

2.6 Diagonaalvlakken

Inleiding

In dit drinkpakje zit vlak bij een hoekpunt van het bovenvlak een plek waar je het rietje in kunt steken. Zo'n rietje moet wel tot op de bodem komen. Hoe bepaal je hoe lang zo'n rietje minstens moet zijn?



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- (lichaams)diagonalen en diagonaalvlakken in ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- (lichaams)diagonalen en diagonaalvlakken op ware grootte tekenen en zo lengtes meten.

Voorkennis

- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen en deze tekenen (op roosterpapier);
- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen, berekenen en benoemen;
- correcte uitslagen en aanzichten van ruimtelijke figuren herkennen en maken;
- vanuit gegeven aanzichten een figuur herkennen en de figuur of zijn uitslag tekenen.

Verkennen

Opgave V1

Neem aan dat dit drinkpakje de vorm heeft van een balk van 5,5 cm bij 4,0 cm bij 9,5 cm.

In dit pakje zit vlak bij een hoekpunt van het bovenvlak een plek waar je het rietje in kunt steken. Hoe lang moet zo'n rietje minstens zijn?

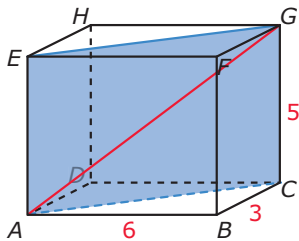


Figuur 2

Uitleg

Je ziet een balk en een prisma. In beide figuren is een diagonaalvlak getekend. Een diagonaalvlak verbindt twee ribben met elkaar, maar is geen grensvlak van de figuur. Je kunt in veel ruimtelijke figuren diagonaalvlakken tekenen.

Een lichaamsdiagonaal van een ruimtelijke figuur is een diagonaal van een diagonaalvlak. Het mag geen ribbe van de figuur zijn. In de balk hieronder is AG een lichaamsdiagonaal. Het is een diagonaal van het diagonaalvlak $ACGE$. Iedere balk heeft vier lichaamsdiagonalen, die allemaal even lang zijn. Een diagonaal zoals AC is geen lichaamsdiagonaal, maar een zijvlaksdiagonaal.



Figuur 4

Als je de lengte van een lichaamsdiagonaal wilt bepalen, moet je een diagonaalvlak tekenen op ware grootte.

Opgave 1

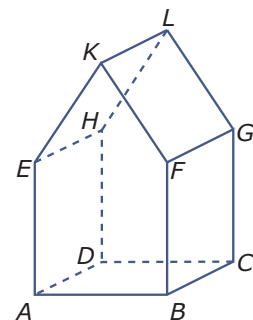
Voor de balk $ABCD.EFGH$ geldt $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm en $CG = 3$ cm.

- Teken deze balk. Zet de letters in de juiste volgorde bij de hoekpunten.
- Is $ABFE$ een diagonaalvlak van de balk? Licht je antwoord toe.
 - ja
 - nee
- Is $ABGH$ een diagonaalvlak van de balk? Welke vorm heeft vierhoek $ABGH$?
- Welke twee lichaamsdiagonalen liggen in $ABGH$?
- Waarom is BG geen lichaamsdiagonaal?

Opgave 2

Je ziet een prisma. $ABCD.EFGH$ is een kubus met ribben van 4 cm, punt K ligt 7 cm boven het midden van AB en punt L ligt 7 cm boven het midden van CD .

- Is vierhoek $ADLK$ een diagonaalvlak van dit prisma? Welke vorm heeft deze vierhoek?
- Is vijfhoek $DBFTH$ een diagonaalvlak van dit prisma? Waar ligt dan punt T ?
- P is het midden van AB . Vierhoek $KPCG$ is geen diagonaalvlak van het prisma. Waarom niet?



Figuur 5

Opgave 3

Van piramide $ABCD.T$ is het grondvlak $ABCD$ een vierkant met zijden van 4 cm. De top T van de piramide ligt 6 cm boven het snijpunt S van de diagonalen van $ABCD$.

- Teken de piramide.
- Waarom zijn de genoemde diagonalen geen lichaamsdiagonalen?

- c Waarom heeft deze piramide geen lichaamsdiagonalen?
- d Bestaan er piramides die lichaamsdiagonalen hebben?
 - A. ja
 - B. nee
- e Heeft deze piramide wel diagonaalvlakken? Zo ja, hoeveel?

Theorie en voorbeelden

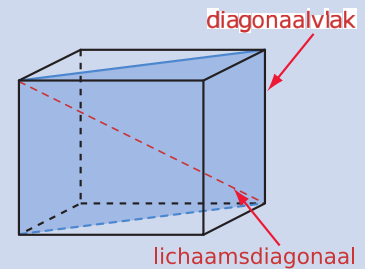
Om te onthouden

Je ziet een **diagonaalvlak** getekend in een balk. Een diagonaalvlak verbindt twee ribben met elkaar, maar is geen grensvlak van de figuur. Je kunt in veel ruimtelijke figuren diagonaalvlakken tekenen.

Een **lichaamsdiagonaal** van een ruimtelijke figuur is een diagonaal van een diagonaalvlak.

Als je de lengte van een lichaamsdiagonaal wilt meten, moet je een diagonaalvlak **op ware grootte tekenen**.

