

5.3 Draaisymmetrie

Inleiding

Een verkeersbord, wat is daar nou voor bijzonders aan?

Wel, sommige verkeersborden kun je een stukje draaien om het middelpunt en dan blijf je toch hetzelfde zien.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- draaisymmetrie herkennen en het draaicentrum van een figuur aanwijzen en de kleinste draaihoek bepalen;
- een figuur draaien over een gegeven hoek ten opzichte van een punt.

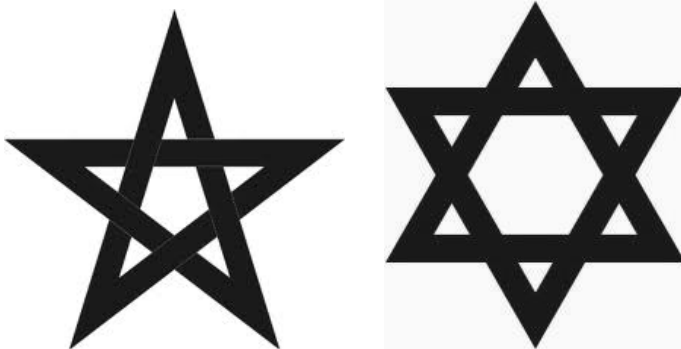
Voorkennis

- de namen en enkele basiseigenschappen van vlakke en ruimtelijke figuren;
- de begrippen loodrecht, afstand, lengte, oppervlakte, inhoud/volume en werken met eenheden;
- werken met een coördinatenstelsel;
- lijnsymmetrie en puntsymmetrie herkennen, een symmetrieas of symmetriepunt tekenen en een figuur spiegelen in een lijn of een punt.

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hier twee sterren.



Figuur 2

- Welke van beide sterren is puntsymmetrisch?
- Welke van beide sterren is lijnsymmetrisch?
- Zijn beide sterren nog op een andere manier symmetrisch?

Uitleg 1

Ook met deze verkeersborden is iets speciaals. Je kunt ze draaien en dan zie je toch weer hetzelfde bord. Soms hoeft je maar een klein aantal graden te draaien. Zo'n figuur heet draaisymmetrisch. Een draaisymmetrische figuur blijft gelijk als je hem een bepaald aantal graden draait om draaicentrum C .

Het linker verkeersbord kun je over 90° , 180° en 270° draaien. Dat zijn veelvoud van 90° , dus 90° is de kleinste draaihoek.

Het middelste verkeersbord heeft een kleinste draaihoek van 180° .

Bij het rechter verkeersbord is de kleinste draaihoek 120° . Je draait steeds een derde slag door en ziet dan drie keer hetzelfde bord tot het weer in de beginstand staat.

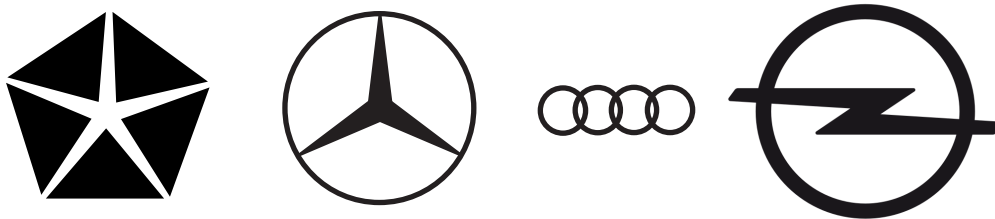
Het linker en het middelste verkeersbord zijn naast draaisymmetrisch ook puntsymmetrisch.



Figuur 3

Opgave 1

Je ziet vier logo's. Ze staan ook op het [werkblad](#).



Figuur 4

- Al deze logo's zijn draaisymmetrisch. Teken in elk van deze logo's het draaisymmetriecentrum C .
- Drie van de vier logo's zijn lijnsymmetrisch. Hoeveel symmetrieassen hebben ze?
- Welke kleinste draaihoek hoort bij elk logo?
- Welke van deze logo's zijn draaisymmetrisch én puntsymmetrisch?

