

1.1 Recht evenredig

Inleiding

In Denemarken wordt als betaalmiddel de Deense Kroon (DKK) gebruikt. In Deense Kroon is ongeveer € 0,13 waard. Hoeveel kost het om bijvoorbeeld 300 DKK te kopen? En hoeveel kun je er krijgen voor 100 euro?



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- wat een recht evenredig verband tussen twee variabelen is en de evenredigheidsconstante (of de richtingscoëfficiënt of het hellingsgetal) bepalen en daarmee een formule opstellen;
- grafieken tekenen bij recht evenredige verbanden.

Voorkennis

- werken met variabelen en verbanden tussen twee variabelen;
- werken met formules en grafieken, zoals een grafiek tekenen bij een formule.

Verkennen

Opgave V1

In Denemarken wordt als betaalmiddel de Deense Kroon (DKK) gebruikt. In Deense Kroon is ongeveer € 0,13 waard.

- Je wilt iets kopen van € 29,00. In jouw portemonnee zitten 350 Deense Kronen. Heb je genoeg?
- Hoeveel Deense Kronen hou je over of kom je tekort?
- Als iets in Denemarken twee keer zo duur wordt, is dat omgerekend in euro dan ook zo?
- Schrijf een formule op die het verband aangeeft tussen de kosten in euro (E) en die in Deense Kronen (D).



Figuur 2

Uitleg

Een winkelier verkoopt losse LegoBasic doosjes voor € 8,99 per stuk. De opbrengst R voor de winkelier is dan afhankelijk van het aantal van die doosjes a dat hij verkoopt. Als de winkelier tweemaal zo veel verkoopt is zijn opbrengst ook tweemaal zo groot. Hier geldt de formule $R = 8,99 \cdot a$. Met R voor de opbrengst in euro en a het aantal doosjes dat de winkelier verkocht heeft.

De variabele R is nu **recht evenredig** met de variabele a , omdat een verdubbeling van de éne variabele ook leidt tot een verdubbeling van de andere variabele.



Figuur 3

Opgave 1

Bekijk de **Uitleg**.

- Hoe groot is de opbrengst als de winkelier 1250 LegoBasic doosjes heeft verkocht?
- Hoeveel LegoBasic doosjes heeft de winkelier verkocht als de dagopbrengst hiervan € 332,63 is?
- Laat met een voorbeeld zien dat R verdubbelt als a verdubbelt.
- Als a drie keer zo groot wordt, wat gebeurt er dan met R ? Laat dit zien met een berekening.

- e Hier zijn R en a recht evenredig. Teken een bijpassende grafiek.
- f Hoe kun je aan de grafiek zien dat het hier om een recht evenredig verband gaat?

Opgave 2

Een kopie maken met een kopieermachine kost € 0,125 per velletje.

- a Hoeveel ben je kwijt als je in een jaar tijd 1750 kopieën maakt?
- b Met welke formule kun je de kosten K in euro afhankelijk van het aantal kopieën a weergeven?
- c Zijn deze twee variabelen recht evenredig met elkaar? Waarom?
- d Maak een tabel en teken de grafiek bij deze formule.

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

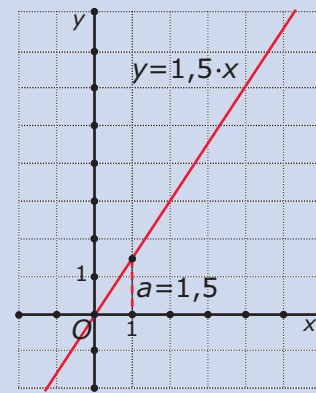
Bekijk de applet: Recht evenredig

Een variabele y is **recht evenredig** met variabele x als een verdubbeling van x ook een verdubbeling van y tot gevolg heeft. De bijbehorende formule heeft dan de vorm

$y = a \cdot x$ met a een willekeurig reëel getal.

De bijbehorende grafiek is een rechte lijn die door de oorsprong gaat.

- a heet de **evenredigheidsconstante**.
- a bepaalt hoe schuin de lijn omhoog of omlaag loopt. Als a positief is, stijgt de lijn, is a negatief dan daalt de lijn. Daarom wordt a ook wel eens het **hellingsgetal** genoemd of de **richtingscoëfficiënt**.



Figuur 4

Omgekeerd hoort ook bij elke rechte lijn door de oorsprong van het assenstelsel een **recht evenredig verband** tussen x en y .

