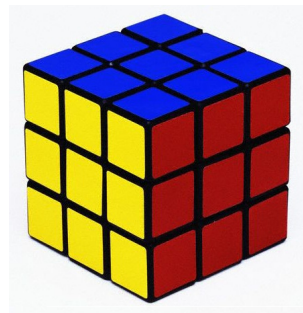


4.4 Inhoud

Inleiding

Hier zie je een kubus van Rubik.

Je kunt vast wel bedenken uit hoeveel kubusjes hij bestaat.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- de inhoud bepalen van ruimtelijke figuren door ze op te delen in balken en halve balken;
- de inhoud berekenen van balk, prisma en cilinder vanuit het grondvlak en de hoogte.

Voorkennis

- de namen en enkele basiseigenschappen van vlakke en ruimtelijke figuren;
- de omtrek van een figuur bepalen door meten en rekenen (en soms schatten) en werken met lengtematen;
- de oppervlakte berekenen van vlakke figuren door verdelen in rechthoeken en halve rechthoeken of door omlijsten;
- verschillende oppervlakte-eenheden in elkaar omrekenen.

Verkennen

Opgave V1

In de **Inleiding** zie je een exemplaar van de **kubus van Rubik**, bedacht door de Hongaarse architect en ontwerper Ernő Rubik.

Uit hoeveel kleine kubussen bestaat hij? (Let op: er is geen middelste kubus!)

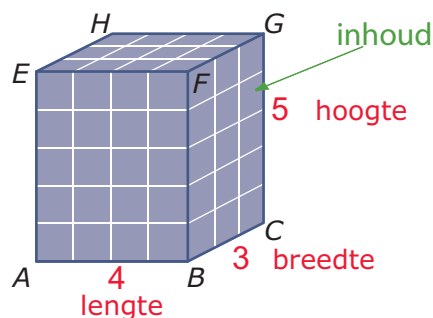
Uitleg

Een 3D-figuur of lichaam zoals deze balk $ABCD.EFGH$ heeft drie dimensies, namelijk lengte, breedte en hoogte. De inhoud of het volume ervan bepaal je door te tellen hoeveel eenheidskubussen van 1 bij 1 bij 1 er in passen.

In de balk $ABCD.EFGH$ passen $4 \times 3 \times 5 = 60$ eenheidskubussen.

Als een eenheidskubus 1 m bij 1 m bij 1 m voorstelt, dan heeft een eenheidskubus een inhoud van 1 m^3 (spreek uit: kubieke meter).

De balk $ABCD.EFGH$ heeft dan een inhoud van 60 m^3 .



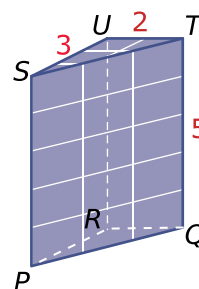
Figuur 2

Om de inhoud van de halve balk $PQR.STU$ te berekenen, kun je er een hele balk omheen tekenen met een grondvlak van 2 bij 3 en een hoogte van 5. De inhoud van $PQR.STU$ is $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times 5 = 15$ eenheidskubussen. Van een balk en een halve balk kun je de inhoud berekenen door de oppervlakte van het grondvlak met de hoogte te vermenigvuldigen.

Veel prisma's kun je in balken en halve balken verdelen.

Dan is: $\text{inhoud (prisma)} = \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte}$.

Let er wel op dat het grondvlak van een prisma niet altijd het ondervlak is. Een prisma kan op zijn kant liggen!



Figuur 3

Opgave 1

Gegeven is een balk $ABCD.EFGH$ met $AB = 6$, $BC = 4$ en $CG = 3$ eenheden.

- Bereken de inhoud van deze balk.
- In de balk bevindt zich een prisma. Het prisma $ABC.EFG$ is een halve balk. Hoeveel bedraagt de inhoud van dit prisma?
- Laat zien dat je de inhoud van de balk en de halve balk kunt berekenen door de oppervlakte van het grondvlak met de hoogte te vermenigvuldigen.
- Veronderstel dat elke eenheidskubus een inhoud heeft van 2 cm^3 (kubieke centimeter). Hoeveel bedraagt dan de inhoud van de balk?

Opgave 2

Gegeven is balk $ABCD.EFGH$ met $AB = 6,5$, $BC = 4,2$ en $CG = 3,1$ eenheden.

- Bereken de inhoud van deze balk.
- In de balk bevindt zich een prisma. Het prisma $ABC.EFG$ is een halve balk. Hoeveel bedraagt de inhoud van dit prisma?
- Veronderstel dat elke eenheidskubus een inhoud heeft van 1 cm^3 . Hoeveel bedraagt dan de inhoud van het prisma?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Een 3D-figuur of lichaam heeft drie dimensies, namelijk lengte, breedte en hoogte.