Opgave 2

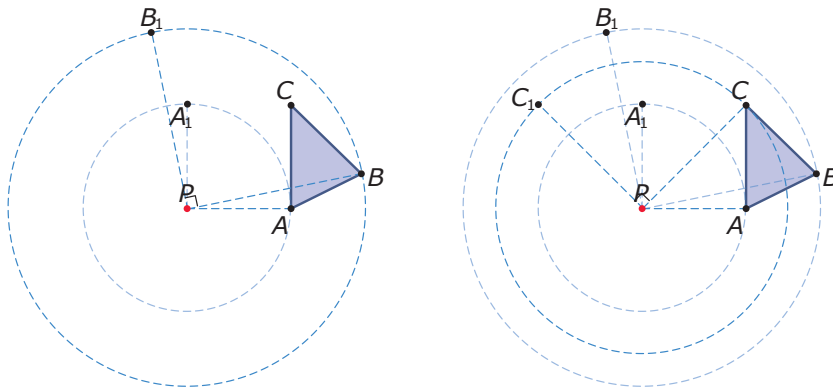
Bij welke (kleinste) draaihoeken is een draaisymmetrische figuur ook puntsymmetrisch?

Uitleg 2

Je ziet hoe een draaisymmetrische figuur wordt gemaakt door driehoek ABC om punt P over 90° (tegen de wijzers van de klok in) te draaien.

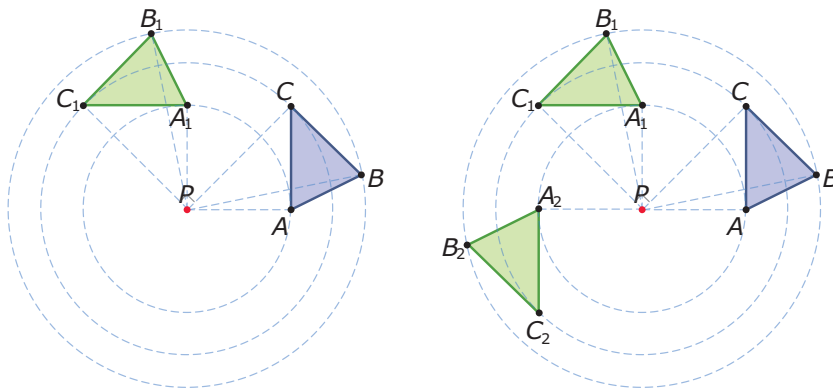


Figuur 5



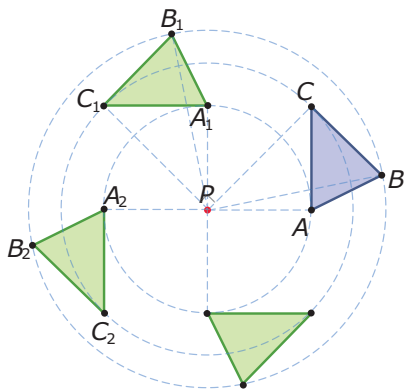
Figuur 6

A_1 is het beeldpunt van A , B_1 is het beeld van B en C_1 is het beeld van C . Elk beeldpunt wordt zo getekend dat het even ver van het centrum P af ligt als zijn origineel. De hoek tussen bijvoorbeeld PA en PA_1 is 90° .



Figuur 7

Om de figuur echt draaisymmetrisch te maken moet je $\triangle A_1B_1C_1$ ook weer 90° draaien en vervolgens het beeld van deze driehoek nog een keer 90° draaien (tegen de klok in).



Figuur 8

Opgave 3

Teken in een assenstelsel de punten $A(1,1)$, $B(5,1)$ en $C(2,4)$. Je gaat nu $\triangle ABC$ draaien. Het beeld van $\triangle ABC$ noem je $\triangle A_1B_1C_1$.

Schrijf steeds de coördinaten van A_1 , B_1 en C_1 op.

