

5.2 Puntsymmetrie

Inleiding

Een verkeersbord, wat is daar nou voor bijzonders aan?

Wel, van sommige verkeersborden is de éne helft het spiegelbeeld van de andere helft.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- in een figuur puntsymmetrie herkennen en het centrum van puntsymmetrie bepalen;
- een puntsymmetrische figuur tekenen door spiegelen ten opzichte van een punt.

Voorkennis

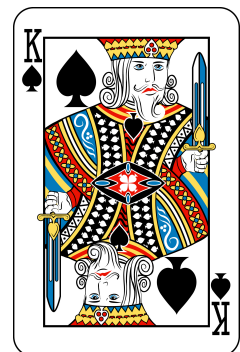
- de namen en enkele basiseigenschappen van vlakke en ruimtelijke figuren;
- de begrippen loodrecht, afstand, lengte, oppervlakte, inhoud/volume en werken met eenheden;
- werken met een coördinatenstelsel;
- lijnsymmetrie herkennen, een symmetrieas tekenen en een figuur spiegelen in een lijn.

Verkennen

Opgave V1

Dit is de schoppen heer van een kaartspel.

- Is deze kaart lijnsymmetrisch?
- Is de onderste helft van de kaart het spiegelbeeld van de bovenste helft?
- Hoe maak je zo'n kaart?



Figuur 2

Opgave V2

Dit is de letter S.

- Is deze letter lijnsymmetrisch?
- Is de onderste helft van de letter het spiegelbeeld van de bovenste helft?
- Welk deel van de letter heb je persé nodig om de hele letter te kunnen tekenen? En hoe zou je dat dan doen?



Figuur 3

Uitleg 1

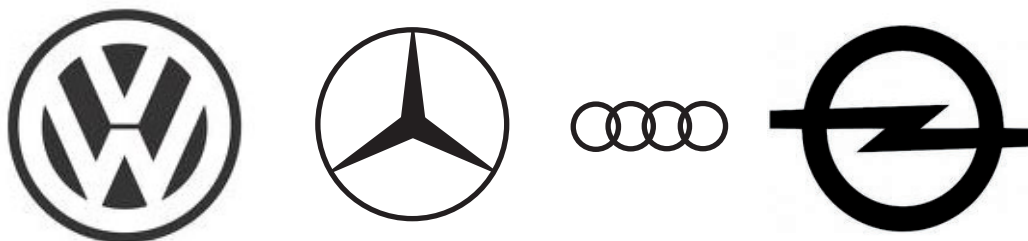
Het linker verkeersbord is niet lijnsymmetrisch. Toch is er wel iets bijzonders mee: als je het 'op zijn kop zet' zie je hetzelfde verkeersbord. Zo'n figuur noem je puntsymmetrisch. Een puntsymmetrische figuur blijft gelijk als je hem een halve slag draait om het symmetriecentrum C . Ook het middelste verkeersbord ziet er hetzelfde uit als je het een halve slag draait. Elk punt op de figuur kun je spiegelen in C en komt dan op de tegenoverliggende plaats op de figuur uit. Het rechter verkeersbord is niet puntsymmetrisch. Op zijn kop ziet de figuur er heel anders uit.



Figuur 4

Opgave 1

Hier zie je vier logo's van automerken. Ze staan ook op het [werkblad](#).



