8.7 Totaalbeeld

Samenvatten

Bij het werken met 2D- en 3D-figuren leer je steeds meer technieken en formules om lengtes, afstanden, oppervlaktes en inhouden te berekenen. In dit onderwerp voeg je daar de stelling van Pythagoras aan toe. Met die stelling kun je in rechthoekige driehoeken de lengte van de derde zijde berekenen als er twee gegeven zijn. Ook leer je de oppervlakte en de inhoud van ruimtelijke figuren berekenen en met behulp van doorsneden een beeld te krijgen van het binnenste van dergelijke lichamen. Tenslotte maak je kennis met vergrotingen en/of verkleiningen van figuren waar je mee te maken hebt als je met schaalmodellen van grote objecten werkt.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **Meetkundige berekeningen** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4, 5 en 6 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken.

Begrippenlijst

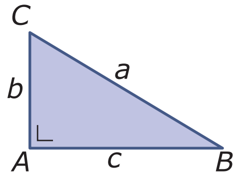
- stelling van Pythagoras — rechthoekszijden, hypotenusa (langste zijde)
- hulplijn
- oppervlakte van ruimtelijke figuren
- inhoud (volume) van ruimtelijke figuren
- doorsnede — op ware grootte
- lengte-, oppervlakte- en volumevergrotingsfactor — gelijkvormige figuren

Activiteitenlijst

- werken met de stelling van Pythagoras om lengtes te berekenen;
- lengtes in het platte vlak en in ruimtelijke figuren berekenen;
- de oppervlakte van ruimtelijke figuren berekenen;
- het volume (de inhoud) van ruimtelijke figuren berekenen;
- eenvoudige doorsnijdingen van ruimtelijke figuren tekenen, ook op ware grootte;
- ruimtelijke figuren vergroten (verkleinen) — vergrotingsfactoren omrekenen.

Opgave 1

Je ziet hier een rechthoekige driehoek ABC. In zo'n driehoek geldt de stelling van Pythagoras.



Figuur 1

a Teken zelf zo'n figuur en geef er bij aan welke hoek de rechte hoek is, welke zijden de rechthoekszijden zijn en welke zijde de hypotenusa (of lange zijde) is. Zet ook de stelling van Pythagoras in deze driehoek ernaast.

b Laat met een voorbeelduitwerking zien hoe je a berekent als $b = 4$ en $c = 7$. Geef het antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

c Laat met een voorbeelduitwerking zien hoe je b berekent als $a = 9$ en $c = 7$. Geef het antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 2

Ten opzichte van een xy-assenstelsel zijn de punten $A(-2,5)$, $B(1,0)$ en $C(8,5)$ gegeven.

a Teken deze punten in het assenstelsel en teken ΔABC.

b Laat met een voorbeelduitwerking zien hoe je kunt nagaan of ΔABC rechthoekig is.

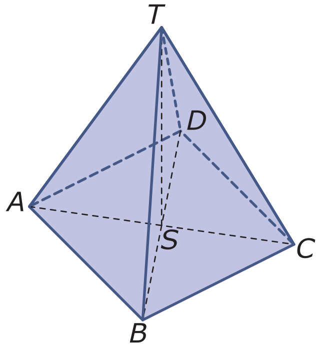
c Wat voor soort hoek is $\angle B$? En waarom?

Opgave 3

Van deze regelmatige vierzijdige piramide $ABCD.T$ heeft vierkant $ABCD$ zijden met een lengte van 4 cm en is $ST = 6$ cm.

a Laat zien hoe je de lengte van AT berekent.

b Punt M is het midden van ribbe CT. Laat zien hoe je de lengte van AM berekent.



