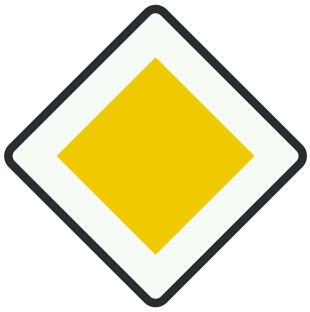
5.5 Vierhoeken

Inleiding

Dit verkeersbord is echt wel symmetrisch. Het heeft ook de vorm van een vierkant. Kennelijk kunnen ook vierhoeken symmetrisch zijn, bijvoorbeeld door gelijke zijden te hebben.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- symmetrie in vierhoeken herkennen;
- de eigenschappen van bijzondere vierhoeken benoemen en gebruiken.

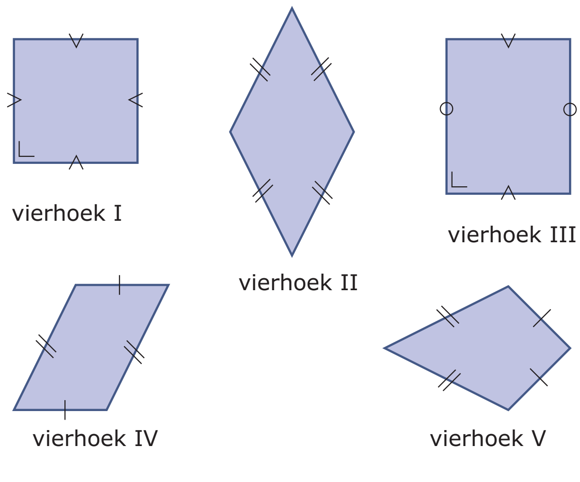
Voorkennis

- de namen van enkele vlakke figuren en de basiseigenschappen van driehoeken, de hoekensom van een driehoek;
- de begrippen loodrecht, evenwijdig, afstand, lengte, oppervlakte, inhoud/volume en werken met eenheden;
- werken met een coördinatenstelsel;
- lijnsymmetrie, puntsymmetrie en draaisymmetrie herkennen, een symmetrieas of symmetriecentrum tekenen en een figuur spiegelen in een lijn of een punt of draaien om een punt over een bepaalde draaihoek.

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hier vijf vierhoeken met de gebruikelijke tekens voor gelijke zijden en rechte hoeken.



Figuur 2

a Welke van deze vierhoeken zijn lijnsymmetrisch? Teken op het **werkblad** de symmetrieassen.

b Welke van deze vierhoeken zijn puntsymmetrisch? Teken telkens het symmetriecentrum in de vierhoek.

c Welke van deze vierhoeken zijn draaisymmetrisch? En wat is dan de kleinste draaihoek?

Opgave V2

Bekijk de afgebeelde vierhoeken. Deze vierhoeken staan op het **werkblad**.

a Bekijk vierhoek II. Welke gelijke hoeken heeft deze vierhoek? Geef ze aan op het werkblad.

b Bekijk vierhoek IV. Welke gelijke hoeken heeft deze driehoek? Geef ze aan op het werkblad.

c Bekijk vierhoek V. Welke gelijke hoeken heeft deze driehoek? Geef ze aan op het werkblad.