- Draai $\triangle ABC$ om de oorsprong O over 90° (dus tegen de wijzers van de klok in).
- Draai $\triangle ABC$ om de oorsprong O over -90° (dus met de wijzers van de klok mee).
- Draai $\triangle ABC$ om punt B over 180° .

Opgave 4

Teken in een assenstelsel de punten $A(1,1)$, $B(3,1)$, $C(4,3)$, $D(1,4)$, $E(-1,4)$, $F(2,4)$, $G(2,6)$ en $H(0,7)$. Vierhoek $ABCD$ heeft als spiegelbeeld vierhoek $FGHE$ bij draaiing om punt P .

- Geef de coördinaten van P en de draaihoek die bij deze draaiing past.
- Spiegel vierhoek $FGHE$ in punt P . Noem de beeldfiguur $KLMN$.
- Bij welke draaiing is $KLMN$ het beeld van $ABCD$?

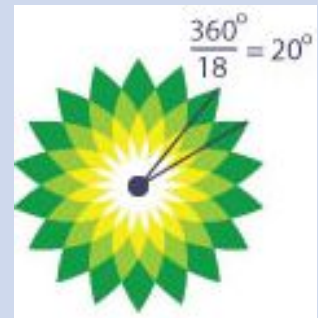
Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

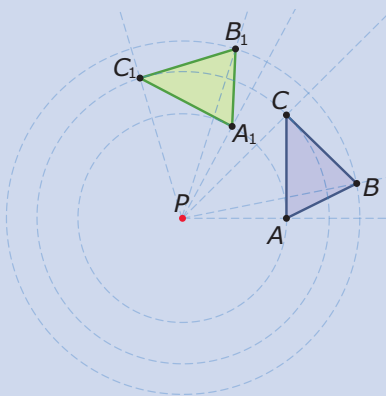
Een figuur noem je **draaisymmetrisch** als hij gelijk blijft als je hem een bepaald aantal graden draait om een **draaicentrum** C . Deze figuur kun je over 20° , 40° , 60° , ... draaien. Dat zijn veelvoud van 20° , dus 20° is de **kleinste draaihoek**.

Je kunt ook zelf een figuur draaien om een draaipunt over een gegeven aantal graden.

Je ziet hier het resultaat van zo'n draaiing.



Figuur 9



Figuur 10

$\triangle ABC$ wordt gedraaid om punt P over 60° . $\triangle ABC$ noem je het **origineel**.

$\triangle A_1B_1C_1$ is het **beeld** van $\triangle ABC$.

Beeldpunt A_1 ligt even ver van het centrum P af ligt als punt A .

Voorbeeld 1

Je ziet hier een achttal logo's (beeldmerken) van bekende bedrijven en instellingen. Ze zijn vaak draaisymmetrisch. Wat is het centrum van symmetrie en hoeveel bedraagt de kleinste draaihoek?



Figuur 11

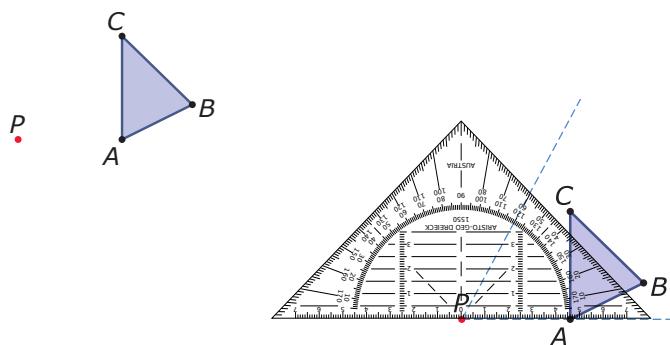
Opgave 5

Op het [werkblad](#) zie je de logo's uit **Voorbeeld 1** nog eens.

