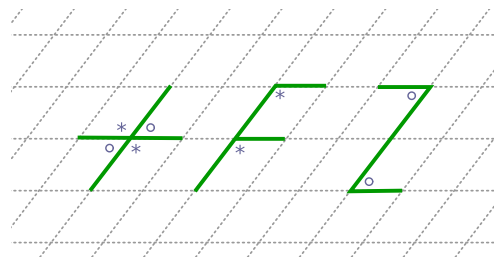


## 3.5 Hoeken berekenen

### Inleiding

De grootte van een hoek kun je bepalen door opmeten. Maar dat is niet altijd nauwkeurig genoeg. Je hebt gezien hoe je hoeken kunt berekenen door te herkennen dat ze gelijk zijn aan andere hoeken, of samen  $90^\circ$  of  $180^\circ$  zijn. Daar ga je nu verder mee werken.



Figuur 1

### Je leert in dit onderwerp

- hoeken berekenen door te werken met X-, F- en/of Z-hoeken, rechte hoeken en gestrekte hoeken;
- de som van de hoeken van een driehoek gebruiken.

### Voorkennis

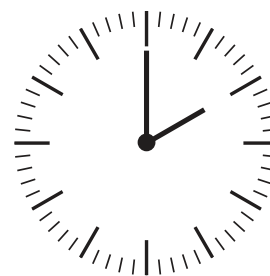
- de begrippen hoek, hoekpunt, benen, graden, grootte van een hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is en hoeveel graden daarbij hoort;
- hoeken meten en een hoek tekenen als het aantal graden is gegeven;
- X-, F- en/of Z-hoeken gebruiken om hoeken te berekenen;
- de bissectrice (deellijn) van een hoek tekenen;
- de namen van vlakke figuren en ze tekenen als er hoeken en lengtes zijn gegeven.

### Verkennen

#### Opgave V1

Je ziet een klok met een minutenwijzer (de lange wijzer) en een urenwijzer. De klok staat op 2:00 uur.

- Hoe groot is de hoek die de minutenwijzer en de urenwijzer met elkaar maken?
- Eigenlijk zijn er twee antwoorden mogelijk. Hoe zit dat?
- Noem twee tijdstippen waarbij de kleinste hoek tussen beide wijzers  $90^\circ$  is.



Figuur 2

## Uitleg

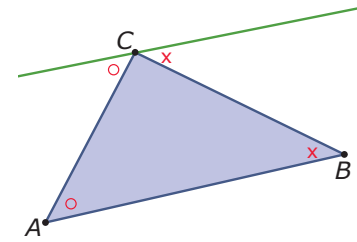
### Bekijk de applet: hoekensom driehoek

Je hebt al gezien hoe je gelijke hoeken kunt gebruiken om hoeken te berekenen. Je werkt dan met X-hoeken, F-hoeken en Z-hoeken. Verder weet je soms dat hoeken samen  $90^\circ$  of  $180^\circ$  zijn.

Je kunt dit gebruiken om in te zien dat de som van de hoeken in elke driehoek  $180^\circ$  is, bekijk de figuur.

Er is een lijn door hoekpunt  $C$  evenwijdig aan zijde  $AB$  getekend. Met behulp van Z-hoeken kun je nu beredeneren dat de drie hoeken van elke driehoek samen een gestrekte hoek vormen. Om die reden zijn ze samen altijd  $180^\circ$ .

Als je twee hoeken van een driehoek weet, kun je de derde uitrekenen.



Figuur 3

### Opgave 1

Bekijk de figuur uit de [Uitleg](#).

- Waarom zijn de drie hoeken bij hoekpunt  $C$  samen altijd  $180^\circ$ ?
- Noem de hoeken bij  $C$  van links naar rechts  $\angle C_1$ ,  $\angle C_2$  en  $\angle C_3$ .  
Met welke hoek vormt  $\angle C_1$  een stel Z-hoeken?
  - $\angle A$
  - $\angle B$
  - $\angle C$
- Met welke hoek vormt  $\angle C_3$  een stel Z-hoeken?
  - $\angle A$
  - $\angle B$
  - $\angle C$
- Leg uit waarom de som van de hoeken van deze driehoek  $180^\circ$  is.
- Waarom geldt deze regel voor elke driehoek? In de applet kun je de punten  $A$ ,  $B$  en  $C$  verplaatsen.