Figuur 5

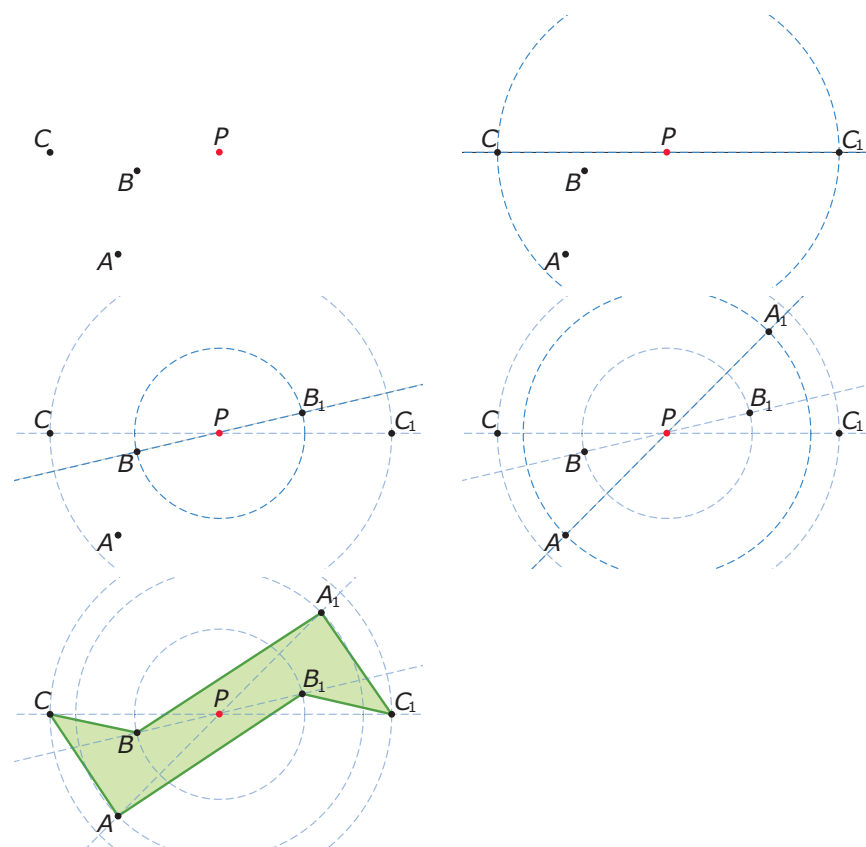
- Twee van de vier logo's zijn puntsymmetrisch. Teken in elk van deze logo's het symmetriecentrum C .
- Drie van de vier logo's zijn ook lijnsymmetrisch. Teken de symmetrieassen. Wat valt je op als de symmetrieassen elkaar snijden?
- Kan een logo precies één symmetrieas hebben en ook puntsymmetrisch zijn?
- Kan een logo puntsymmetrisch zijn en geen symmetrieassen hebben?

Opgave 2

Welke figuur is puntsymmetrisch en heeft oneindig veel symmetrieassen?

Uitleg 2

Bekijk hoe je een puntsymmetrische figuur maakt. De punten A , B en C worden gespiegeld in punt P .



Figuur 6

A_1 is het spiegelbeeld van A , B_1 is het beeld van B en C_1 is het beeld van C . Het beeldpunt A_1 wordt zo getekend dat het even ver van het centrum P af ligt als het originele punt A . Punt P is het midden van lijnstuk AA_1 .

Opgave 3

Teken in een assenstelsel de punten $A(3, -2)$, $B(5, 0)$ en $C(1, 4)$. Je gaat nu $\triangle ABC$ spiegelen. Het beeld van $\triangle ABC$ noem je $\triangle A'B'C'$. Schrijf steeds de coördinaten van A' , B' en C' op.

- Spiegel $\triangle ABC$ in de oorsprong O van het assenstelsel.
- Spiegel $\triangle ABC$ in punt $P(3, 2)$.
- Spiegel $\triangle ABC$ in punt B .

Opgave 4

Teken in een assenstelsel de punten $A(1, 2)$, $B(3, 2)$, $C(4, 4)$, $D(1, 5)$, $E(1, -2)$, $F(1, 1)$, $G(-1, 1)$ en $H(-2, -1)$. Vierhoek $ABCD$ heeft als spiegelbeeld vierhoek $FGHE$.

- Waarom wordt het spiegelbeeld vierhoek $FGHE$ genoemd en niet vierhoek $EFGH$? Leg de volgorde van de hoofdletters uit.
- Teken het symmetriecentrum. Welk punt is dit?
- Als je vierhoek $ABCD$ spiegelt in $P(2, 3)$, krijg je een vierhoek $KLMN$. Schrijf de coördinaten van de hoekpunten van $KLMN$ op.

Theorie en voorbeelden

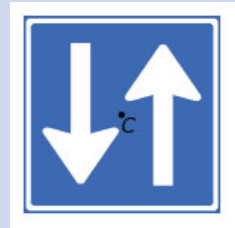
Om te onthouden

Een figuur heet **puntsymmetrisch** als hij hetzelfde blijft als je hem op de kop zet. Zo' n figuur heeft een **symmetriecentrum** C . Elk punt van de figuur heeft een spiegelbeeld precies aan de andere kant van het centrum C .

Je kunt ook zelf een puntsymmetrische figuur tekenen.

Je moet dan het centrum van symmetrie weten en de helft van de figuur kennen.

De andere helft maak je er dan bij door **puntspiegelen**.

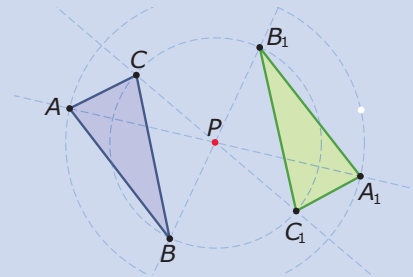


Figuur 7

$\triangle ABC$ wordt gespiegeld in punt P . $\triangle ABC$ noem je het **origineel**.