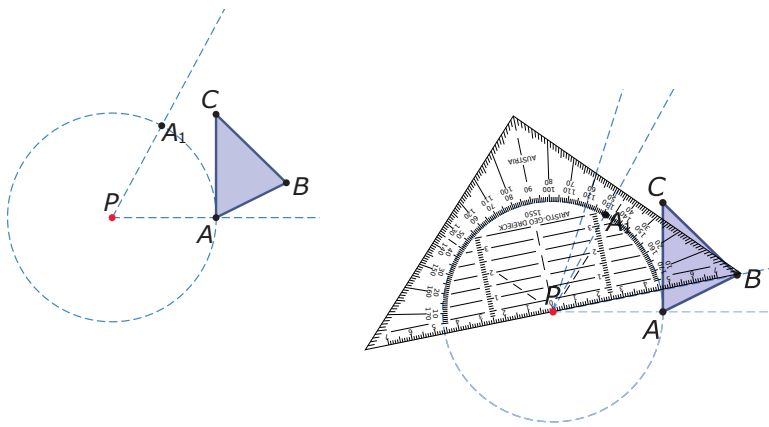
- Zet in de draaisymmetrische logo's het centrum van symmetrie en de kleinste draaihoek.
- Zoek zelf nog een paar draaisymmetrische logo's op internet. Geef het draaicentrum en de kleinste draaihoek van elk gevonden logo.

Voorbeeld 2

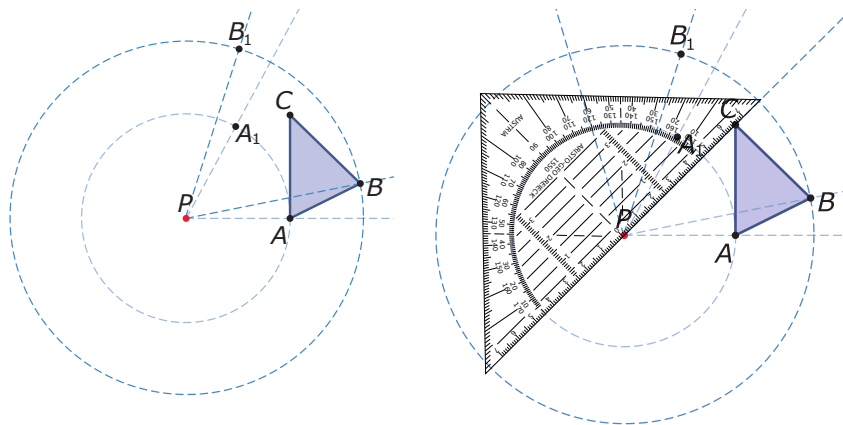
Bekijk hoe $\triangle ABC$ wordt gedraaid om punt P over 60° (dus tegen de klok in). De hoeken maak je op papier met een geodriehoek. De gelijke afstanden worden met een passer gemaakt, dat kan eventueel ook met de geodriehoek.



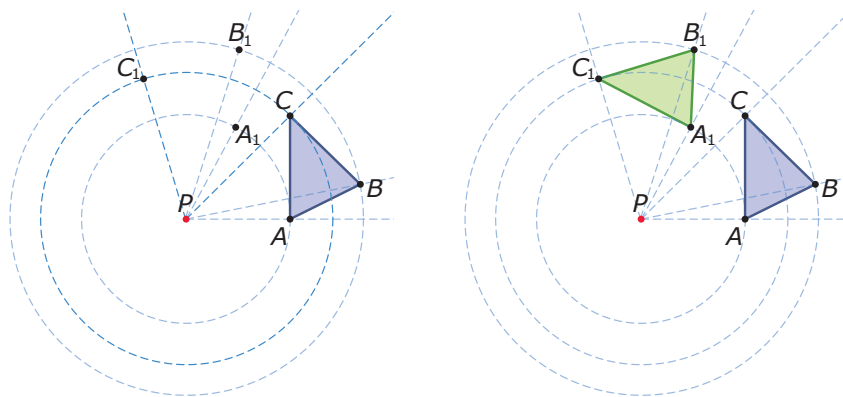
Figuur 12



Figuur 13



Figuur 14



Figuur 15

Opgave 6

Teken zelf op blanco papier zo'n driehoek en symmetriecentrum als in **Voorbeeld 2** en draai de driehoek over 120° .

