacte coördinaten van het snijpunt van beide lijnen.

b Bereken het exacte nulpunt van de grafiek m.

Opgave 5

In De GroenWinkel staat een klant met een probleem. Hij wil graag een heg zetten met afwisselend laurieren en coniferen. De heg moet beginnen en eindigen met een laurier. Laurieren kosten € 4,50 en coniferen € 5,50. Het budget dat hij tot zijn beschikking heeft bedraagt € 200. Hoeveel exemplaren kan hij maximaal kopen van elke soort?

a Noem het aantal laurieren l en het aantal coniferen c. Welke twee formules kun je bij dit probleem opstellen?

b Bereken de waarden voor l en c die aan beide vergelijkingen voldoen.

c Hoeveel planten van elke soort zal de klant kopen?

Testen

Opgave 6

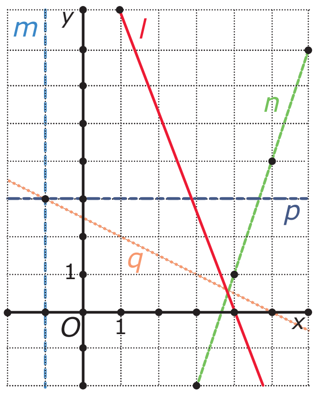
Hier zie je enkele lijnen getekend. Bij de meeste rechte lijnen kun je een lineaire functie opstellen.

a Bij welke van de getekende rechte lijnen kan dat niet? En waarom niet?

b Bij lijn n kun je gemakkelijk de richtingscoëfficiënt aflezen. Stel een complete formule op bij deze lijn.

c Stel ook een formule op bij de lijn l.

d Welke formule hoort er bij lijn p?



Figuur 3

Opgave 7

In de figuur bij **Opgave 6** zie je enkele lijnen getekend. Bij de meeste rechte lijnen heb je een lineaire functie opgesteld.

a Bereken het exacte snijpunt van de lijnen l en n.

b Lijn q gaat door het snijpunt van de lijnen m en p en door het punt (5,0). Onderzoek of de lijnen q, l en n door één punt gaan.

c Bereken de exacte coördinaten van het nulpunt van de lineaire functie die bij lijn n hoort.

Opgave 8

Gegeven zijn de lineaire formules $x - 3y = 9$ en $4x + 2y = 9$.

a Laat zien dat beide formules te herleiden zijn tot lineaire functies van x.

b De lijn p is evenwijdig met de grafiek van $x - 3y = 9$ en gaat door het punt $(3;5)$. Welke lineaire functie past er bij lijn p?

c De lijn q staat loodrecht op de grafiek van $4x + 2y = 9$ en gaat door het punt (3,5). Welke lineaire functie past er bij lijn q?

Opgave 9

De jaarlijkse kosten K (in euro) voor het rijden met een auto met benzinemotor bestaan uit:

- Brandstofkosten B (in euro).
- Onderhoud (in euro).
- Overige vaste kosten voor afschrijving, APK-keuring, wegenbelasting en verzekering (in euro).

Mevrouw Jansen heeft een auto die ze voor haar werk gebruikt. Gemiddeld verbruikt haar auto 8 liter benzine per 100 gereden kilometer en is de benzineprijs € 1,75 per liter. a is het aantal gereden km per jaar.

a Leg uit waarom bij deze gegevens de brandstofkosten voor mw. Jansen recht evenredig zijn met het aantal gereden km per jaar.

b Stel een formule op voor B afhankelijk van a.

In de totale autokosten K moeten ook de overige kosten worden verwerkt. Mw. Jansen schat de onderhoudskosten op € 0,01 per km. En de overige vaste kosten op € 2500,= per jaar.

c Stel nu een formule op voor K afhankelijk van a.

d Waarom is K niet recht evenredig met a?

Van haar werkgever krijgt Mw Jansen een kilometervergoeding van € 0,19 per werkkilometer.

e Bereken bij welke aantallen gereden kilometer per jaar mw. Jansen geld over houdt van haar kilometervergoeding.

Opgave 10

In de zeventiger jaren van de vorige eeuw bestonden er verschillende tarieven voor het gebruik van aardgas. (Voor het gemak zijn de bedragen omgerekend in euro). In het Westland werd als volgt betaald:

- bij een jaarverbruik tot 600 m^3 gas : vaste kosten € 21,= per jaar en daarbij € 0,13 per verbruikte m^3 gas;
- bij een jaarverbruik vanaf 600 m^3 gas : vaste kosten € 48,= per jaar en daarbij € 0,08 per verbruikte m^3 gas;

a Teken een grafiek van de jaarlijkse kosten K voor een gasverbruik a lopend van 0 tot 1500 m^3.

De grafiek van K valt in twee delen uiteen. Voor elk van die delen zijn de jaarlijkse kosten K een lineaire functie van a, de hoeveelheid verbruikte m^3 gas.

b Geef voor elk van die lineaire functies een formule.

c Een tuinder die aan de meterstand zag dat hij op een jaarverbruik van ongeveer 590 m^3 uit zou komen, ging gas afbranden, dus onnodig extra gas verbruiken. Waarom deed hij dat?

d Vanaf welk jaarverbruik leverde toen het onnodig meer gas verbruiken toch een besparing op?

e Welke prijsmaatregelen kon het gasbedrijf nemen om onnodig gas verbruiken te voorkomen?

