

8.5 Doorsneden

Inleiding

Je ziet hier een doorsnede van een appel. Zo'n doorsnede is bedoeld om te laten zien hoe de appel er van binnen uitziet.

Van allerlei (massieve) ruimtelijke figuren kun je doorsneden maken, een goede zaag is voldoende...



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- doorsneden van ruimtelijke figuren tekenen;
- doorsneden van ruimtelijke figuren op ware grootte tekenen;

Voorkennis

- berekeningen maken met de stelling van Pythagoras, onder andere ook in ruimtelijke figuren.
- de oppervlakte en de omtrek van een (halve) rechthoek, een driehoek, een cirkel en diverse vierhoeken bepalen;
- de oppervlakte en de inhoud berekenen van de volgende ruimtelijke figuren: balk, prisma, cilinder, piramide, kegel.

Verkennen

Opgave V1

Hieronder zie je vijf planken die allemaal uit dezelfde ronde en kaarsrechte boomstam zijn gezaagd. De planken worden van links naar rechts van de stam gezaagd. Daarom is de eerste plank onbruikbaar, daar zit overal nog schors aan.



Figuur 2

In welke volgorde zijn de planken uit de boomstam gezaagd?

Opgave V2

Hier zie je de dwarsdoorsnede van een jonge kastanjeboom. De jaarringen zijn duidelijk zichtbaar. Het aantal jaarringen is gelijk aan de leeftijd van de boom.

- Hoe oud is deze boom geworden?
- Is de boom elk jaar evenveel gegroeid?
- Groeide deze boom naar alle zijden even snel?
- Waarom spreek je hier van een dwarsdoorsnede van de boom? Hoe zou je de planken in de voorgaande opgaven noemen?



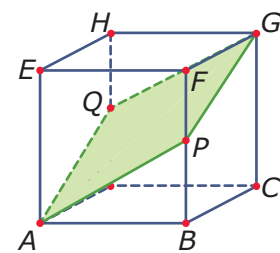
Figuur 3

Uitleg

Als je een ruimtelijke figuur doorsnijdt, dan moet je je voorstellen dat je met een mes of een zaag een vlakke doorsnijding maakt.

Een doorsnede van een lichaam is de vlakke figuur die wordt gevormd door alle punten die het lichaam en een vlak door dat lichaam gemeen hebben. Van zo'n doorsnede wil je in ieder geval alle snijlijnen (recht of krom) met de grensvlakken (vlak of gebogen) van het lichaam laten zien.

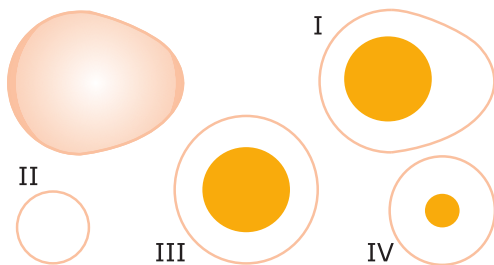
Hier zie je de doorsnede van een kubus en het vlak door A , P , G en Q . P is het midden van BF en Q het midden van DH . Let er op dat alle punten van een doorsnede in één vlak moeten liggen. Bij een driehoek in de ruimte gaat dat altijd wel goed, maar bij figuren met meer hoekpunten moet je dat wel nagaan.



Figuur 4

Opgave 1

Hieronder en op het [werkblad](#) zie je een ei en vier doorsneden van een ei.



Figuur 5

Welke doorsnede is waar gemaakt? Geef dit met behulp van stippellijnen op het ei zelf aan.

Opgave 2

Dit is een zeskantig potloodje.

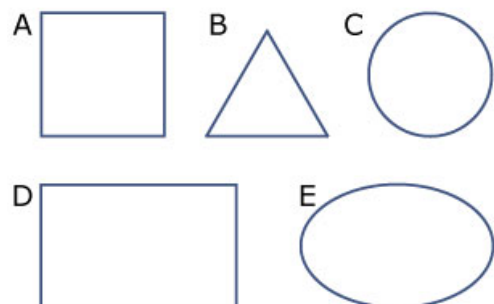
Teken een dwarsdoorsnede en een lengtedoorsnede door de centrale as van het potloodje.