Opgave 7

Teken in een assenstelsel de punten $A(3, -2)$, $B(5, 0)$ en $C(1, 3)$. Je gaat nu $\triangle ABC$ draaien om punt $F(3, 1)$ over 90° (dus tegen de wijzers van de klok in).

Teken $\triangle ABC$ en de beeldfiguur $\triangle A_1 B_1 C_1$ en schrijf de coördinaten van die beeldpunten op.

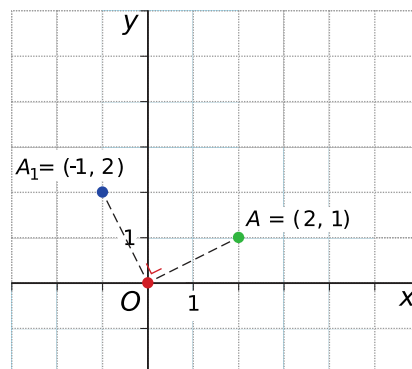
Voorbeeld 3

Bekijk de applet

Je ziet punt $A(a,b)$ in een assenstelsel. A_1 is het beeldpunt bij draaiing om punt $O(0,0)$ over 90° , dus tegen de klok in.

Ga na:

- Bij draaiing om $O(0,0)$ over 90° is het beeldpunt van elk punt $A(a,b)$ gelijk aan $A_1(-b,a)$. Het gaat hier om een draaiing tegen de klok in. Neem het punt $A(2,1)$ (zie de tekening). Bij een draaiing over 90° om $O(0,0)$ is $A_1(-1,2)$ het beeldpunt van A .
- Bij draaiing om $O(0,0)$ over -90° is het beeldpunt van elk punt $A(a,b)$ gelijk aan $A_1(b,-a)$. Het gaat hier om een draaiing met de klok mee. Neem bijvoorbeeld het punt $A(0,2)$ op de y -as. Bij een draaiing over -90° om $O(0,0)$ valt $A_1(2,0)$ precies op de x -as.



Figuur 16

Opgave 8

Er is sprake van draaiing om O over een hoek van 90° .

- Welke coördinaten heeft het beeldpunt van $A(3,2)$?
- En van $A(1,5;-1)$?
- Welke coördinaten heeft het beeldpunt van $A(a,b)$? Controleer dit voor meerdere waarden van a en b .

Stel nu een draaiing om O over -90° in.

- Welke coördinaten heeft het beeldpunt van $A(3,2)$?
- En van $A(1,5;-1)$?
- Welke coördinaten heeft het beeldpunt van $A(a,b)$? Controleer dit voor meerdere waarden van a en b .
- Wat is de beeldfiguur van de x -as bij draaiing om O over -90° ?

Opgave 9

Het beeldpunt van $A(a,b)$ bij draaiing om punt P over 90° is $A'(5-b,a-1)$.

Bepaal de coördinaten van P .

Verwerken

Opgave 10

Je ziet een doornenkroon, een mooie draaisymmetrische zeester. Ga ervan uit dat hij ook echt perfect draaisymmetrisch is.

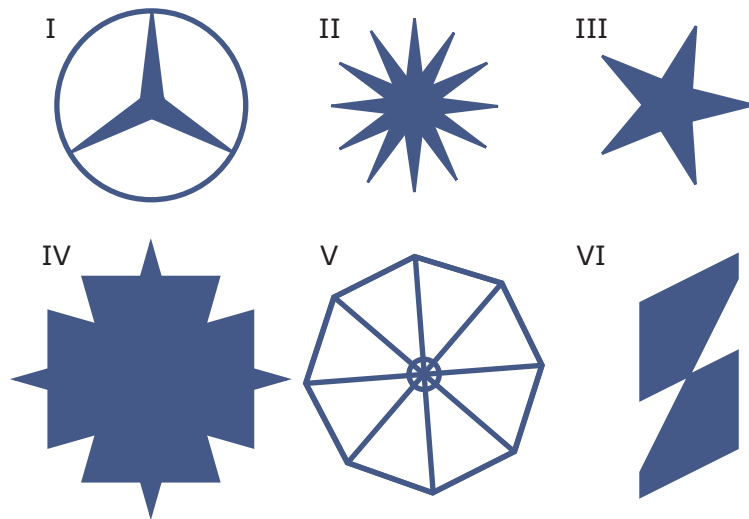
- Hoe groot is de kleinste draaihoek?
- Is deze zeester ook puntsymmetrisch?
- Is deze zeester ook lijnsymmetrisch? Zo ja, hoeveel symmetrieassen heeft hij dan?



