

5.1 Kwadraten

Inleiding

De oppervlakte van een vierkant heet een kwadraat. Dat komt van het Latijnse woord 'quadratus' voor vierkant. Je rekent die oppervlakte uit door de zijde van het vierkant met zichzelf te vermenigvuldigen. En een getal met zichzelf vermenigvuldigen heet daarom kwadrateren.

Je leert in dit onderwerp

- getallen kwadrateren (met zichzelf vermenigvuldigen) en de bijbehorende notatie.

Voorkennis

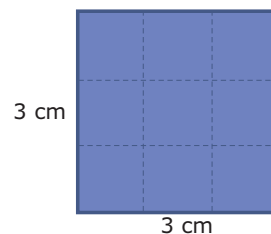
- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- de oppervlakte van een roosterfiguur en een vierkant met gegeven zijde berekenen.

Verkennen

Opgave V1

De oppervlakte van een vierkant bereken je door de lengte van een zijde met zichzelf te vermenigvuldigen.

- Hoe groot is de oppervlakte van dit vierkant?
- Hoeveel bedragen de afmetingen van een vierkant met een oppervlakte van 441 eenheden?
- Waarom wordt de oppervlakte-eenheid 'vierkante' meter geschreven als m^2 ?



Figuur 1

Opgave V2

Bekijk alleen vierkanten met gehele getallen als lengtes van de zijden.

Welke afmetingen heeft het grootste vierkant dat een oppervlakte heeft van minder dan 100000? En het kleinste vierkant dat een oppervlakte heeft van meer dan 100000?

Uitleg

Dit vierkant heeft vier zijden van 4 cm.

De oppervlakte van het vierkant is $4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$.

In plaats van 4×4 schrijf je ook wel 4^2 .

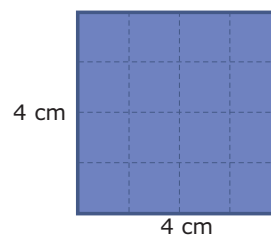
Je spreekt dit uit als 'vier tot de tweede' of 'vier kwadraat'.

'Kwadraat' (vroeger 'quadraat') komt van het latijnse 'quattuor' dat 'vier' betekent; een kwadraat is eigenlijk gewoon een andere naam voor (oppervlakte van een) vierkant. Het berekenen van een kwadraat heet **kwadrateren**.

Voor een vierkant geldt: $\text{oppervlakte} = \text{zijde}^2$.

Met de rekenmachine bereken je 4^2 zo:

of zo:



Figuur 2

Opgave 1

De lengte van een van de zijden van een vierkant is 7 cm.

- Hoe bereken je de oppervlakte van het vierkant? Bereken ook de gevraagde oppervlakte.
- In plaats van 7×7 schrijf je ook wel 7^2 . Hoe spreek je dat uit?

Opgave 2

Bereken de volgende kwadraten zonder rekenmachine:

- a 6^2
- b 25^2
- c $3,5^2$
- d $\left(\frac{1}{3}\right)^2$
- e $2,2^2$
- f $\left(2\frac{2}{3}\right)^2$

Opgave 3

Maak een lijst met kwadraten van de eerste 20 gehele getallen en leer die uit je hoofd.

Theorie en voorbeelden

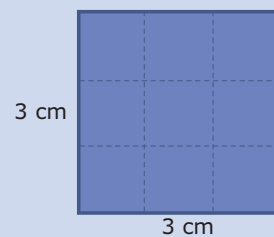
Om te onthouden

Als je een getal met zichzelf vermenigvuldigt, noem je dat **kwadrateren** en het resultaat heet het **kwadraat** van dat getal.

Het kwadraat van 3 schrijf je als 3^2 .

Het kwadraat van 3 is $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

Het kwadraat van 3 is de oppervlakte van een vierkant met zijde 3.



Figuur 3

Voorbeeld 1

Meestal worden alleen de kwadraten van gehele positieve getallen ook echt 'kwadraten' genoemd. Dat komt omdat men in de Oudheid geen andere getallen kende dan 1, 2, 3, enzovoorts...

Hier zie je dus een heleboel kwadraten:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	4	9	16	25	36	49	64	81

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
100	121	144	169	196	225	256	289	324	361

20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
400	441	484	529	576	625	676	729	784	841

30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521

40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

Tabel 1

Opgave 4

Bekijk de lijst met kwadraten in **Voorbeeld 1**.

- a Hoe kun je hieruit het kwadraat van 3,8 halen?
- b Hoe kun je hieruit het kwadraat van $\frac{5}{17}$ halen?
- c Welke positieve waarde heeft a als $a^2 = 5,29$?
- d Laat zien, dat $20^2 + 3^2 \neq 23^2$.
Laat dit ook zien in een tekening met vierkanten.

Opgave 5

Hoe zit het met de kwadraten van negatieve getallen?

- a Bereken $(-3)^2$.
- b En waarom zijn de haakjes nodig? Met andere woorden: wat is het verschil tussen $(-3)^2$ en -3^2 ?
- c Welke twee waarden kan a aannemen als $a^2 = 9$?

Voorbeeld 2

De oppervlakte van dit vierkant is 2 cm^2 .
Maar van welk getal is 2 het kwadraat?

Dit was al in de Oudheid een boeiende vraag.
Niemand wist er het antwoord op...

Alleen door proberen kun je het vinden. Speel een 'hoger/lager'-spelletje:

getal	kwadraat	omhoog/omlaag
1	1	omhoog
2	4	omlaag
1,1	1,21	omhoog
1,2	1,44	omhoog
1,3	1,69	omhoog
1,4	1,96	omhoog
1,5	2,25	omlaag
1,41	1,9881	omhoog
1,42	2,0164	omlaag

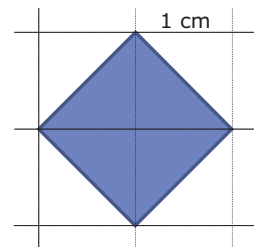
Tabel 2

Na lang proberen vind je ongeveer 1,414213562, maar zelfs dat is niet het exacte antwoord...