Figuur 6

Opgave 3

Hier zie je een aantal doorsneden in hun werkelijke vorm getekend.



Figuur 7

- Welke doorsneden kunnen van een kubus zijn?
- Welke doorsneden kunnen van een cilinder zijn?
- Welke doorsneden kunnen van een bol zijn?

d Welke doorsneden kunnen van een vierzijdige piramide zijn?

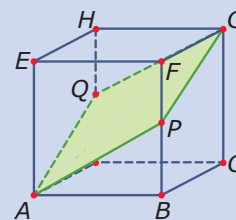
Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

In de wiskunde is een **doorsnede** van een lichaam de vlakke figuur die bestaat uit alle punten die het lichaam en een vlak door dat lichaam gemeen hebben. Van zo'n doorsnede wil je in ieder geval alle snijlijnen (recht of krom) met de grensvlakken (vlak of gebogen) van het lichaam laten zien.

Hier zie je de doorsnede van een kubus en het vlak door A , P , G en Q . P is het midden van BF en Q het midden van DH . Let er op dat alle punten van een doorsnede in één vlak moeten liggen.

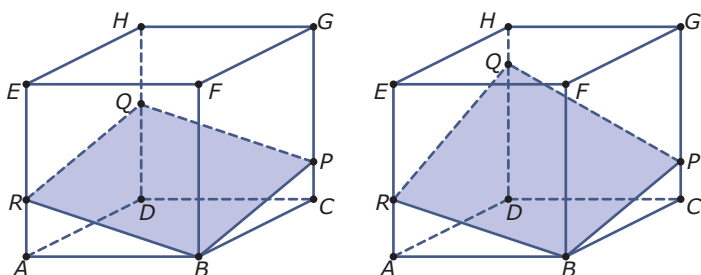
Deze doorsnede van de kubus is een ruit. Als je de afmetingen van de kubus weet, kun je de diagonalen van de ruit berekenen. Daarmee kun je de doorsnede **op ware grootte tekenen**.



Figuur 8

Voorbeeld 1

Waarom is in de linker figuur wel en in de rechterfiguur niet een doorsnede van een kubus en een vlak getekend?



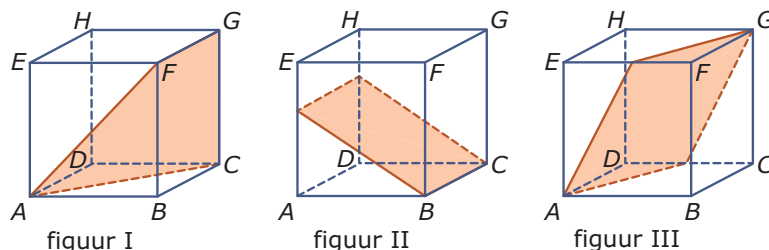
Figuur 9

Antwoord

$BPQR$ moet een vlakke vierhoek zijn. Als deze vierhoek vlak is en je brengt je oog naast zijde RB en je kijkt in de richting van BP dan zie je PQ precies achter BR liggen. Je ziet dan de vierhoek van opzij als een lijnstukje. In de linker figuur is dat het geval omdat $PQ \parallel BR$. In de rechter figuur niet (P ligt dan wel recht achter B , maar Q ligt niet recht achter R maar hoger).

Opgave 4

Hieronder zie je drie keer een kubus met een schijnbare doorsnede.