Figuur 17

Opgave 11

Bekijk de draaisymmetrische figuren.

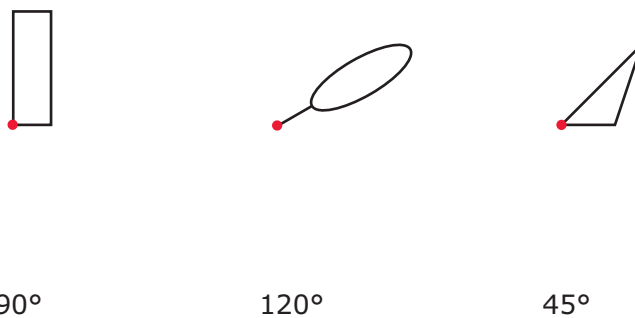


Figuur 18

- Geef van elke figuur de kleinste draaihoek.
- Welke van deze figuren zijn ook puntsymmetrisch?
- Welke van deze figuren zijn ook lijnsymmetrisch? Geef in dat geval het aantal symmetrieassen.

Opgave 12

Je ziet drie figuren. Door deze figuren aan te vullen kunnen ze draaisymmetrisch worden. Het centrum van draaiing is aangegeven met een rode stip, de kleinste draaihoek staat erbij. Maak de figuren compleet op het [werkblad](#).



Figuur 19

Opgave 13

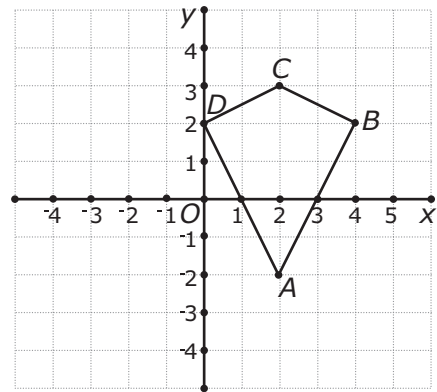
Welke coördinaten heeft het beeldpunt van een willekeurig punt $A(a,b)$ bij draaiing:

- om het punt $O(0,0)$ over 90° ?
- om het punt $P(0,2)$ over 90° ?

Opgave 14

Bekijk het assenstelsel met daarin vierhoek $ABCD$.

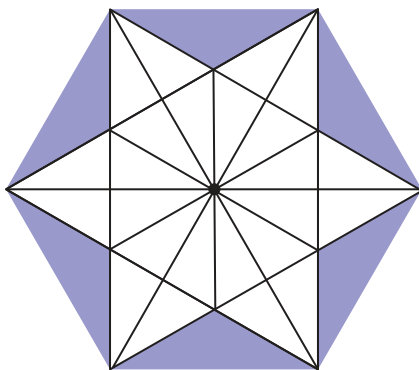
- Vierhoek $ABCD$ wordt gedraaid over 90° om de oorsprong O van het assenstelsel. Teken de beeldfiguur $A'B'C'D'$ op het **werkblad** en schrijf de coördinaten van de hoekpunten daarvan op.
- Vierhoek $ABCD$ wordt gedraaid over -90° om de oorsprong O van het assenstelsel. Teken de beeldfiguur $A''B''C''D''$ en schrijf de coördinaten van de hoekpunten daarvan op.