$\triangle A_1B_1C_1$ is het **beeld** van $\triangle ABC$.

Beeldpunt A_1 ligt even ver van het centrum P af ligt als punt A .



Figuur 8

Voorbeeld 1

Je ziet hier een achttal logo's (beeldmerken) van bekende bedrijven en instellingen. Ze zijn vaak puntsymmetrisch. Wat is het centrum van symmetrie?



Figuur 9

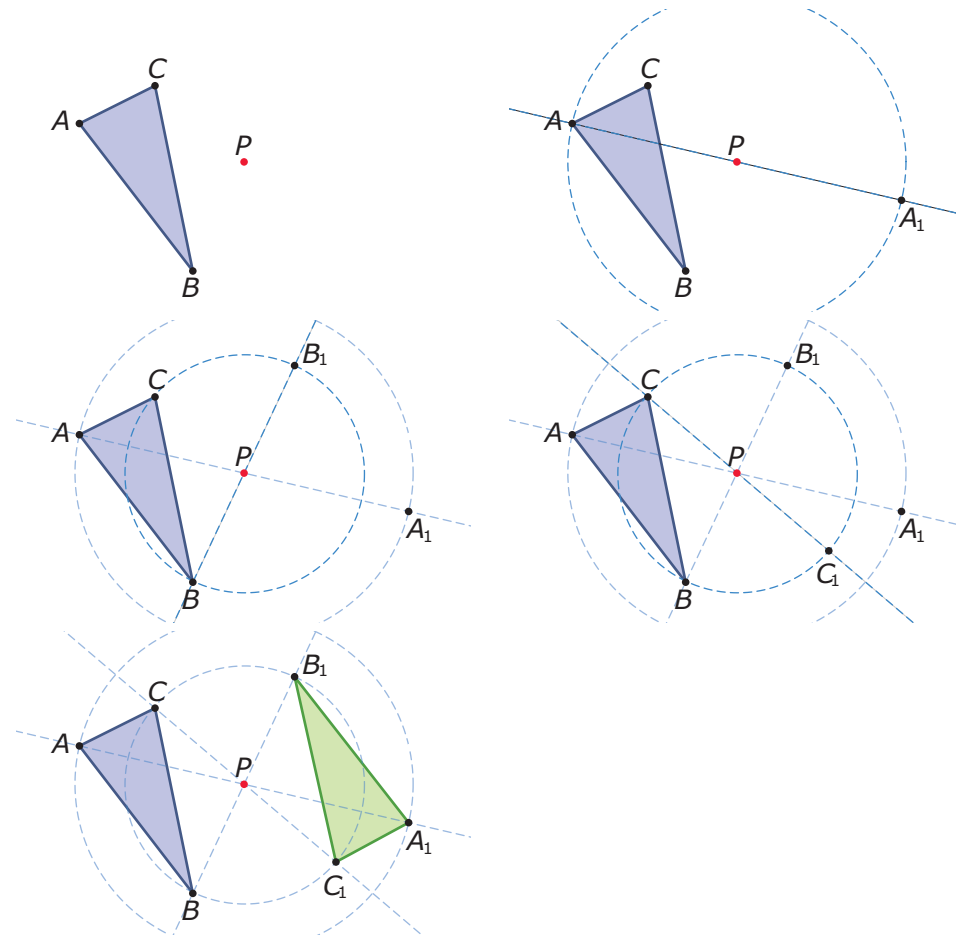
Opgave 5

Op het [werkblad](#) zie je de logo's uit [Voorbeeld 1](#) nog eens.

- Teken in elk logo het symmetriecentrum.
- Zoek zelf nog een paar puntsymmetrische logo's op internet. Gebruik zoektermen als 'logo', 'beeldmerk'.

Voorbeeld 2

Bekijk hoe $\triangle ABC$ wordt gespiegeld in punt P . De gelijke afstanden worden met een passer gemaakt, dat kan eventueel ook met de geodriehoek.



Figuur 10

Opgave 6

Bekijk [Voorbeeld 2](#).

Teken zelf op blanco papier een driehoek en een symmetriecentrum en teken het spiegelbeeld van die driehoek.

Opgave 7

In een assenstelsel staan de punten $A(3, -2)$, $B(5, 0)$ en $C(1, 3)$. Je gaat nu $\triangle ABC$ spiegelen in punt $P(3, 1)$.