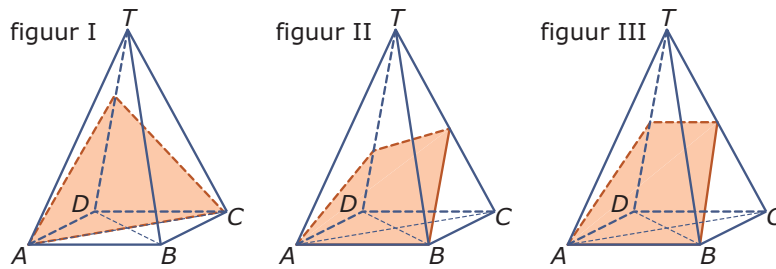


Figuur 10

Welke doorsneden zijn niet goed? En hoe zou je die moeten verbeteren?

Opgave 5

Hieronder zie je drie keer een piramide met een schijnbare doorsnede.



Figuur 11

Welke doorsneden zijn niet goed? En hoe zou je die moeten verbeteren?

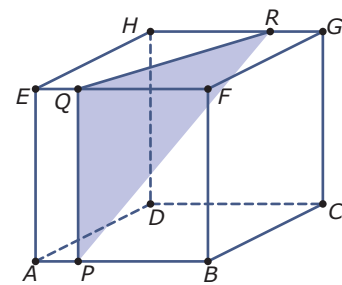
Voorbeeld 2

Maak de doorsnede van vlak PQR met de kubus af.

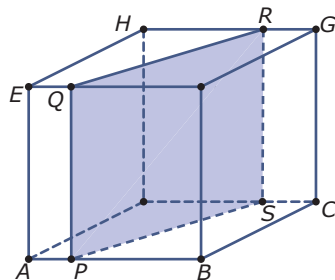
Antwoord

Er is wel een punt (P) van de doorsnede in het ondervlak $ABCD$ getekend, maar nog geen snijlijn met $ABCD$. Datzelfde geldt voor het achtervlak: daarin ligt wel een punt (R) maar er is geen snijlijn getekend.

Omdat de snijlijn met het voorvlak (PQ) verticaal loopt, moet ook de snijlijn met het achtervlak verticaal lopen. Dat wordt RS . En dan wordt PS de snijlijn met het ondervlak.



Figuur 12

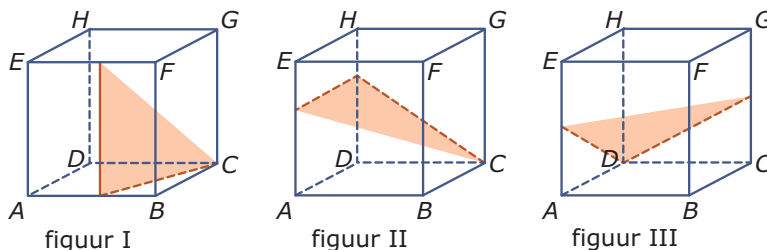


Figuur 13

Vierhoek $PQRS$ is de complete doorsnede.

Opgave 6

Hieronder zie je drie keer een kubus met een begin van een doorsnede.

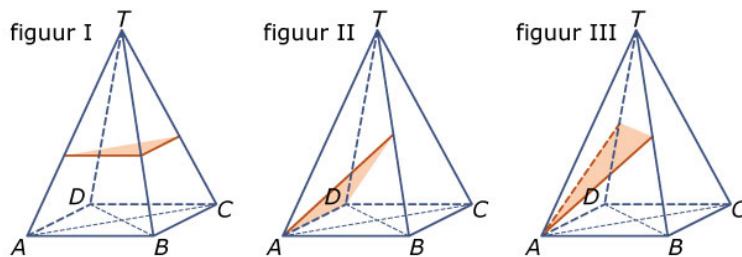


Figuur 14

Maak die doorsnede af op het [werkblad](#).

Opgave 7

Hieronder zie je drie keer een piramide met een begin van een doorsnede.



Figuur 15

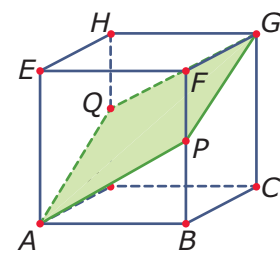
Maak die doorsnede af op het **werkblad**.

Voorbeeld 3

Hier zie je de doorsnede van een kubus en het vlak door A , P , G en Q nog eens.