Voorbeeld 1

Bekijk de applet: Recht evenredig

Gegeven zijn de formules $y_1 = 2x$ en $y_2 = 2x + 3$. Van welke van beide formules kun je met deze applet de grafiek maken? Bij welk van beide formules is sprake van een recht evenredig verband?

Antwoord

Door $a = 2$ te kiezen maak je de grafiek van $y_1 = 2x$.

De grafiek van $y_2 = 2x + 3$ kun je niet maken want die grafiek gaat niet door $(0,0)$, omdat bij $x = 0$ de uitkomst $y = 3$ hoort.

Alleen bij $y_1 = 2x$ is sprake van een recht evenredig verband omdat de grafiek daarvan wel een rechte lijn door $(0,0)$ is.

Opgave 3

Bekijk **Voorbeeld 1** en werk met de applet.

- Stel de juiste waarde van a in en maak de grafiek van $y_1 = 2x$.
- Waarom weet je zeker dat de grafiek van $y_1 = 2x$ door $(0,0)$ gaat?
- De formule $y_2 = 2x + 3$ beschrijft geen recht evenredig verband. Laat met een getallenvoorbeeld zien dat een verdubbeling van de waarde van x geen verdubbeling van de waarde van y oplevert bij deze formule.
- Teken de grafieken van $y_1 = 2x$ en $y_2 = 2x + 3$ in één figuur.
- Van welk soort verband is er sprake bij de grafiek van $y_2 = 2x + 3$?

Opgave 4

Welke van de volgende formules beschrijven een recht evenredig verband? Licht je antwoord toe en geef in dat geval de evenredigheidsconstante. (Lees eventueel eerst in de **Theorie** na wat je daaronder verstaat.)

- $y_1 = x$
- $y_2 = -0,5x$
- $y_3 = -x + 1$
- $y_4 = 1/x$
- $y_5 = x^2$
- $y_6 = 0$

Voorbeeld 2

Een schaatser schaatst met een constante snelheid van Sneek naar Leeuwarden. Na 14 minuten heeft hij 5 kilometer afgelegd. Geef een formule voor de tijd t die hij onderweg is (in minuten) afhankelijk van de afgelegde afstand s in km.

Antwoord

De schaatser doet over elke km $14/5 = 2,8$ minuten. Over s km doet hij $2,8 \cdot s$ minuten, dus $t = 2,8 \cdot s$ minuten. Dit is de gevraagde formule.

Opgave 5

Bekijk **Voorbeeld 2**.

- Welke twee variabelen zijn hier recht evenredig met elkaar? En waarom?
Je kunt de formule ook vinden door uit te gaan van $t = a \cdot s$ en dan a uit te rekenen door de gegeven waarden van t en s in te vullen.
- Laat zien dat je daarmee op dezelfde formule uit komt.
Leeuwarden en Sneek liggen 26,4 kilometer uit elkaar.
- Hoe lang doet de schaatser over deze tocht?
- Hoe lang duurt het voordat de schaatser de Elfstedentocht (200 km) heeft afgelegd als zijn gemiddelde snelheid gelijk is aan de constante snelheid tussen Leeuwarden en Sneek?

Opgave 6

Bekijk **Voorbeeld 2** nog eens. Je kunt ook een formule maken van de vorm $s = a \cdot t$.

- Waarom stelt nu de evenredigheidsconstante a de snelheid voor? In welke eenheden?
- Bereken nu opnieuw de waarde van a . Hoe ziet de formule er nu uit?
Je kunt de formule die je in deze opgave hebt gevonden ook afleiden uit die van de vorige opgave.
- Laat zien hoe dat gaat.

Verwerken

Opgave 7

In Zwitserland wordt met de Zwitserse Frank (SFr) betaald. De omrekenkoers is op zeker moment: $1 \text{ SFr} = 0,83 \text{ euro}$.

- Je bent in Zwitserland op vakantie en je koopt een souvenir voor SFr.34,50. Hoeveel euro kost dit souvenir?
- Met welke formule kun je omrekenen van SFr naar euro? Noem het aantal SFr z en het aantal euro e .
- Als een ander souvenir anderhalf keer zo duur is in SFr, hoeveel keer zo duur is het dan in euro?



Figuur 5

Voordat je op vakantie ging heb je waarschijnlijk Zwitserse Franks gekocht bij een bank in Nederland. Die bank rekent voor de aankoop van SFr nog € 5,00 aan kosten. Wel gebruiken ze dezelfde wisselkoers.