### Opgave 2

Bereken van de volgende driehoeken de grootte van de gevraagde hoek.

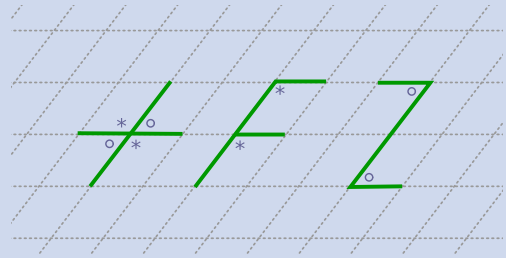
- $\triangle ABC$  heeft  $\angle A = 50^\circ$  en  $\angle B = 70^\circ$ . Bereken  $\angle C$ .
- $\triangle ABC$  heeft  $\angle A = 30^\circ$  en  $\angle C = 110^\circ$ . Bereken  $\angle B$ .  
Er bestaat geen driehoek met  $\angle A = 80^\circ$  en  $\angle C = 110^\circ$ .
- Waarom niet?

## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

Vaak is het nauwkeuriger om hoeken niet te meten, maar de grootte ervan te berekenen. Je kunt **hoeken berekenen** door gebruik te maken van:

- Als twee hoeken samen een rechte hoek vormen ( $90^\circ$ ) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Als twee hoeken samen een gestrekte hoek vormen ( $180^\circ$ ) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Als twee hoeken samen een volle hoek vormen ( $360^\circ$ ) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Een deellijn verdeelt een hoek in twee gelijke hoeken. Weet je er één van, dan weet je ook de andere.
- Overstaande hoeken (X-hoeken) zijn gelijk.
- Als twee evenwijdige lijnen worden gesneden door een derde lijn, dan zijn de F-hoeken en de Z-hoeken gelijk.
- De **hoeken van een driehoek** zijn samen  $180^\circ$ . Weet je de grootte van twee hoeken, dan kun je de derde hoek uitrekenen.



Figuur 4

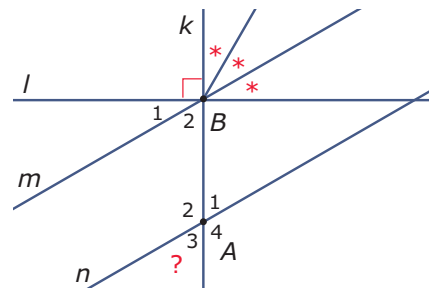
### Voorbeeld 1

In de figuur zijn de lijnen  $m$  en  $n$  evenwijdig. Bereken  $\angle A_3$  en  $\angle A_4$ .

Antwoord

De drie hoeken met het sterretje zijn gelijk en dus elk  $(90^\circ)/3 = 30^\circ$ .

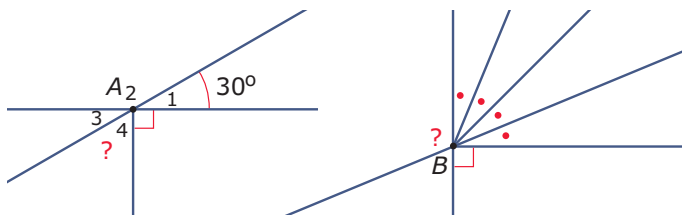
- $\angle A_3$  en  $\angle B_2$  zijn gelijk aan elkaar (F-hoeken).
- $\angle B_2 = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$  (overstaande hoeken).
- Dus  $\angle A_3 = \angle B_2 = 60^\circ$ .
- $\angle A_4 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$  (gestrekte hoek).



Figuur 5

### Opgave 3

Bekijk de figuren.

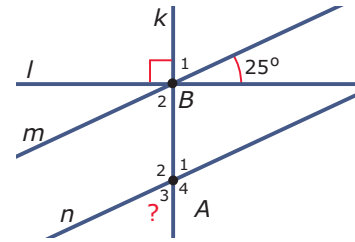


Figuur 6

- Bereken  $\angle A_4$ .
- Bereken de hoek bij  $B$  met het vraagteken er in.

### Opgave 4

Bekijk de figuur;  $m$  en  $n$  zijn evenwijdige lijnen.  
Bereken de hoek met het vraagteken.