De ribben van deze kubus hebben een lengte van 4 cm. P en Q zijn de middens van de ribben waar ze op liggen.

Teken deze doorsnede op ware grootte.



Figuur 16

Antwoord

Omdat de overstaande zijden evenwijdig zijn en even lang zijn kun je be-rekenen dat $APGQ$ een ruit is. Om een ruit op ware grootte te tekenen kun je het beste de lengte van de diagonalen uitrekenen of de lengte van de zijden en van één diagonaal uitrekenen...

Opgave 8

Bekijk de doorsnede $APGQ$ van een vlak en een kubus in **Voorbeeld 3**.

- Bereken de lengte van alle zijden van vlak $APGQ$.
- Waarom kun je nu de doorsnede $APGQ$ nog niet op ware grootte tekenen?
- Bereken de lengte van diagonaal PQ .
- Leg uit hoe je nu de ruit $APGQ$ op ware grootte kunt tekenen.
- Hoe kon je de ruit $APGQ$ op ware grootte tekenen door de lengte van beide diagonalen uit te reke-nen?

Opgave 9

Van een balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 6$, $AD = 4$ en $AE = 3$ cm. Punt P is het midden van ribbe AB . Punt Q ligt van ribbe CD en $QC = 1$ cm. Punt S is het midden van EF .

- Teken de balk en daarin de doorsnede van het vlak door P , Q en S .
- De doorsnede is een vierhoek $PQRS$. Welke vorm heeft deze vierhoek?
- Bereken de lengtes van de zijden van deze vierhoek.
- Teken de vierhoek op ware grootte en bereken de oppervlakte ervan.

Opgave 10

Van een balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 6$, $AD = 4$ en $AE = 3$ cm. Punt P ligt op ribbe AB en $AP = 2$ cm. Punt Q is het midden van ribbe EF

- Teken de balk en daarin de doorsnede van het vlak door P , Q en G .
- De doorsnede is een vierhoek $PRGQ$. Welke vorm heeft deze vierhoek?

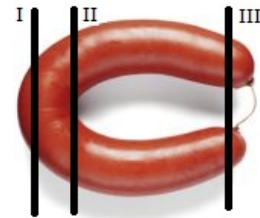
- c Bereken de lengtes van de zijden van deze vierhoek.
- d Van welk lijnstuk moet je nu de lengte nog berekenen om de vierhoek $PRGQ$ op ware grootte te kunnen tekenen? Doe dat en teken de vierhoek op ware grootte.

Verwerken

Opgave 11

Dit is een rookworst. De zwarte lijnen geven aan waar hij wordt doorgesneden.

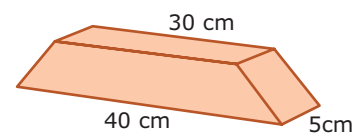
Maak een schets van die drie verschillende doorsneden.



Figuur 17

Opgave 12

Van een balkje van 200 bij 5 bij 5 cm wordt een vierkant schilderijlijstje gemaakt. Uit het balkje worden daartoe vier van deze afgeschuinde lijstdelen gezaagd.



Figuur 18

- a Hoe groot kan het schilderijtje maximaal zijn?
- b Je hebt niet de volle 2 m van de lengte van de balk nodig. Hoeveel houdt je maximaal over?
- c De schuine kanten van de lijstdelen worden aan elkaar verbonden, onder andere door ze aan elkaar te lijmen. Welke vorm heeft zo'n schuine kant? Bereken de afmetingen ervan.
- d Hoeveel cm^2 moet met lijm worden ingesmeerd? Geef je antwoord in gehele cm^2 nauwkeurig.

Opgave 13

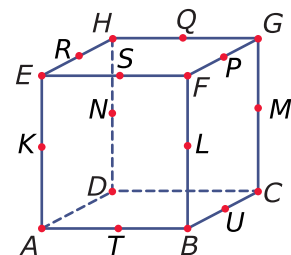
Een balk $ABCD.EFGH$ heeft een lengte van 20 cm, een breedte van 6 cm en een hoogte van 8 cm.