Teken $\triangle ABC$ en de beeldfiguur $\triangle A'B'C'$ en schrijf de coördinaten van de beeldpunten op.

Voorbeeld 3

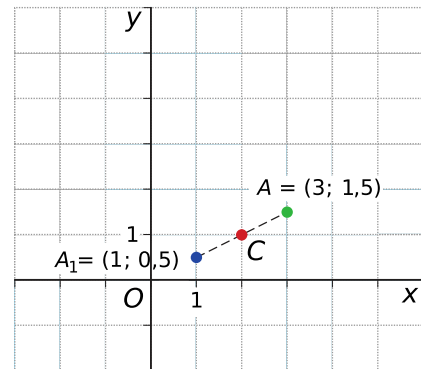
Bekijk de applet

Je ziet een punt $A(a,b)$ in een assenstelsel. A_1 is zijn beeldpunt bij spiegeling in punt C .

Ga na:

- Bij spiegeling in $O(0,0)$ is het beeldpunt van elk punt $A(a,b)$ gelijk aan $A_1(-a, -b)$.
- Bij spiegeling in $C(2,1)$ is het beeldpunt van elk punt $A(a,b)$ gelijk aan $A_1(4 - a, 2 - b)$.

Dit laatste komt omdat ook de beide assen worden gespiegeld. De x-as komt op op de horizontale lijn door $(0,2)$ te liggen en de y-as op de verticale lijn door $(4,0)$. De gespiegelde oorsprong wordt $O_1(4,2)$. De positie van A_1 wordt vanuit O_1 gespiegeld.



Figuur 11

Opgave 8

Gebruik de applet in [Voorbeeld 3](#). Stel in $C(1,3)$.

- Welke coördinaten heeft het beeldpunt van $A(3,2)$? En van $A(1,5; -1)$?
- Welke coördinaten heeft het beeldpunt van $A(a,b)$? Controleer dit voor meerdere waarden van a en b .

Stel in $C(4,1)$.

- Welke coördinaten heeft het beeldpunt van $A(3,2)$? En van $A(1,5; -1)$?
- Welke coördinaten heeft het beeldpunt van $A(a,b)$? Controleer dit voor meerdere waarden van a en b .

Opgave 9

Het beeldpunt van $A(a,b)$ bij spiegeling in punt P is $A_1(3 - a, -b)$.

Bepaal de coördinaten van P .

Verwerken

Opgave 10

Je ziet een aantal logo's. Ze staan ook op het [werkblad](#).

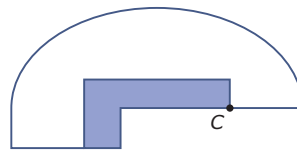


Figuur 12

Teken in de puntsymmetrische logo's het centrum van symmetrie.

Opgave 11

Je ziet de helft van een puntsymmetrische figuur. C is het symmetriecentrum. Maak de figuur op het [werkblad](#) compleet.

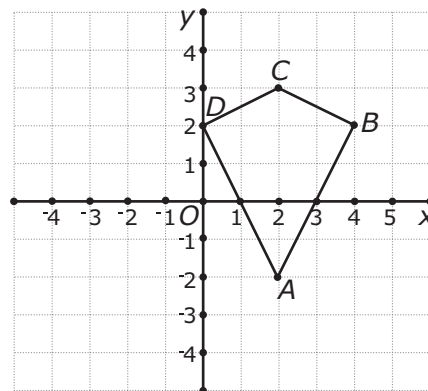


Figuur 13

Opgave 12

Je ziet in het assenstelsel vierhoek $ABCD$. Teken zelf de figuur in een groter assenstelsel.

- Vierhoek $ABCD$ wordt gespiegeld in de oorsprong van het assenstelsel. Teken het spiegelbeeld $A'B'C'D'$ en schrijf de coördinaten van de beeldpunten op.
- Vierhoek $ABCD$ wordt gespiegeld in punt $P(3,3)$. Teken het spiegelbeeld $A''B''C''D''$ en schrijf de coördinaten van de beeldpunten op.



Figuur 14

Opgave 13

Teken in een assenstelsel de punten $A(-3,2)$, $B(4,0)$ en $C(2,5)$. Je gaat nu $\triangle ABC$ spiegelen. Het beeld van $\triangle ABC$ noem je $\triangle A'B'C'$. Schrijf de coördinaten van A' , B' en C' op.

- Spiegel $\triangle ABC$ in de oorsprong O van het assenstelsel.
- Spiegel $\triangle ABC$ in punt $P(0,2)$.
- Spiegel $\triangle ABC$ in punt B .