Figuur 7

### Voorbeeld 2

Je wilt een driehoek  $ABC$  tekenen met  $\angle A = 60^\circ$ ,  $\angle C = 40^\circ$  en  $AB = 6$  cm.  
Hoe pak je dat aan?

Antwoord

Bereken eerst de grootte van  $\angle B$ .  
Teken vervolgens de driehoek.

### Opgave 5

Bekijk het probleem in [Voorbeeld 2](#).

- Bereken de grootte van  $\angle B$ .
- Teken  $\triangle ABC$ .

### Opgave 6

Een driehoek met drie gelijke zijden heeft ook drie gelijke hoeken.  
Hoe groot zijn die hoeken?

### Opgave 7

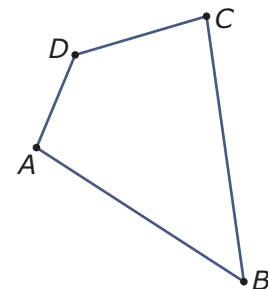
In een rechthoek  $ABCD$  snijden de diagonalen  $AC$  en  $BD$  elkaar in punt  $S$ . Verder is gegeven dat  $\angle BAC = 32^\circ$ .

- Bereken de grootte van  $\angle ACB$ .
- Bereken de grootte van  $\angle ASB$ .

### Opgave 8

Je ziet een vierhoek  $ABCD$ .

- Hoe kun je de vierhoek in twee driehoeken verdelen? Geef twee mogelijkheden.
- Hoeveel graden zijn de hoeken van deze vierhoek samen?
- Geef een voorbeeld van een vierhoek die je maar op één manier in twee driehoeken kunt verdelen.
- Zijn er ook vierhoeken die je niet in twee driehoeken kunt verdelen?
  - ja
  - nee
- Hoeveel graden zijn de hoeken van elke vierhoek samen?

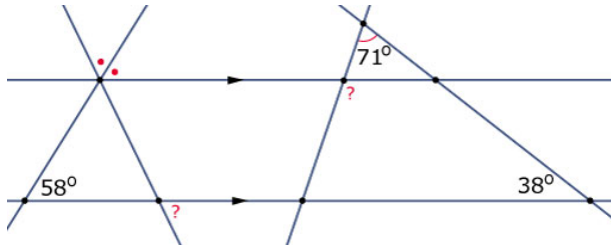


Figuur 8

## Verwerken

### Opgave 9

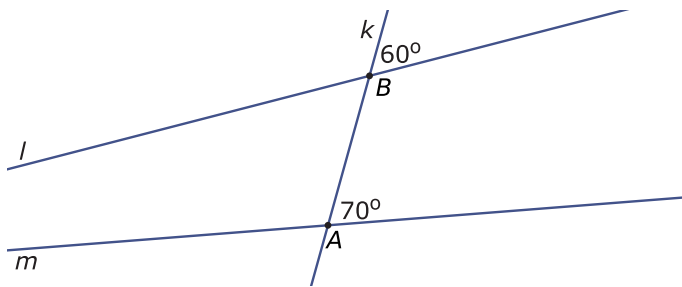
Bereken in de figuur de hoeken die met een vraagteken zijn aangegeven. De pijltjes geven aan dat de twee horizontale lijnen evenwijdig zijn en de rode stippen geven aan dat die twee hoeken even groot zijn.



Figuur 9

### Opgave 10

Je ziet de lijnen  $k$ ,  $l$  en  $m$ . De lijnen  $l$  en  $m$  zijn niet evenwijdig en snijden elkaar buiten beeld in het snijpunt  $S$ . Hoe groot zijn de hoeken van  $\triangle ABS$ ?



Figuur 10

### Opgave 11

Teken  $\triangle ABC$  met  $\angle B = 50^\circ$ ,  $\angle C = 100^\circ$  en  $AC = 4$  cm.

### Opgave 12

Je wilt weten hoeveel graden de hoeken van een vijfhoek samen zijn.

- Teken een vijfhoek  $ABCDE$  en verdeel deze vijfhoek in drie driehoeken.
- Hoeveel graden zijn de hoeken van jouw vijfhoek samen?
- Geldt dit voor elke vijfhoek?