- a Bereken de oppervlakte van het grootste diagonaalvlak.
Punt P is het midden van ribbe BF en punt Q is het midden van ribbe DH .
- b Teken de doorsnede van het vlak door A , P en Q met de balk.
- c Teken de doorsnede $APGQ$ op ware grootte.

Opgave 14

Hier zie je kubus $ABCD.EFGH$ met een aantal punten die telkens het midden vormen van de ribbe waar ze op liggen. Alle ribben zijn 4 cm lang.

- a Teken de doorsnede van het vlak door S , T en U en bereken er de oppervlakte van in één decimaal nauwkeurig.
- b Teken de doorsnede van het vlak door A , B en M en bereken er de oppervlakte van in één decimaal nauwkeurig.
- c Teken de doorsnede van het vlak door P , S en L en bereken er de oppervlakte van in één decimaal nauwkeurig.
- d Teken de doorsnede van het vlak door B , K en M en bereken er de oppervlakte van in één decimaal nauwkeurig.
- e Teken de doorsnede van het vlak door T , U en M en bereken er de oppervlakte van in één decimaal nauwkeurig.

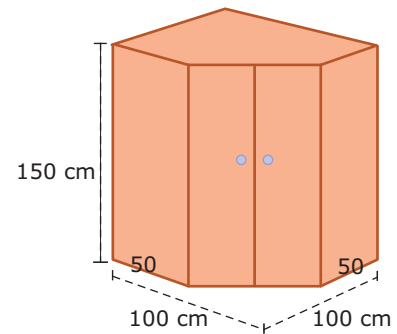


Figuur 19

Opgave 15

Je ziet hier een houten hoekkast. Hij heeft de vorm van een balk waarvan een driehoekig prisma is afgezaagd. Alle afmetingen zijn in cm. In de kast zit onder andere een verticale plank tussen de achterste ribbe en het midden van de twee deurtjes.

Teken deze houten kastplank op schaal 1 : 20.



Figuur 20

Opgave 16

Een zuiver ronde boomstam heeft een doorsnede van 52 cm. Er moet een balk van 10 cm dikte uit worden gezaagd.

Hoe breed kan deze balk maximaal zijn?

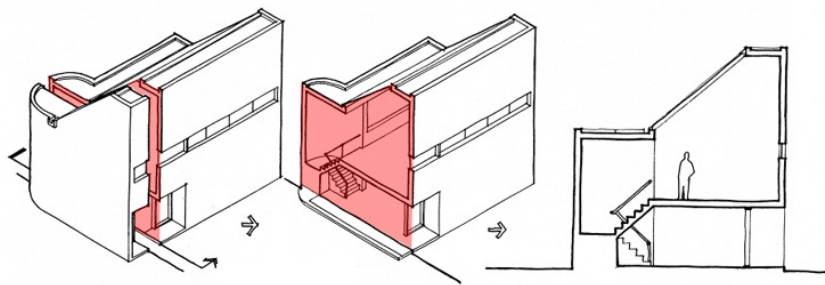
Opgave 17

Een regelmatige vierzijdige piramide $ABCD.T$ heeft een vierkant grondvlak van 4 bij 4 cm en een hoogte $TS = 6$ cm. Punt P is het midden van ribbe AT .

- Teken de piramide met daarin doorsnede $BCQP$.
- Teken deze doorsnede op ware grootte en bereken er de oppervlakte van.

Toepassen

Hier zie je hoe een doorsnede van een huis wordt getekend.



Figuur 21

Ook in de biologie en de instrumentmakerij wordt regelmatig gebruik gemaakt van een doorsnede. Het gaat er dan vooral om te laten zien hoe objecten er van binnen uitzien.

Opgave 18: Doorsnede van een huis

Je ziet in **Toepassen** de doorsnede van een huis.