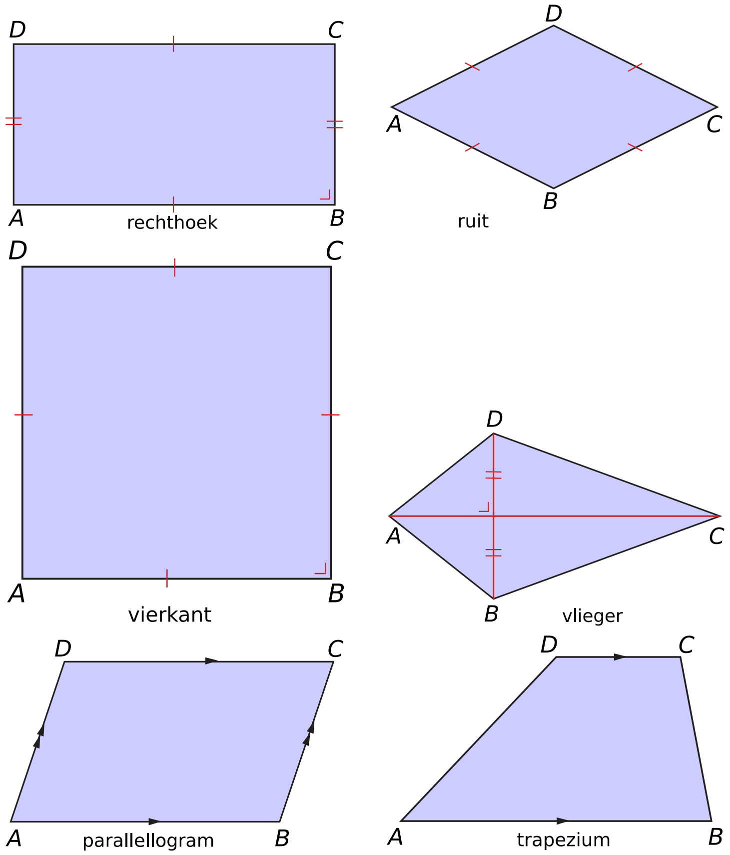
Uitleg

Bekijk de applet

Een vierhoek heeft vier hoekpunten en vier zijden. Omdat elke vierhoek in twee driehoeken te verdelen is, zijn de hoeken van een vierhoek altijd samen 360°.

Je kunt bijzondere vierhoeken maken:

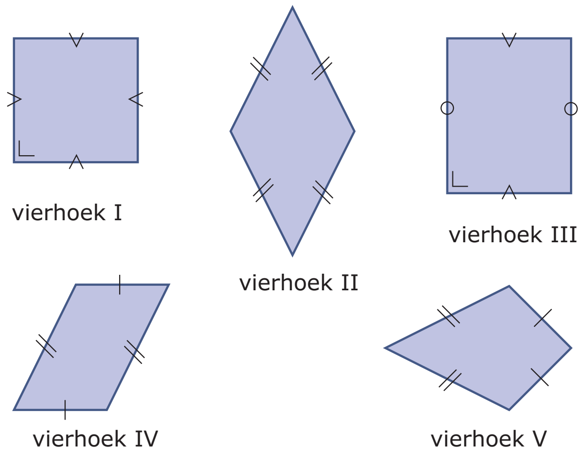
- de rechthoek met vier rechte hoeken en twee symmetrieassen;
- de ruit met vier gelijke zijden en twee symmetrieassen;
- het vierkant met vier rechte hoeken en vier gelijke zijden en vier symmetrieassen;
- de vlieger met één symmetrieas;
- het parallellogram met twee paren evenwijdige zijden;
- het trapezium met één paar evenwijdige zijden.



Figuur 3

Opgave 1

Je ziet vijf vierhoeken.



Figuur 4

a Schrijf bij elke vierhoek de juiste naam.

b Welke bijzondere vierhoek ontbreekt?

c ‘Elk parallellogram is ook een trapezium.’ Klopt het omgekeerde ook?

d ‘Elke ruit is ook een parallellogram.’ Klopt deze uitspraak? En klopt het omgekeerde?

e Bestaat er een rechthoekige ruit?