Om de **inhoud** van een lichaam te bepalen, tel je hoeveel **inhoudseenheden** er in passen. De inhoudseenheid is meestal een kubusje, bijvoorbeeld van 1 cm bij 1 cm bij 1 cm. In plaats van inhoud zeg je ook wel **volume**.

Bij een balk kun je het aantal **eenheidskubussen** snel tellen. Je vindt het volume zo:

$$\begin{aligned} \text{inhoud} &= \text{lengte} \times \text{breedte} \times \text{hoogte} \\ &= \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte}. \end{aligned}$$

De inhoud van veel ruimtelijke figuren kun je berekenen door ze op te delen in hele en halve balken.

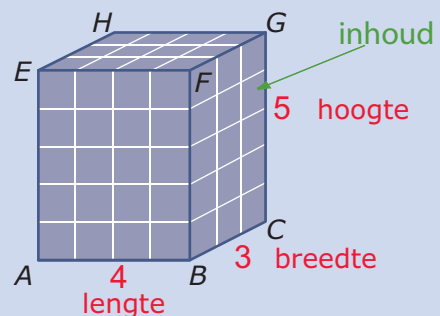
Dat geldt ook voor een prisma met ribben loodrecht op het grondvlak.

Voor zo'n prisma geldt:

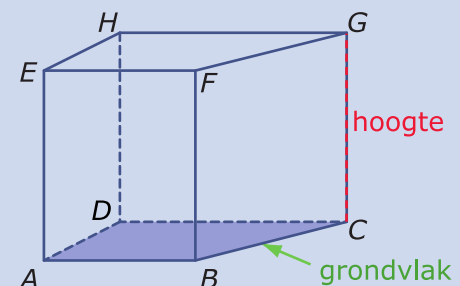
$$\text{inhoud (prisma)} = \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte}.$$

Let er wel op dat het grondvlak van een prisma niet altijd het ondervlak is. Een prisma kan op zijn kant liggen!

De inhoud van een cilinder kun je ook op deze manier uitrekenen.



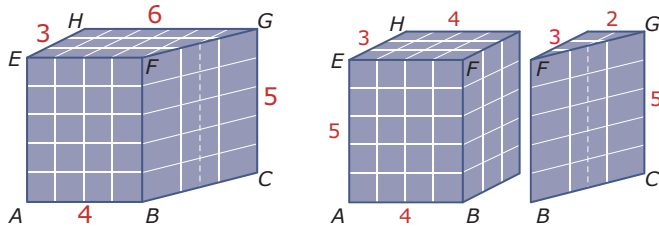
Figuur 4



Figuur 5

Voorbeeld 1

Om de inhoud van prisma $ABCD.EFGH$ te bepalen, kun je hem verdelen in een hele balk en een halve balk. Je kunt ook gebruik maken van grondvlak en hoogte.



Figuur 6

Bereken het volume van dit prisma op twee manieren.

Antwoord

De inhoud van prisma $ABCD.EFGH$ kun je bepalen door het volume van de balk en dat van de halve balk apart uit te rekenen:

- de inhoud van de balk van 4 bij 3 bij 5 is $4 \times 3 \times 5 = 60$;
- de inhoud van de halve balk van 2 bij 3 bij 5 is: $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times 5 = 15$.

De totale inhoud van prisma $ABCD.EFGH$ is dus: $60 + 15 = 75$ eenheden.

Je kunt ook gebruik maken van *inhoud (prisma) = oppervlakte grondvlak $\times$ hoogte*.

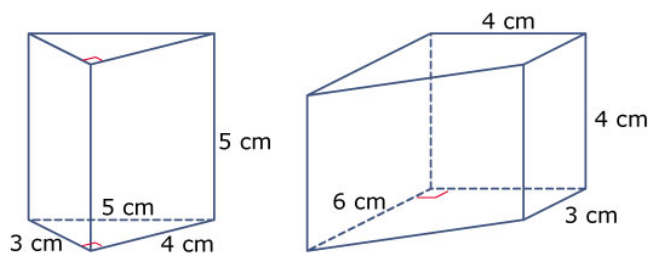
- de oppervlakte van grondvlak $ABCD$ is $4 \times 3 + \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 15$;
- de hoogte is: 5.

De totale inhoud van prisma $ABCD.EFGH$ is dus: $15 \times 5 = 75$ eenheden.

Als elke eenheidskubus 1 m bij 1 m bij 1 m is, heeft een eenheidskubus een inhoud van 1 m^3 . Dus het volume van $ABCD.EFGH$ is dan $75 \times 1 = 75 \text{ m}^3$.