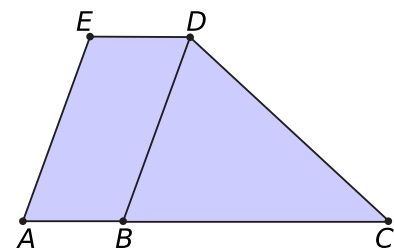
Een regelmatige vijfhoek is een vijfhoek waarvan alle zijden en alle hoeken even groot zijn.

- Hoe groot is elke hoek van zo'n regelmatige vijfhoek?

### Opgave 13

In de figuur is  $ABDE$  een parallellogram en  $BCD$  een driehoek. Bovendien is  $BD$  de deellijn van  $\angle EDC$ , ligt  $C$  in het verlengde van lijnstuk  $AB$  en is  $\angle ABD = 110^\circ$ .

Bereken  $\angle C$ .



Figuur 11

### Opgave 14

Van vierhoek  $DEFG$  is  $\angle D$  twee keer zo groot als  $\angle E$  en zijn de hoeken  $E$ ,  $F$  en  $G$  even groot. Bereken  $\angle D$ .

### Toepassen

#### Bekijk de klokapplet

De wijzers van een klok maken voortdurend een hoek met elkaar. Om drie uur maken de minutenwijzer en de urenwijzer een rechte hoek met elkaar. Maar hoe groot is die hoek op een willekeurig tijdstip?

Als het bijvoorbeeld 1:15 uur is, dan staat de minutenwijzer precies op 15 en heeft hij  $90^\circ$  afgelegd vanaf de verticale stand. De urenwijzer legt  $30^\circ$  af als de minutenwijzer een volledig rondje van  $360^\circ$  maakt. Dus in een kwartier legt de urenwijzer  $\frac{90}{360} \times 30 = 7,5^\circ$  af. De urenwijzer heeft daarom  $30^\circ + 7,5^\circ = 37,5^\circ$  afgelegd vanaf de verticale stand. De hoek tussen beide wijzers is daarom  $52,5^\circ$ .

### Opgave 15

Gebruik eventueel de klokapplet.

- Welke hoek maken de minutenwijzer en de urenwijzer met elkaar om 12:25 uur?
- Welke hoek maken de wijzers met elkaar om 7:35 uur?
- Welke hoek maken de wijzers met elkaar om 11:19 uur?
- Om 0:00 uur maken de urenwijzer en de minutenwijzer een hoek van  $0^\circ$ . Op welke tijdstippen is dat weer zo? Geef nauwkeurige antwoorden, ook in delen van minuten.

### Opgave 16

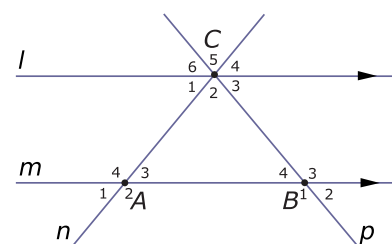
Bereken de hoek tussen beide wijzers als het 5 over 3 is.

### Testen

#### Opgave 17

In de figuur zijn de twee lijnen  $l$  en  $m$  evenwijdig. Verder geldt:  $\angle C_5 = 80^\circ$  en  $\angle A_3 = \angle B_4$ .

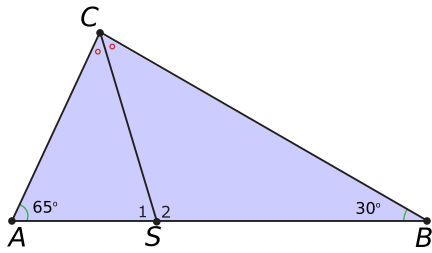
- Bereken  $\angle A_3$ .
- Bereken  $\angle C_6$ .



Figuur 12

### Opgave 18

Je ziet hier een driehoek  $ABC$ , waarbij vanuit  $C$  een deellijn loopt naar het punt  $S$ . De groottes van  $\angle A$  en  $\angle B$  zijn aangegeven.



Figuur 13

- a Bereken  $\angle ACS$ .
- b Bereken  $\angle BSC$ .



© 2021

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: [f.spijkers@math4all.nl](mailto:f.spijkers@math4all.nl)

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij [a.f.otten@xs4all.nl](mailto:a.f.otten@xs4all.nl) een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.

---