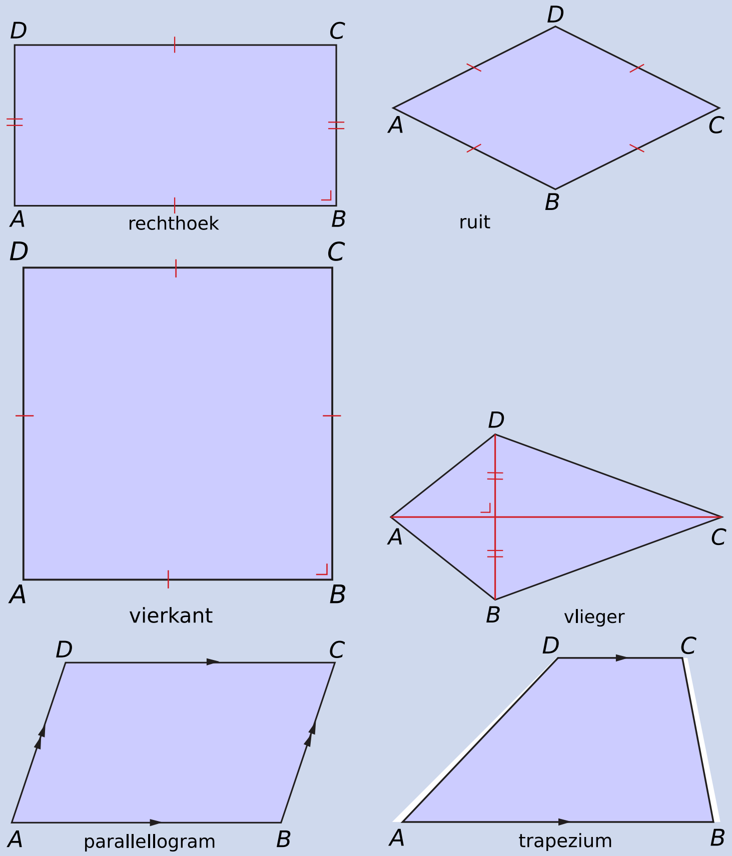
Opgave 2

Gebruik de applet van de **Uitleg**.

Maak elk van de zes genoemde soorten vierhoeken en bekijk de symmetrie-eigenschappen ervan. Maak een overzicht van de symmetrische eigenschappen per vierhoek.

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden



Figuur 5

Een **vierhoek** is een veelhoek met vier **hoekpunten** en vier **zijden**. Omdat elke vierhoek in twee driehoeken te verdelen is, zijn de hoeken van een vierhoek altijd samen 360°.

Bijzondere vierhoeken zijn:

- de **rechthoek** met vier rechte hoeken;
- de **ruit** met vier gelijke zijden;
- het **vierkant** met vier rechte hoeken en vier gelijke zijden;
- de **vlieger** met één symmetrieas;
- het **parallellogram** met twee paren evenwijdige zijden;
- het **trapezium** met één paar evenwijdige zijden.

Voorbeeld 1

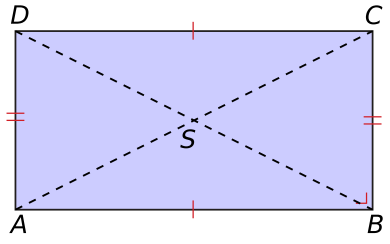
Bekijk de applet

Je ziet rechthoek $ABCD$. Er zijn twee diagonalen, namelijk AC en BD die elkaar snijden in S.

De kenmerkende eigenschappen zijn:

- Vier rechte hoeken.
- De vierhoek is puntsymmetrisch met centrum S.
- De zijden tegenover elkaar zijn gelijk en evenwijdig.
- De diagonalen delen elkaar doormidden en zijn even lang.

Maak je alle vier de zijden gelijk, dan krijg je een vierkant. Een vierkant is ook lijnsymmetrisch.



Figuur 6

Opgave 3

Bekijk de rechthoek in de applet in **Voorbeeld 1**.

a Welke twee punten kun je vrij bewegen? En waarom kun je de andere twee niet vrij bewegen?

b Hoe volgt uit de symmetrie dat de diagonalen even lang zijn en elkaar middendoor delen?

c Hoe maak je in de applet van rechthoek $ABCD$ een vierkant?

Opgave 4

Hoeveel gegevens heb je nodig om een rechthoek te tekenen? Geef een voorbeeld.

Voorbeeld 2

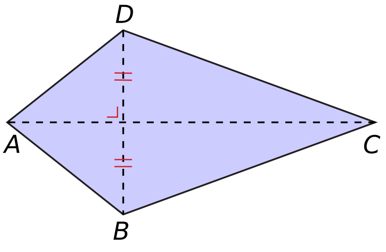
Bekijk de applet

Je ziet vlieger $ABCD$. Er is één symmetrieas. Dit betekent dat AB en AD even lang zijn, net als BC en CD.