Opgave 11

300 brugklassers bestellen via school een rekenmachine. Er zijn twee soorten rekenmachines toegestaan, soort A van € 15,= en soort B van € 12,=. Dat kost in totaal € 4320,=. Je wilt weten hoeveel rekenmachines van elke soort er zijn gekocht.

a Noem a het aantal rekenmachines van soort A en b dat van soort B. Welke twee formules gelden er?

b De grafieken bij deze twee formules zijn rechte lijnen. Bereken het snijpunt van deze lijnen.

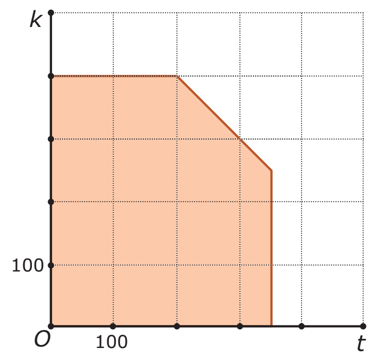
c Hoeveel rekenmachines van elke soort heeft de school besteld?

Toepassen

Een belangrijke toepassing van lineaire verbanden is **lineair programmeren**. Om duidelijk te maken wat je je hierbij moet voorstellen een voorbeeld.

Stel je voor dat in een eenvoudige strandtent alleen koffie en thee als warme drankjes worden geserveerd. Elke dag neemt de eigenaar een voorraad koffie mee die geschikt is voor 400 bekers koffie en een voorraad theebuiltjes genoeg voor 350 bekers thee. Zowel de koffie als de thee wordt in dezelfde bekers opgediend, er zijn 600 van die bekers per dag beschikbaar.
Verder kost een beker koffie € 2,50 en een beker thee € 2,=.

Als je het aantal bekers koffie k noemt en het aantal bekers thee t dan betekenen de getallen over de aantallen bekers dat je alleen te maken hebt met de roosterpunten in het gekleurde gebied in de figuur hiernaast.
Bij welke aantallen verkochte bekers koffie en thee heeft de eigenaar van deze strandtent de meeste inkomsten?



Figuur 4

Opgave 12: Koffie en thee

Lees in **Toepassen** de gegevens over de koffie- en theeverkoop in een eenvoudige strandtent.

Bekijk welke variabelen er zijn ingevoerd. Je gaat nu eerst na hoe het gekleurde gebied ontstaat.

a Uit welk deel van de tekst volgt $k \leq 400$? Welke punten in het assenstelsel voldoen hier aan?

b Waarom gelden ook de ongelijkheden $t \leq 350$ en $k + t \leq 600$?

c Leg uit dat het gekleurde gebied aan die drie voorwaarden voldoet.

d Neem een willekeurig punt in het gekleurde gebied en laat zien dat het aan die drie voorwaarden voldoet.

Neem aan dat er op een bepaalde dag voor € 500,= aan koffie en thee is verkocht.

e Welke lineaire formule hoort daar bij? Teken zelf het gebied en teken daarin de grafiek bij deze formule.

f Teken ook de lijnen die horen bij een totale verkoop aan koffie en thee van € 750,= en van € 900,=.

g Kan de totale opbrengst aan koffie en thee op één dag nog hoger worden onder deze voorwaarden? Hoe hoog maximaal?

Opgave 13: Toneelvoorstelling (1)

In een zaal waar maximaal 1500 zitplaatsen zijn wordt een stuk opgevoerd door de plaatselijke toneelvereniging. Er zijn kaartjes voor kinderen en voor volwassenen, kinderen betalen € 2,50 en volwassenen € 6,00. Er zijn 1000 kaarten voor volwassenen en 1000 kinderkaarten gedrukt.

Noem het aantal kinderen dat de voorstelling bezoekt k en het aantal volwassenen v.

a Waaruit volgt dat $k \leq 1000$ en $v \leq 1000$? Teken het bijbehorende gebied in het assenstelsel.

b Welke ongelijkheid geldt er verder nog voor k en v?

c Geef het gebied aan dat aan alle drie de voorwaarden voldoet.

d Neem een willekeurig punt in het gekleurde gebied en laat zien dat het aan die drie voorwaarden voldoet.

Neem aan dat er € 3600,= aan inkomsten zijn van de kaartverkoop.

e Welke lineaire formule hoort daar bij? Teken in je figuur de grafiek bij deze formule.

f Teken ook de lijn die hoort bij € 6000,= aan inkomsten van de kaartverkoop.

g Hoeveel inkomsten zijn er maximaal mogelijk?

Opgave 14: Toneelvoorstelling (2)

Bekijk de voorgaande opgave nog eens. Om de maximale opbrengst van de kaartverkoop te berekenen is een lineair model opstellen wat overdreven. Maar het wordt wat anders als bijvoorbeeld wordt besloten dat bij deze toneelvoorstelling (die vooral voor kinderen is bedoeld) minstens anderhalf keer zoveel kinderen dan volwassenen moeten zijn.

a Waarom kon je in de vorige opgave wel meteen zien wat de maximale opbrengst zou zijn?

b Welke ongelijkheid geldt er vanwege deze extra voorwaarde?

c Geef het gebied aan dat aan alle vier de voorwaarden (dus ook aan deze extra voorwaarde) voldoet.

d Hoeveel bedraagt met deze extra voorwaarde de maximale opbrengst?

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: `f.spijkers@math4all.nl`

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij `a.f.otten@xs4all.nl` een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.