- a Welke informatie geeft een doorsnede die een aanzicht niet geeft?
- b Je ziet hier een 'huis' met een dakkapel. Teken zelf een dwarsdoorsnede van dit huis, kies geschikte afmetingen en een passende indeling.



Figuur 22

Opgave 19: MRI scanner

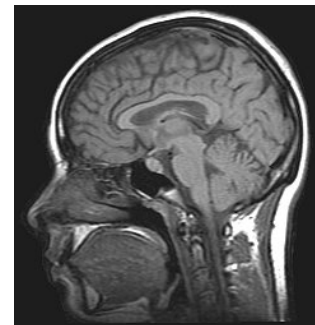
Een **MRI scanner** maakt een doorsnede foto van (delen van) levend weefsel, zoals het menselijk lichaam, met behulp van een techniek die 'magnetic resonance imaging' heet. Dit wordt veel toegepast in de medische wetenschap. Zo'n doorsnede foto heet een 'mri-scan'.

- a Welke informatie geeft zo'n doorsnede zoals je die hiernaast ziet? En welk nut heeft die informatie?

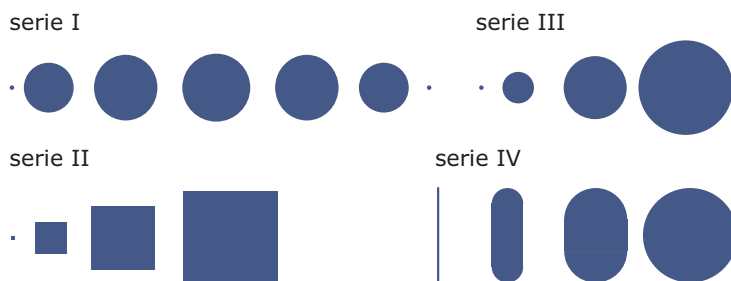
In het artikel uit de Wikipedia (juni 2012) waar dit plaatje uit komt vind je ook een animatie van een serie mri-scans na elkaar.

- b Waarom wordt er vaak een serie evenwijdige doorsneden gemaakt?

Hier zie je vier series evenwijdige doorsneden van ruimtelijke objecten. De doorsneden zijn op gelijke afstanden van elkaar gemaakt.



Figuur 23



Figuur 24

- c Beschrijf bij elke serie doorsneden om wel voorwerp het (waarschijnlijk) gaat. Leg ook uit waarom je nooit absoluut zeker kunt zijn van je antwoord.

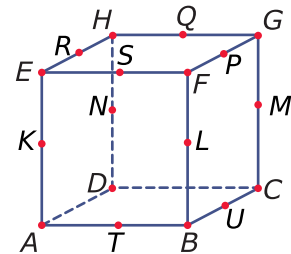
- d Hoe ziet een serie evenwijdige doorsneden van een kubus met ribben van 6 cm er uit als alle doorsneden evenwijdig zijn aan een grensvlak?
- e Hoe ziet een serie van vijf evenwijdige doorsneden van een kubus met ribben van 6 cm er uit als ze loodrecht op een lichaamsdiagonaal worden gemaakt?

Testen

Opgave 20

Hier zie je kubus $ABCD.EFGH$ met een aantal punten die telkens het midden vormen van de ribbe waar ze op liggen. Alle ribben zijn 6 cm lang.

- a Teken de doorsnede van het vlak door K, P en R en bereken er de oppervlakte van in één decimaal nauwkeurig.
- b Teken de doorsnede van het vlak door C, L en N en bereken er de oppervlakte van in één decimaal nauwkeurig.
- c Teken de doorsnede van het vlak door K, R en T en bereken er de oppervlakte van in één decimaal nauwkeurig.