De kenmerkende eigenschappen zijn:

- De twee hoeken bij B en D zijn even groot.
- De diagonalen snijden elkaar loodrecht.
- Diagonaal BD deelt diagonaal AC doormidden.

Als alle vier de zijden gelijk zijn, dan heb je een ruit. Er zijn dan (minstens) twee symmetrieassen.



Figuur 7

Opgave 5

Bekijk de vlieger in de applet in **Voorbeeld 2**.

a Welke twee punten kun je vrij bewegen? En waarom kun je de andere twee niet vrij bewegen?

b Hoe volgt uit de symmetrie dat de diagonaal die op de symmetrieas ligt de andere diagonaal loodrecht middendoor deelt?

c Hoe maak je in de applet van vlieger $ABCD$ een ruit? Kan deze vlieger ook een vierkant worden?

Opgave 6

a Hoeveel gegevens heb je nodig om een vlieger te tekenen? Geef een voorbeeld.

b Hoeveel gegevens heb je nodig om een ruit te tekenen? Geef een voorbeeld.

Voorbeeld 3

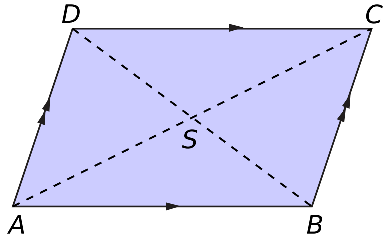
Bekijk de applet

Je ziet parallellogram $ABCD$. Er zijn twee paren evenwijdige zijden.

De kenmerkende eigenschappen zijn:

- Het snijpunt S van de twee diagonalen is het symmetriepunt.
- De diagonalen delen elkaar doormidden.
- De zijden tegenover elkaar zijn evenwijdig en even lang.
- De hoeken tegenover elkaar zijn even groot.

Als er maar één paar evenwijdige zijden is, spreek je van een trapezium. De genoemde eigenschappen gaan dan niet meer op.



Figuur 8

Opgave 7

Bekijk de parallellogram in de applet in **Voorbeeld 3**.

a Je kunt nu de punten A, B en C onafhankelijk van elkaar verplaatsen. Waarom kan dat met punt D niet?

b Ga met de applet alle genoemde eigenschappen van het parallellogram na. Verplaats de hoekpunten en controleer dat ze telkens opgaan.

c Welke andere vierhoeken kun je met de applet maken? Met andere woorden: welke andere vierhoeken zijn een parallellogram?

Opgave 8

a Hoeveel gegevens heb je nodig om een parallellogram te tekenen? Geef een voorbeeld.

b Hoeveel gegevens heb je nodig om een trapezium te tekenen? Geef een voorbeeld.

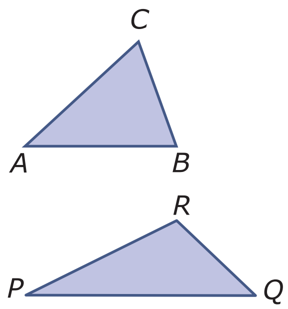
Verwerken

Opgave 9

Je ziet twee driehoeken. ΔABC is een gelijkbenige driehoek met benen van 4 cm en een tophoek van 38° en voor ΔPQR geldt dat $\angle P = 20°$, $\angle Q = 50°$ en $PR = 4$ cm.

a Teken ΔABC en spiegel hem in lijnstuk BC.
Bereken de hoeken van de figuur die nu ontstaat.

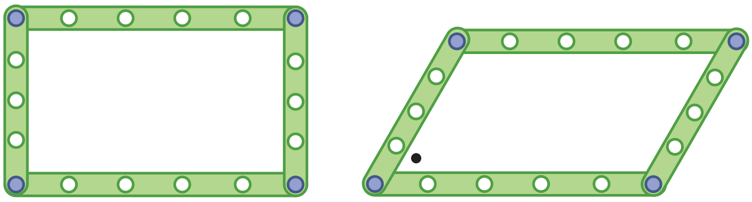
b Teken ΔPQR en spiegel hem in lijnstuk PQ. Geef de naam van de vierhoek die nu ontstaat en bereken de hoeken ervan.