Opgave 3

Je ziet twee prisma's. De eenheidskubussen zijn 1 bij 1 bij 1 cm. Bereken de inhoud van beide prisma's. Let op de rechte hoeken.



Figuur 7

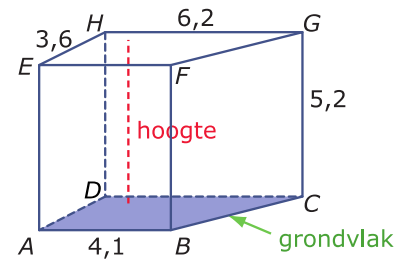
Voorbeeld 2

Wanneer de afmetingen van een balk geen geheel aantal eenheidskubussen zijn, dan werk je met delen van eenheidskubussen.

Het grondvlak van dit prisma kun je verdelen in een rechthoek van 4,1 bij 3,6 en een halve rechthoek van 2,1 bij 3,6.

- De oppervlakte van de rechthoek is: $4,1 \times 3,6 = 14,76$
- De oppervlakte van de halve rechthoek is $\frac{1}{2} \times 2,1 \times 3,6 = 3,78$.

De inhoud van dit prisma is daarom: $18,54 \times 5,2 = 96,408$ eenheidskubussen.



Figuur 8

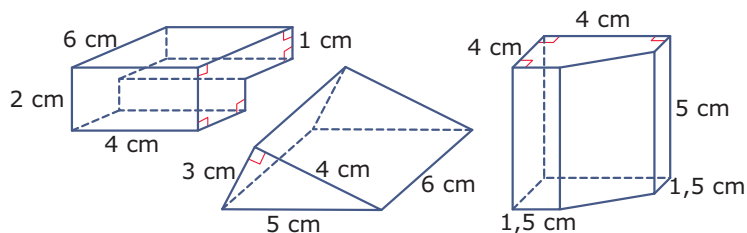
Opgave 4

Bekijk de figuur in **Voorbeeld 2**.

- Teken het grondvlak van het prisma zoals het in werkelijkheid is. Neem aan dat de afmetingen in centimeter zijn.
- Laat zien dat de figuur in een rechthoek en een halve rechthoek is te verdelen en bereken zelf de oppervlakte van het grondvlak.
- Waarom geldt nu voor de inhoud van dit prisma: $\text{inhoud}(\text{prisma}) = \text{opp.grondvlak} \times \text{hoogte}$?

Opgave 5

Het grondvlak van een prisma is niet altijd het onderste vlak. Bepaal van de volgende prisma's eerst wat het grondvlak is en wat de hoogte is en bereken vervolgens de inhoud. De rechte hoeken zijn aangegeven.



Figuur 9

Opgave 6

Je ziet een stapel euromunten. Elke munt is 0,233 cm dik en heeft twee cirkelvormige kanten met een oppervlakte van elk ongeveer $4,25 \text{ cm}^2$.

- Hoe hoog zou een stapel van vijftig euromunten zijn?
- Leg uit dat de inhoud van zo'n stapel euromunten gelijk is aan $4,25 \times 11,65 \text{ cm}^3$.
- Leg uit waarom je $\text{inhoud}(\text{prisma}) = \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte}$ kunt toepassen op alle ruimtelijke figuren die er uit zien als een stapel van dezelfde vlakjes boven elkaar.



Figuur 10

Opgave 7

Dit blik is een cilinder met een grondvlak van $78,5 \text{ cm}^2$ en een hoogte van 8 cm. Bereken de inhoud van dit blik.

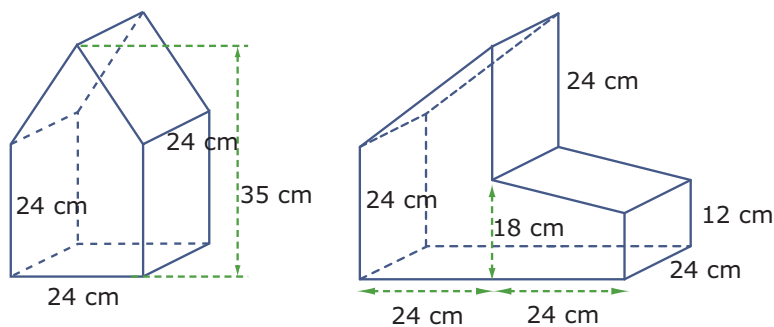


Figuur 11

Verwerken

Opgave 8

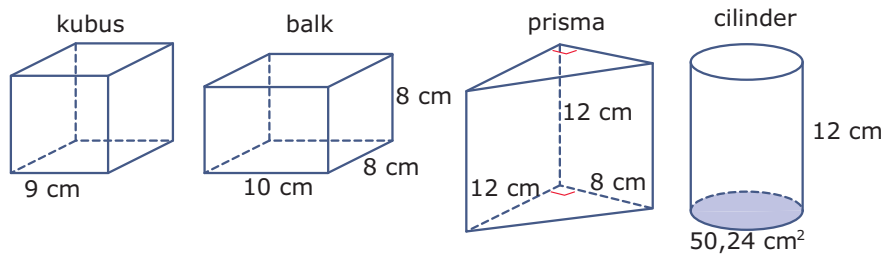
Bereken de inhoud van deze prisma's. De onderkanten van beide figuren zijn rechthoekig en alle verticale ribben staan daar loodrecht op.