- Hoeveel kosten je SFr.250,00?
- Is bij een aankoop van SFr in de situatie beschreven bij d het aantal euro dat je betaalt recht evenredig met het aantal gekochte SFr? Licht je antwoord toe.

Opgave 8

De variabele y is recht evenredig met de variabele x . De bijbehorende evenredigheidsconstante is 5,8.

- Welke formule beschrijft het verloop van y afhankelijk van x ?
- Hoe ziet de grafiek van y afhankelijk van x er uit?
- Als x tien keer zo groot wordt, dan geldt dit ook voor y . Toon dit aan.

Opgave 9

Van een cirkel is de omtrek P recht evenredig met de diameter d . De bijbehorende evenredigheidsconstante is π genoemd.

- Welke formule geldt dus voor de omtrek van een cirkel?
- Is de omtrek van een cirkel ook recht evenredig met de straal r ? Welke formule geldt er voor P afhankelijk van r ?
- Is de oppervlakte A van een cirkel ook recht evenredig met de diameter? Licht je antwoord toe.

Opgave 10

Alexandra rijdt op haar fiets van haar huis naar dat van haar oma, een afstand van 25 km. Ze rijdt in een rustig tempo van 12 km/uur.

- Waarom is Alexandra's afstand a_1 in km tot haar eigen huis recht evenredig met haar reistijd t in uur? Geef een bijpassende formule.
- Waarom is Alexandra's afstand a in km tot haar oma's huis niet recht evenredig met haar reistijd t in uur? Geef ook nu een bijpassende formule.
- Bereken hoeveel minuten Alexandra over die 25 km doet.

Opgave 11

In welke van de volgende situaties is y recht evenredig met x ? Stel in dat geval een passende formule op.

- De grafiek van y afhankelijk van x is een rechte lijn door de oorsprong en door (12,39).
- De grafiek van y afhankelijk van x is een rechte lijn door de punten (4,12) en (12,39).
- De grafiek van y afhankelijk van x is een rechte lijn door de punten (10, -6) en (15, -9).

- d De bijbehorende formule heeft de vorm $x \cdot y = c$ en gaat door het punt (10; 0,5).
 e De bijbehorende formule heeft de vorm $\frac{y}{x} = c$ en gaat door het punt (10; 0,5).

Toepassen

Naast de temperatuurschaal van Celsius (die wij meestal wordt gebruiken) bestaan er nog andere **temperatuurschalen**, waaronder:

- De temperatuurschaal van Fahrenheit (die nog gebruikt wordt in Amerika).
 Je krijgt het aantal graden Fahrenheit door het aantal graden Celsius te delen door 10, de uitkomst te vermenigvuldigen met 18 en vervolgens nog 32 erbij te tellen.
- De temperatuurschaal van Réamur.
 Je krijgt het aantal graden Réamur door het aantal graden Celsius te delen door 10 en dan te vermenigvuldigen met 8.

Opgave 12: Celsius, Fahrenheit, Réamur

Hierboven worden drie verschillende temperatuurschalen beschreven.

De temperatuur in graden Celsius noem je T_C , die in graden Fahrenheit T_F en die in graden Réamur T_R .

- a Leid uit de tekst een omrekenformule af van T_C naar T_F .
 b Leid ook een omrekenformule af van T_F naar T_C .
 c Leid uit de tekst een omrekenformule af van T_C naar T_R .
 d Leid uit de tekst een omrekenformule af van T_R naar T_C .
 e Welke van deze drie temperatuurschalen zijn recht evenredig?

Testen

Opgave 13

Eén Russische roebel (₽) is op zeker moment gelijk aan € 0,011.

- a Hoeveel is 250 waard?
 b Hoeveel roebel is € 250 waard?
 c Waarom is de waarde van de roebel recht evenredig met die van de euro? Schrijf een bijpassende formule op.
 d Waarom is het bedrag in euro's dat je moet betalen voor een bepaald aantal roebels waarschijnlijk niet recht evenredig met de waarde in euro's?



Figuur 6

Opgave 14

In welke van de volgende gevallen is y recht evenredig met x ? Stel in dat geval een bijpassende formule op.

- a De grafiek van y afhankelijk van x is een rechte lijn door (10,15) en door (30,40).
 b De grafiek van y afhankelijk van x is een rechte lijn door (10,15) en door (30,45).
 c De grafiek van y afhankelijk van x gaat door (0,0), (1,2) en door (2,8).



© 2022

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