Figuur 9

Opgave 10

Je ziet hoe je een rechthoek van metalen strips kunt vervormen.



Figuur 10

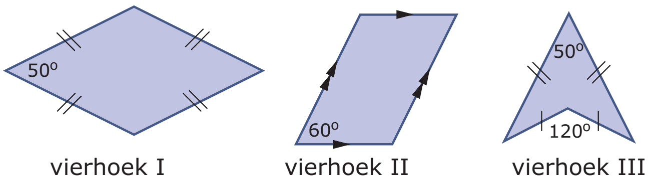
a Hoe heet de rechter figuur?

b Je kunt het vervormen van de rechthoek voorkomen door één strip toe te voegen. Licht toe hoe die strip moet worden geplaatst.

c Als je de rechthoek zo vervormt dat de hoek met de stip 58° is, hoe groot zijn dan de andere hoeken van de figuur die zo ontstaat?

Opgave 11

Je ziet drie vierhoeken. In de vierhoeken is aangegeven welke lijnstukken gelijk of evenwijdig zijn.

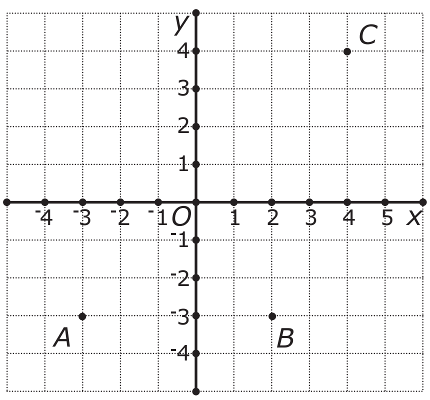


Figuur 11

Geef elke vierhoek de juiste naam en bereken alle hoeken die niet zijn gegeven.

Opgave 12

Je ziet een assenstelsel met de punten $A(-1,-3)$, $B(4,-3)$ en $C(5,3)$.



Figuur 12

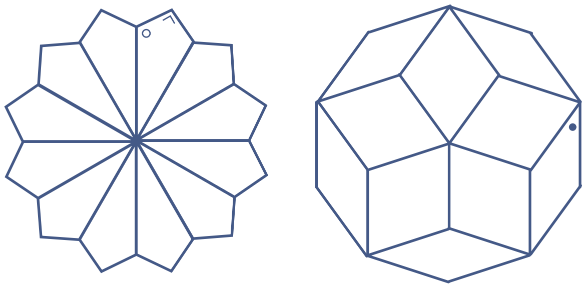
a A, B en C zijn hoekpunten van parallellogram $ABCD$. Geef de coördinaten van punt D.

b A, B en C zijn hoekpunten van vlieger $ABCE$. Geef de coördinaten van punt E.

c Welke andere bijzondere vierhoeken $ABCP$ kun je met deze punten maken? Licht je antwoord toe.

Opgave 13

Je ziet twee draaisymmetrische figuren. In de linker figuur zijn de rechte hoeken aangegeven, in de rechter figuur zijn alle lijnstukken even lang.



Figuur 13

Bereken de twee hoeken die met een rondje en een stip zijn aangegeven.

Opgave 14

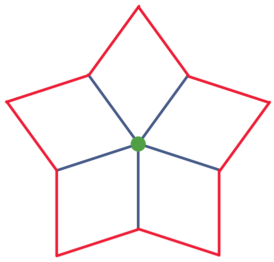
Als je vijf gelijke ruiten tegen elkaar legt met alle vijf precies één punt gemeenschappelijk, dan krijg je de rode ster hiernaast.

a Deze ster heeft tien hoeken. Hoe groot zijn die hoeken?

b Je kunt op dezelfde manier (met smallere ruiten) een achtpuntige ster maken. Hoe groot zijn daar de hoeken van?

c En zo maak je ook een honderdpuntige ster. Hoe groot zijn daar de hoeken van?

d En nu een n-puntige ster, die dus uit n ruiten bestaat. Hoe groot zijn nu de hoeken?