Figuur 12

Opgave 9

Welke van deze figuren heeft de grootste inhoud?



Figuur 13

- A. kubus
- B. balk
- C. prisma
- D. cilinder

Opgave 10

Een pakje drinken heeft de vorm van een balk met een breedte van 3,5 cm, een lengte van 7,0 cm en een hoogte van 12,5 cm.

Hoeveel drinken gaat er in dit pakje?

Opgave 11

Een ijzeren staaf heeft de vorm van een cilinder met een dwarsdoorsnede van $6,28 \text{ cm}^2$ en een lengte van $1,20 \text{ m}$. Elke cm^3 ijzer weegt $7,9 \text{ gram}$.

Hoe zwaar is deze staaf?

Opgave 12

Kubus $ABCD.EFGH$ heeft ribben van 4 cm . Punt P is het midden van AB en punt R is het midden van EF . Punt Q ligt op CD zo, dat $QD = 3 \text{ cm}$. Punt S ligt op GH zo, dat $SH = 3 \text{ cm}$.

- Teken de kubus $ABCD.EFGH$ met de punten P , Q , R en S .
- $APQD.ERSH$ is een prisma. Welk vlak is het grondvlak?
- Bereken de inhoud van prisma $APQD.ERSH$.

Toepassen

Je ziet een foto van een huis. Veronderstel dat de bovenverdieping 6 m breed en 10 m lang is. (Die 10 m is de lengte van één dakgoot.) Veronderstel verder dat de nok van het dak 3 m boven de vloer van de bovenverdieping zit en 6 m boven de vloer van de begane grond zit. De uitbouw bij de voordeur is een kubus met ribben van $2,5 \text{ m}$ met daarop een dakje waarvan de nok 3 m boven de vloer van de begane grond zit.



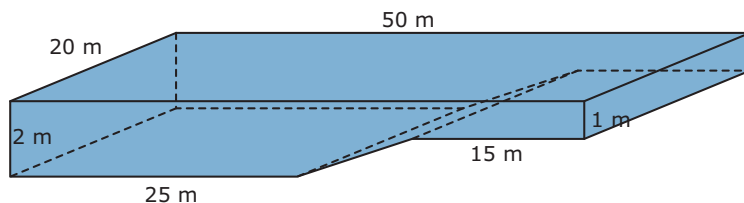
Figuur 14

Opgave 13: Inhoud huisje

Bereken de totale inhoud van het huisje in m^3 nauwkeurig, zonder de kelder.

Opgave 14: Zwembad

Om de inhoud van dit 50 meter lange zwembad te berekenen, kun je het verdelen in drie balken en één halve balk. Laat met een berekening zien dat de inhoud van dit zwembad 1600 m^3 is.



Figuur 15

Testen

Opgave 15

- Een bloembak heeft de vorm van een balk met een grondvlak van 2 bij 3 dm een hoogte van 4 dm . Hoe groot is de inhoud van deze bloembak?
- Een vuilnisbak heeft de vorm van een cilinder. De deksel heeft een oppervlakte van ongeveer $28,26 \text{ cm}^2$ en de vuilnisbak heeft een hoogte van 11 dm . Hoe groot is de inhoud van de cilinder in cm^3 ?
- Om de inhoud van prisma $ABGH$ te berekenen, maak je gebruik van kubus $ABCD.EFGH$. De ribben van de kubus zijn 12 cm . Hoe groot is de inhoud van prisma $ABGH$?

Opgave 16

Balk $ABCD.EFGH$ heeft een lengte van 5 cm, breedte van 4 cm en een hoogte van 3 cm. Punt K ligt op GH zo, dat $GK = 1$ cm. Punt L ligt op AB zo, dat $AL = 2$ cm. Punt M ligt op EF zo, dat $MF = 3$ cm. Punt N ligt op CD zo, dat $DN = 4$ cm.

- a Bereken de inhoud van prisma $ALND.EMKH$.
- b Bereken de inhoud van prisma $LBCN.MFGK$.



© 2025

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