Figuur 2

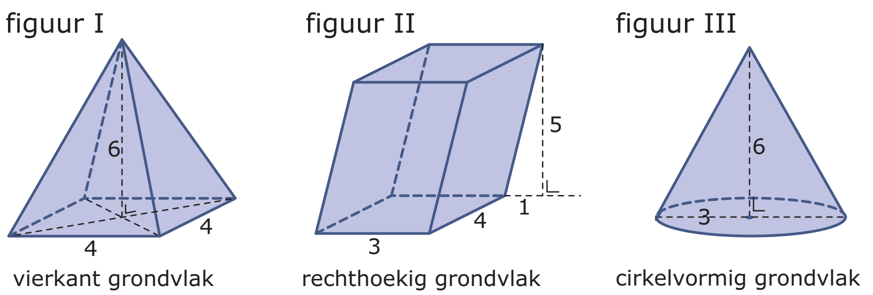
Opgave 4

Bekijk de regelmatige vierzijdige piramide $ABCD.T$ van de vorige opgave.

Laat zien hoe je de oppervlakte van deze piramide (inclusief het grondvlak) berekent.

Opgave 5

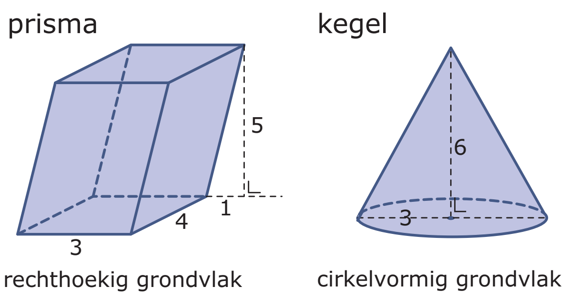
Laat zien hoe je de inhoud van elk van deze lichamen berekent.



Figuur 3

Opgave 6

Laat zien hoe je de oppervlakte van elk van deze lichamen berekent.

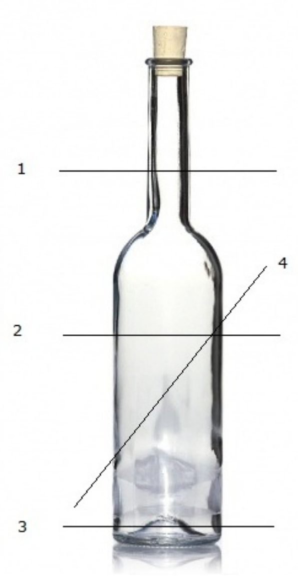


Figuur 4

Opgave 7

Je ziet hier een fles waarvan de bodem in het midden een uitstulping kent, de 'ziel' van de fles. Door middel van een streep is een viertal doorsneden door deze fles aangegeven.

Maak een schets van die vier doorsneden.



Figuur 5

Opgave 8

Kubus $ABCD.EFGH$ heeft ribben van 6 cm. Punt P is het midden van AE.

a Teken de kubus met daarin de doorsnede van het vlak door P, F en G met de kubus.

b Teken deze doorsnede op ware grootte.

De figuur die je nu hebt gekregen is een schaalmodel van een veel grotere kubus met dezelfde doorsnede er in. De gebruikte schaal is 1 : 50.

c Hoeveel bedraagt de lengtevergrotingsfactor van dit schaalmodel naar de werkelijke kubus?

d Hoeveel keer zo groot worden de oppervlakte en de inhoud van de werkelijke kubus?

e Wat van de doorsnede $PFGQ$ verandert wel en wat verandert niet door deze vergroting?

Testen

Opgave 9

Van ΔPQR is $PQ = 8$ cm en $QR = 15$ cm.

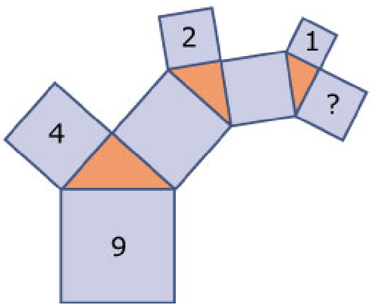
a Laat zien dat $\angle Q$ een rechte hoek is als $PR = 17$ cm.

b Als $PR = 16$ cm, is $\angle Q$ dan scherphoekig of stomphoekig?