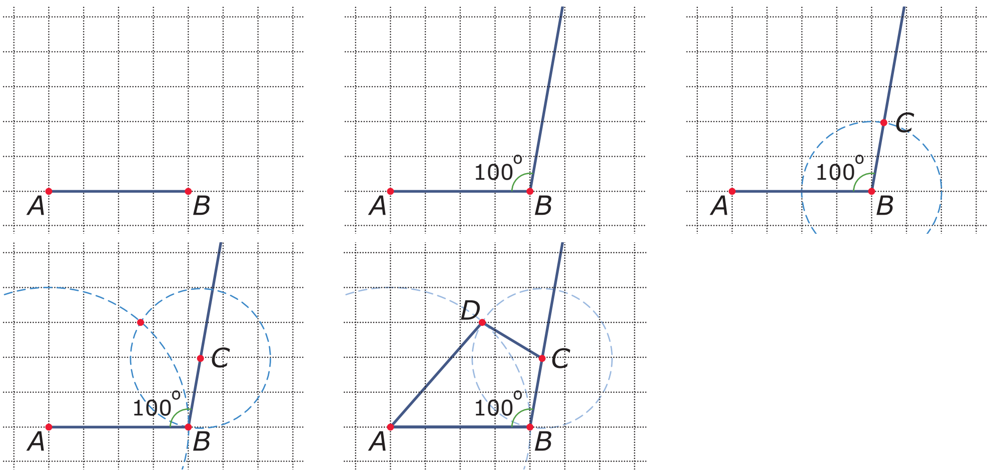
Figuur 14

Toepassen

Bekijk de applet

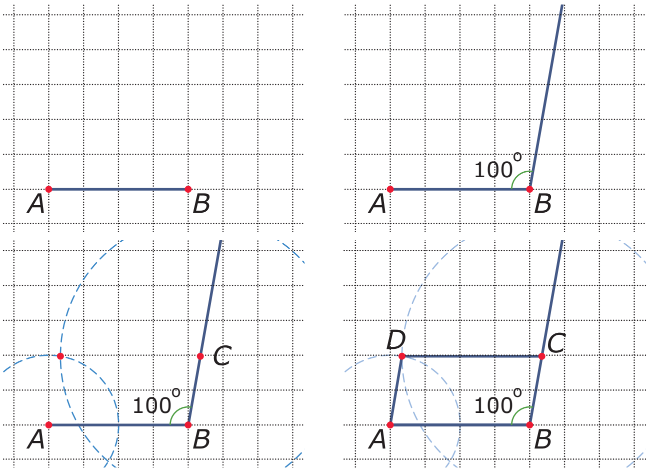
Ook vierhoeken zijn met passer en liniaal te construeren. Maar de vorm van een vierhoek met vier gegeven zijden ligt nog niet vast.

Bekijk de constructie van een vlieger $ABCD$ met: $AB = 4$, $BC = 2$ en $\angle B = 100°$.



Figuur 15

Bekijk ook de constructie van een parallellogram $ABCD$ met: $AB = 4$, $BC = 2$ en $\angle B = 100°$.



Figuur 16

Opgave 15

Probeer de volgende vierhoeken te construeren, of leg uit waarom dit niet lukt.

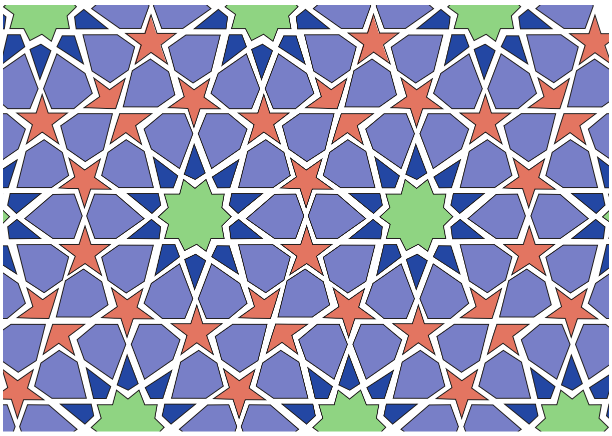
a Vlieger $ABCD$ met $AB = 2$ cm en $BC = AC = 3$ cm.

b Parallellogram $EFGH$ met $EF = 5$ cm, $EH = 3$ cm en $\angle F = 40°$.

c Ruit $KLMN$ met $KL = 3$ cm en $\angle M = 40°$.