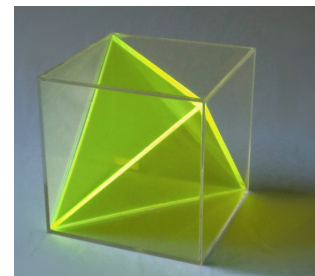


Figuur 25

Opgave 21

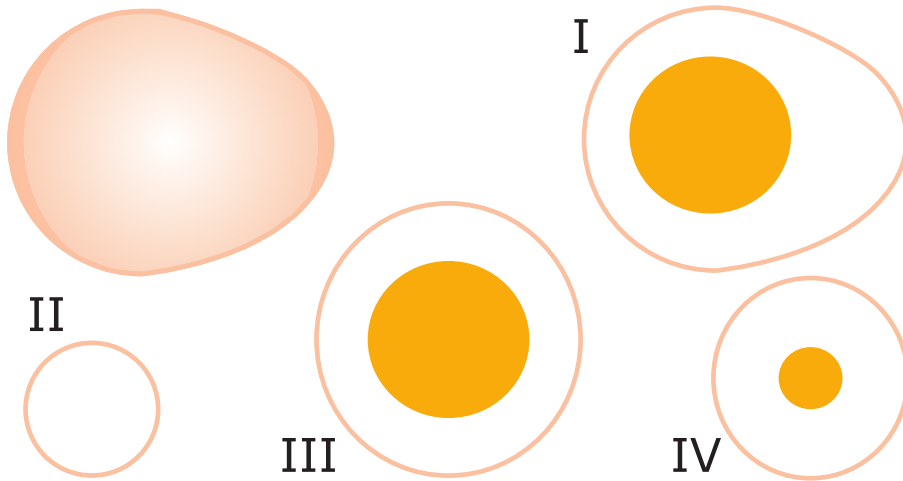
Hier zie je een tetraëder (regelmatig viervlak) waarvan alle grensvlakken doorsneden van een kubus door drie hoekpunten zijn. Alle ribben van de kubus zijn 10 cm lang.

- a Hoe lang zijn de ribben van het tetraëder?
- b Teken de doorsnede van een vlak door twee hoekpunten en het midden van een ribbe van het tetraëder op ware grootte.

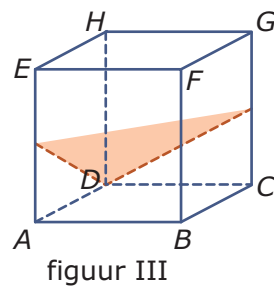
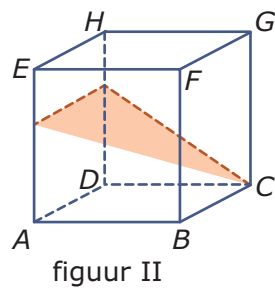
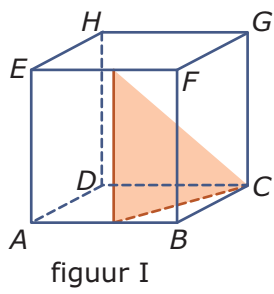


Figuur 26

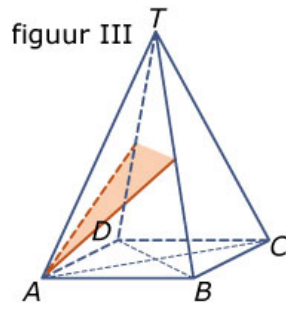
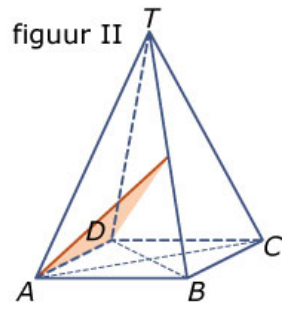
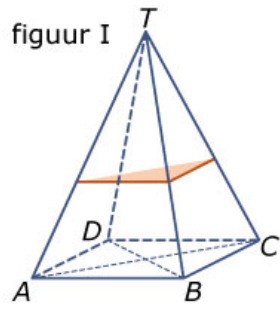
Werkblad bij Opgave 1 op pagina 2.



Werkblad bij Opgave 6 op pagina 4.




Werkblad bij Opgave 7 op pagina 5.





© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