Opgave 10

In deze figuur sluiten vierkanten drie rechthoekige driehoeken in. In een aantal vierkanten staat de oppervlakte ervan gegeven.

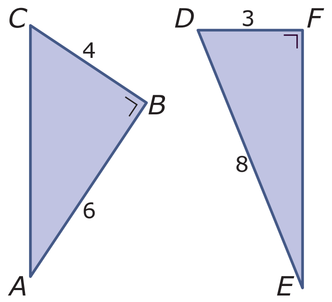
Bereken de oppervlakte van het vierkant met het vraagteken er in.



Figuur 6

Opgave 11

Dit zijn twee rechthoekige driehoeken.

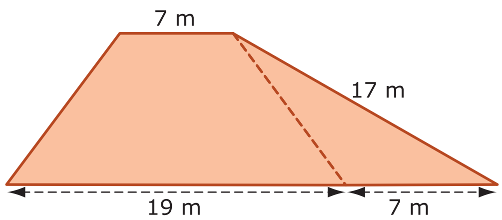


Figuur 7

Bereken de lengte van AC en de lengte van EF.

Opgave 12

Je ziet hier een dwarsdoorsnede van een rivierdijk. Deze dwarsdoorsnede bestaat uit een symmetrisch trapezium waartegen een stomphoekige driehoek is gelegd. Die driehoek is ontstaan door dijkversteviging aan de rivierzijde.



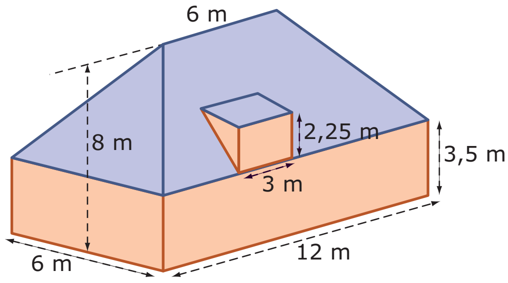
Figuur 8

a Bereken de hoogte van deze dijk in cm nauwkeurig.

b Dit verstevigde stuk dijk is 12 km lang. Bereken hoeveel m^3 grond er nodig is voor de dijk plus de versteviging en geef je antwoord in miljoenen m^3 in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 13

Dit is een vereenvoudigde weergave van een huisje. Alle ramen en deuren zijn weggelaten. De vloer en de vloer van de verdieping zijn rechthoeken van 6 bij 12 m. Het dak bestaat uit twee gelijkbenige driehoeken en twee symmetrische trapezia. Het is bedekt met dakpannen. De dakkapel is een halve balk. De dakkapel is niet bedekt met dakpannen.



Figuur 9

a Teken een dwarsdoorsnede van dit huis die precies door het midden van de dakkapel gaat en evenwijdig is met de 6 m lange voorgevel.

b Bereken de lengte van de vier opstaande schuine dakranden in dm nauwkeurig.

c Hoeveel m^2 aan dakpannen ligt er op dit dak?

Opgave 14

Uit een zuiver ronde boomstam van 4 m lengte en een diameter van 60 cm wordt een zo dik mogelijke vierkante balk gezaagd. Deze paal is uiteraard ook 4 m lang.

a Hoe breed kan die balk maximaal zijn?

b Hoeveel dm^3 hout houd je van deze boomstam over?

c Eén uiteinde van deze balk wordt zoveel hout weggezaagd, dat er een piramidevormige punt ontstaat met een hoogte van 30 cm. Hoeveel cm^3 hout moet er worden weggezaagd?

Opgave 15

De **Kocatepe-moskee** in Ankara heeft vier ronde minaretten die 88 m hoog zijn. Dat is inclusief de kegelvormige spits van zo'n minaret, die 10 m hoog is en een diameter van 4 m heeft. Op een andere foto is zo'n minaret nog 8 cm hoog.

a Hoe hoog is de spits van de minaret op die foto?

b Bereken de inhoud van de kegelvormige spits.

c Hoeveel keer zo klein is het volume van de spits zoals die op de foto is te zien?