Opgave 16: Moorse vlakvulling

Je ziet een Moorse vlakvulling. De groene sterren hebben punten met een hoek van 72°.



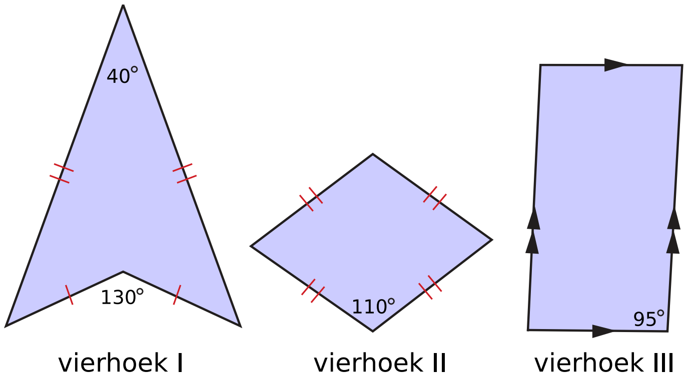
Figuur 17

Beredeneer hoe groot de hoeken van de oranje sterren en de donkerblauwe vliegers zijn.

Testen

Opgave 17

Je ziet drie vierhoeken.

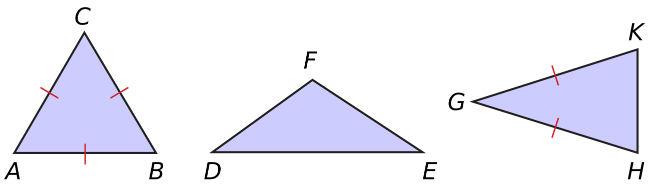


Figuur 18

Geef van elke vierhoek de naam en de grootte van de overige hoeken.

Opgave 18

Je ziet drie driehoeken.



Figuur 19

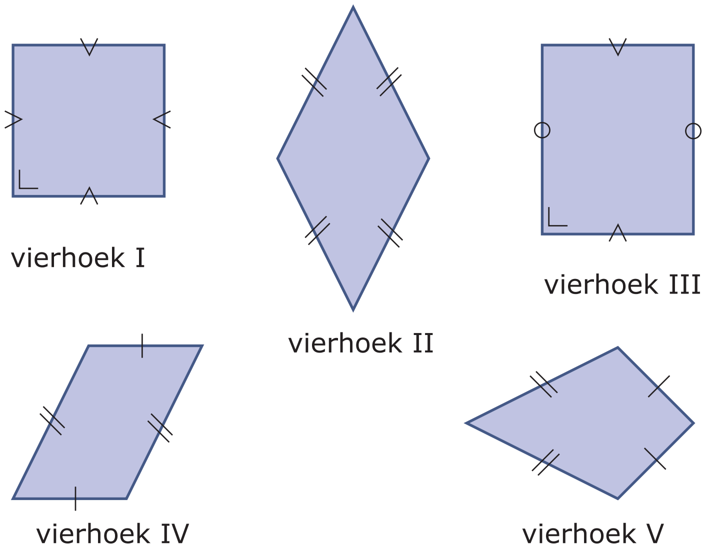
Zijde AC is 3 cm. Zijde DE is 4 cm, $\angle E = 36°$, $\angle F = 34°$. ΔGHK heeft twee hoeken van 72°.

a Teken ΔABC en spiegel deze over lijn AC. Geef de naam van de vierhoek die nu ontstaat en bereken alle hoeken.

b Teken ΔDEF en draai deze over 180° om het midden van lijn DF. Geef de naam van de vierhoek die nu ontstaat en bereken alle hoeken.

c Teken ΔGHK en spiegel deze over lijn GH. Geef de naam van de vierhoek die nu ontstaat en bereken alle hoeken.

Werkblad bij Opgave V1 op pagina 1.



Werkblad bij **Opgave V2 op pagina 2.**