Figuur 20

Opgave 15

Bekijk de draaisymmetrische figuur.



Figuur 21

- Hoe groot zijn alle hoeken bij het draaicentrum?
- Bereken nu de grootte van de drie hoeken van de gekleurde driehoekjes.

Toepassen

[Bekijk de applet](#)

Een **regelmatische vijfhoek** is draaisymmetrisch. De kleinste draaihoek is $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$. Voor de constructie van de regelmatige vijfhoek $ABCDE$ maak je van die kleinste draaihoek gebruik.

In de applet kun je punt A verplaatsen. Zijn beeldpunten bewegen dan mee. Ook kun je A verplaatsen. Je ziet dat alle hoekpunten van een regelmatige vijfhoek op een cirkel moeten liggen, ze liggen immers allemaal evenver van het draaipunt.

Alle regelmatige veelhoeken zijn draaisymmetrisch. Is het aantal hoekpunten n , dan is de kleinste draaihoek $\left(\frac{360}{n}\right)^\circ$.

Opgave 16

- Wat betekent het voor alle hoeken van een regelmatige vijfhoek dat een regelmatige vijfhoek draaisymmetrisch is?
- Wat betekent dit voor de diagonalen van elke regelmatige vijfhoek?
Als je alleen de diagonalen van een regelmatige vijfhoek tekent, krijg je een pentagram.
- Teken zo'n pentagram. Is het ook draaisymmetrisch?
- Hoe groot zijn alle hoeken van een regelmatige n -hoek?

Opgave 17: Ijskristallen

Ijskristallen zijn heldere kristallen met regelmatige vormen. Soms kun je de vormen van deze kristallen goed zien als het sneeuwt.

Ijskristallen nemen mooie zeshoekige draaisymmetrische vormen aan.

- a Welke kleinste draaihoek hebben dergelijke ijskristallen?
- b Is een dergelijk ijskristal ook puntsymmetrisch?
- c Is een ijskristal ook lijnsymmetrisch? Zo ja, hoeveel symmetrieassen heeft hij dan?



Figuur 22

Testen

Opgave 18

Bekijk het logo. Het is draaisymmetrisch.

Hoe groot is de kleinste draaihoek?



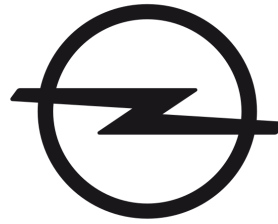
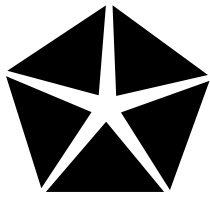
Figuur 23

Opgave 19

Teken in een assenstelsel de punten $A(1,2)$, $B(6,2)$, $C(5,5)$ en $D(2,5)$.

- a Vierhoek $ABCD$ wordt gedraaid over 90° om de oorsprong van het assenstelsel. Teken beeldfiguur $A'B'C'D'$ en schrijf de coördinaten van de beeldpunten op.
- b Vierhoek $ABCD$ wordt gedraaid over 90° om punt $P(1,4)$. Teken beeldfiguur $A''B''C''D''$ en schrijf de coördinaten van de beeldpunten op.

Werkblad bij Opgave 1 op pagina 2.



Werkblad bij Opgave 5 op pagina 5.



Werkblad bij Opgave 12 op pagina 8.



90°

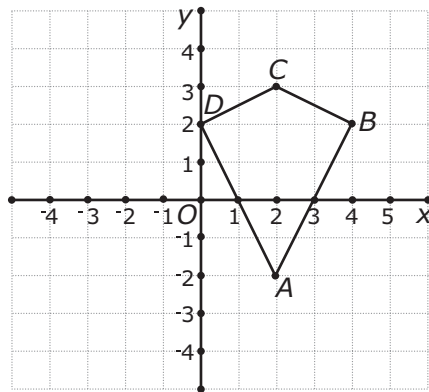


120°



45°

Werkblad bij Opgave 14 op pagina 9.





© 2025

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