Figuur 10

Opgave 16

De **Eiffeltoren** in Parijs is (inclusief de antenne) 324 m hoog en bestaat voornamelijk uit staal. Het totale gewicht is ongeveer 7300 ton. Een schaalmodel van de Eiffeltoren is ook van staal en weegt (ook met antenne) 365 g.

a Hoe hoog zou dit schaalmodel moeten zijn?

Op 115 meter boven de grond bevindt zich de tweede verdieping met een oppervlakte van 1650 m^2.

b Hoeveel cm^2 is deze verdieping in het schaalmodel?

Toepassen

Opgave 17: Piramide van Cheops

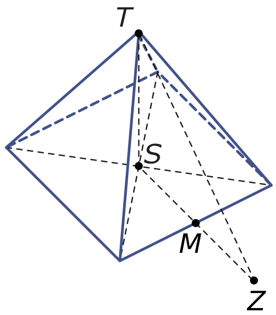
De **piramide van Cheops** is het enige van de zeven klassieke wereldwonderen dat tot op de dag van vandaag bewaard is gebleven. De piramide is ongeveer 230 meter breed en 147 meter hoog en bevat circa 2,3 miljoen stenen met een gemiddeld gewicht van 2500 kilogram.

a Bereken het volume van de piramide.

b Bereken de oppervlakte van de piramide.

Hoe zou men in de Egyptische Oudheid de hoogte van de piramide hebben berekend? Welnu, dat gebeurde met de zon. Je wacht gewoon tot de schaduw van de top van de piramide midden voor de piramide op de grond komt en meet dan hoe ver het is naar de piramide. Daarnaast zet je een stok en je meet ook daarvan de schaduw.
In deze figuur is Z het schaduwpunt van T, midden voor de piramide. Je wilt nu TS berekenen, je weet SM en je hebt MZ gemeten.

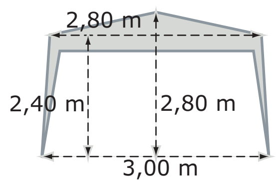
c Je zet de stok zo in de grond dat hij verticaal staat en precies 1 m boven de grond uitsteekt. Stel dat de schaduw van de stok 0,90 m is en $MZ = 17{,}3$ m, klopt dan de opgegeven hoogte van deze piramide?



Figuur 11

Opgave 18: Partytent

Deze partytent bestrijkt een vloeroppervlak van 3,00 bij 3,00 m. De grootste hoogte is 2,80 m. In dit vooraanzicht zie je nog een paar afmetingen.



Figuur 13

Figuur 12

a Bereken de totale lengte aan tentstokken die er voor nodig is.

Neem aan dat de vier uitgesneden lappen stof de vorm hebben van een symmetrisch trapezium met een onderkant van 3,00 m en een bovenkant van 2,60 m. De breedte van de rand stof boven die uitsnedes is 20 cm.

b Bereken de totale hoeveelheid tentdoek die voor deze partytent nodig is.

Opgave 19: Pythagoreïsche tripels

Een Pythagoreïsch tripel is een drietal gehele getallen dat aan de stelling van Pythagoras voldoet. Een voorbeeld is het tripel 3, 4, 5. Voor deze drie getallen geldt $3^2 + 4^2 = 5^2$.

a Ga na dat ook 5, 12, 13 een Pythagoreïsch tripel is.

b Zoek zelf nog een stuk of wat Pythagoreïsche tripels.

c Laat zien dat als $m > n$ geldt dat $m^2 - n^2$, $2mn$, $m^2 + n^2$ een Pythagoreïsch tripel is.

d Welk Pythagoreïsch drietal krijg je als $m = 3$ en $n = 2$? En voor $m = 5$ en $n = 3$?

e Probeer nog enkele Pythagoreïsch tripels te vinden die niet eenvoudig een veelvoud zijn van de al gevonden tripels.

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: `f.spijkers@math4all.nl`

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij `a.f.otten@math4all.nl` een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.