Opgave 14

Gegeven zijn de roosterpunten $A(-2,2)$, $B(4,4)$, $C(-3,5)$, $A'(2,0)$ en $B'(-4,-2)$. Verder is $\triangle A'B'C'$ het spiegelbeeld van $\triangle ABC$ bij spiegelen in punt P .

- Teken beide driehoeken en punt P .
- Schrijf de coördinaten van C' op.

Opgave 15

Welke coördinaten heeft het beeldpunt van een willekeurig punt $A(a,b)$ bij puntspiegeling in:

- het punt $P(0,1)$;
- het punt $Q(3,4)$;
- het punt $Q(-3,4)$.

Toepassen

[Bekijk de applet](#)

Een **parallellogram** is een puntsymmetrische vierhoek. Vierhoek $ABCD$ is zo'n parallellogram. Dit betekent dat de diagonalen AC en BD elkaar middendoor delen. M is het symmetriecentrum.

In de applet kun je de punten A en D verplaatsen. Hun beeldpunten bewegen dan mee. Ook kun je M verplaatsen.

Je kunt van $ABCD$ ook een rechthoek, een ruit, of een vierkant maken. Rechthoeken, ruiten en vierkanten zijn daarom ook altijd parallellogrammen.

Opgave 16

Bekijk de applet in [Toepassen](#).

Je ziet dat een parallellogram puntsymmetrisch is.

- Wat betekent dit voor twee tegenover elkaar liggende hoeken van elk parallellogram?
- Wat betekent dit voor twee tegenover elkaar liggende zijden van elk parallellogram?
- Wat betekent dit voor de diagonalen van elk parallellogram?
- Elke rechthoek en elk vierkant zijn voorbeelden van parallellogrammen. Waarom geldt dit niet voor een vlieger?

Opgave 17: Symmetrische letters

Je ziet de hoofdletters van het West-Europese alfabet, lettertype Arial.

A B C D E F G H I J
K L M N O P Q R S
T U V W X Y Z

Figuur 15

Welke letters zijn puntsymmetrisch? Welke letters zijn lijnsymmetrisch? Zet het aantal symmetrieassen erbij.

De letters staan ook op het [werkblad](#).

Testen

Opgave 18

Hier zie je drie logo's.



Figuur 16

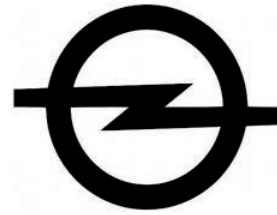
- Welke van deze logo's zijn puntsymmetrisch?
- Eén van deze logo's is ook lijnsymmetrisch. Welk logo is dat en hoeveel symmetrieassen heeft het?

Opgave 19

In een assenstelsel staan de punten $A(2,1)$, $B(5,3)$ en $C(1,5)$. Je gaat nu $\triangle ABC$ spiegelen in punt $P(1,3)$.

- Teken $\triangle ABC$ en de beeldfiguur $\triangle A'B'C'$ en schrijf de coördinaten van die beeldpunten op. Het punt $D(x,y)$ wordt gespiegeld in punt $P(1,3)$.
- Schrijf de coördinaten van D op.

Werkblad bij Opgave 1 op pagina 2.



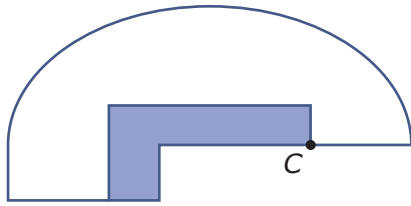
Werkblad bij Opgave 5 op pagina 4.



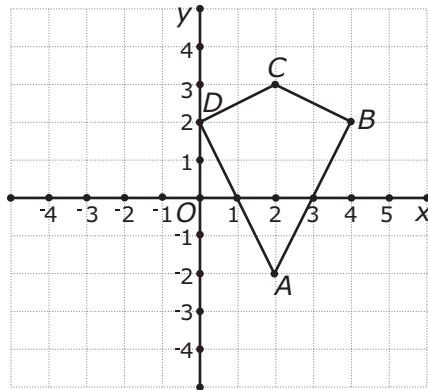
Werkblad bij Opgave 10 op pagina 6.



Werkblad bij Opgave 11 op pagina 7.



Werkblad bij Opgave 10 op pagina 6.



Werkblad bij Opgave 17 op pagina 8.

A B C D E F G H I J
K L M N O P Q R S
T U V W X Y Z



© 2025

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