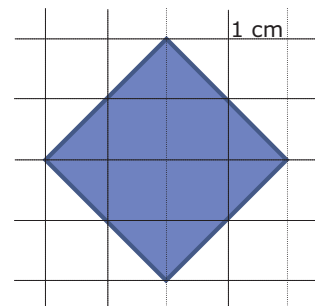
Opgave 6

Bekijk de roosterfiguur hiernaast.

- a Waarom weet je zeker dat het een vierkant betreft?
- b Hoe groot is de oppervlakte van dit vierkant?
- c Bereken nu de lengte van de zijde op dezelfde manier als in **Voorbeeld 2** in twee decimalen nauwkeurig.



Figuur 4

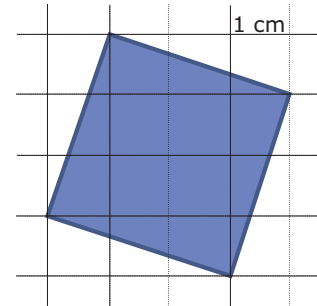


Figuur 5

Opgave 7

Bekijk de roosterfiguur hiernaast.

- Waarom weet je zeker dat het een vierkant betreft?
- Hoe groot is de oppervlakte van dit vierkant?
- Bereken nu de lengte van de zijde op dezelfde manier als in **Voorbeeld 2** in twee decimalen nauwkeurig.



Figuur 6

Verwerken

Opgave 8

Bereken zonder rekenmachine:

- $3,3^2$
- $0,9^2$
- $-2,7^2$
- $(-0,1)^2$
- $15^2 - 13^2$
- $(15 - 13)^2$

Opgave 9

Bereken zonder rekenmachine:

- $\left(\frac{2}{5}\right)^2$
- $\left(-\frac{3}{8}\right)^2$
- $\left(-1\frac{1}{4}\right)^2$
- $-\left(2\frac{2}{5}\right)^2$

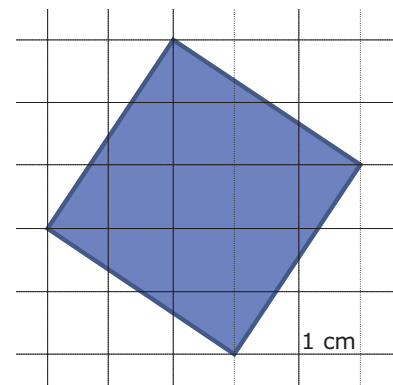
Opgave 10

Laat met behulp van vierkanten zien dat $1,5^2 = 2,25$.

Opgave 11

Bekijk de roosterfiguur hiernaast.

- Waarom weet je zeker dat het een vierkant betreft?
- Hoe groot is de oppervlakte van dit vierkant?
- Bereken nu de lengte van de zijde in twee decimalen nauwkeurig.



Figuur 7

Opgave 12

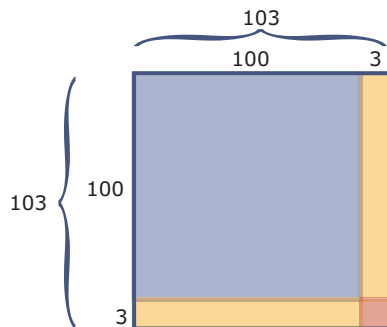
Bepaal de twee waarden van p waarvoor geldt:

- $p^2 = 121$
- $p^2 = 4,41$
- $p^2 = 1\frac{7}{9}$

Toepassen

Een kwadraat is de oppervlakte van een vierkant. Daar kun je gebruik van maken om kwadraten van sommige getallen snel zonder rekenmachine uit te rekenen.

Bijvoorbeeld $103^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2 = 10000 + 600 + 9 = 10609$.



Figuur 8

En dus is $10,3^2 = 106,09$.

Bedenk zelf hoe je bijvoorbeeld 98^2 en $0,98^2$ op deze manier snel kun berekenen.

Opgave 13: Kwadraten en vierkanten

Je kunt de kwadraten van sommige getallen uit het hoofd uitrekenen door je er vierkanten bij voor te stellen. Lees **Toepassen**.

- Bereken op deze manier 51^2 .
- Bereken op deze manier 98^2 .
- Bereken op deze manier $10,4^2$.

Opgave 14: Kwadraten van getallen die eindigen op 5

Soms moet je een kwadraat uitrekenen van een getal dat eindigt op een 5. Daarvoor kan je een 'truc' gebruiken. Hiermee kun je bijvoorbeeld 35^2 uitrekenen.

- Deel het getal door 10. Tussen welke twee gehele getallen ligt het antwoord?
- Vermenigvuldig die twee getallen met elkaar.
- Je krijgt nu het antwoord door 25 achter het antwoord te plaatsen.

Ga na of deze 'truc' echt werkt. En probeer hem daarna te verklaren.

Testen

Opgave 15

Bereken zonder rekenmachine. Controleer daarna je antwoord met behulp van je rekenmachine.

- $(1,2)^2$
- -18^2
- $\left(-\frac{2}{7}\right)^2$
- $\left(3\frac{1}{4}\right)^2$

Opgave 16


Van een vierkant is de oppervlakte 3 cm^2 .

- Is de lengte van de zijde van dit vierkant groter of kleiner dan $1,5 \text{ cm}$?
- Bereken de lengte van de zijde van het gegeven vierkant in twee decimalen nauwkeurig.



© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostaat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