Een diagonaal die in een grensvlak van de figuur ligt heet een **zijvlaksdiaagonaal**. Als je van zo'n zijvlaksdiaagonaal de lengte wilt meten, dan teken je dit zijvlak op ware grootte.



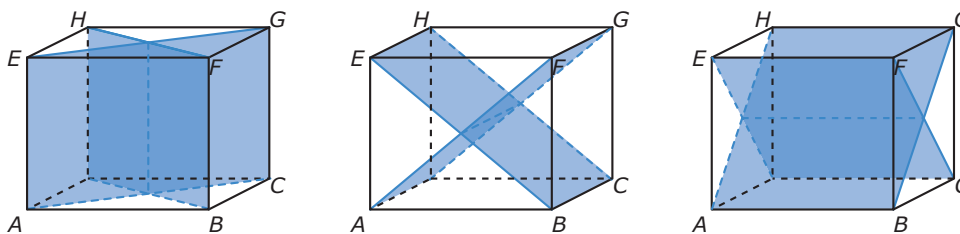
Figuur 6

Voorbeeld 1

Een balk heeft zes diagonaalvlakken en vier lichaamsdiagonalen. Elke lichaamsdiagonaal ligt dus in drie verschillende diagonaalvlakken.

HB is een lichaamsdiagonaal en ligt in de diagonaalvlakken $BFHD$, $BCHE$ en $BGHA$.

In welke diagonaalvlakken ligt lichaamsdiagonaal EC ?



Figuur 7

Antwoord

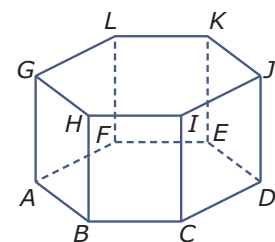
In $ACGE$, $EBCH$ en $CFED$.

Opgave 4

Bekijk het zeszijdig prisma. Het grondvlak is een regelmatige zeshoek.

- a Hoeveel verticale diagonaalvlakken heeft het prisma? Welke vorm hebben ze?

Je zou ook vlak $GHED$ een diagonaalvlak moeten noemen, want het verbindt twee ribben met elkaar en is geen grensvlak van het prisma.
- b Hoeveel van die diagonaalvlakken heeft het prisma verder nog? Welke vorm hebben ze?
- c Hoeveel lichaamsdiagonalen heeft het prisma?



Figuur 8

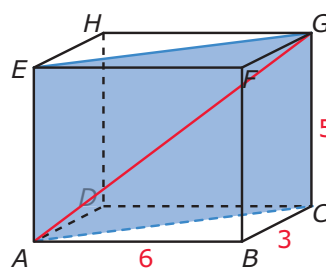
Opgave 5

Je kunt het aantal diagonaalvlakken en lichaamsdiagonalen niet alleen aflezen uit een figuur, je kunt het ook berekenen vanuit het aantal ribben en hoekpunten.

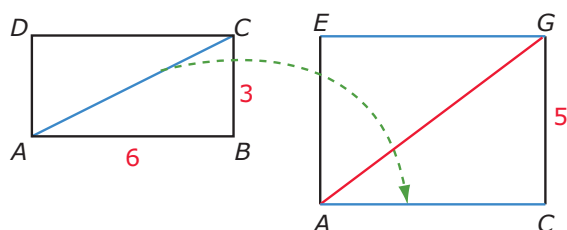
- Hoe kun je vanuit het aantal hoekpunten van een balk het aantal lichaamsdiagonalen beredeneren?
- Beredeneer op dezelfde manier het aantal lichaamsdiagonalen van een zeszijdig prisma, waarbij het grondvlak een regelmatige zeshoek is.
- Hoe kun je het aantal diagonaalvlakken van een balk beredeneren vanuit het aantal ribben van de balk?
- Beredeneer (ongeveer) op dezelfde manier het aantal diagonaalvlakken van het prisma uit vraag b.

Voorbeeld 2

Het diagonaalvlak $ACGE$ in deze balk heeft in werkelijkheid de vorm van een rechthoek. De breedte van dit diagonaalvlak is gelijk aan de lengte van lijnstuk AE . De lengte van dit diagonaalvlak is gelijk aan de lengte van de diagonaal AC van grensvlak $ABCD$. Om het diagonaalvlak te kunnen tekenen zoals het er in werkelijkheid uitziet, moet je de lengte van AC meten. En daarvoor teken je eerst $ABCD$ zoals hij in werkelijkheid is: een rechthoek van 6 bij 3. Dat heet 'op ware grootte tekenen'.



Figuur 9



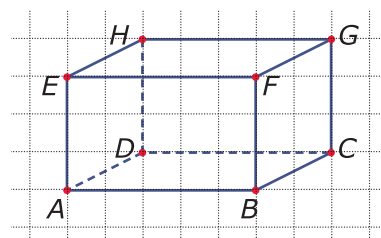
Figuur 10

In rechthoek $ACGE$ kun je nu de lichaamsdiagonaal AG meten.

Opgave 6

Voor de balk $ABCD.EFGH$ geldt $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm en $CG = 3$ cm. Je wilt de lengte van lichaamsdiagonaal AG bepalen.

- In welke diagonaalvlakken ligt AG ?
- Om een diagonaalvlak op ware grootte te tekenen, moet je eerst een geschikt zijvlak op ware grootte tekenen. Teken daarna een geschikt diagonaalvlak op ware grootte.
- Bepaal de lengte van lichaamsdiagonaal AG in mm nauwkeurig.



Figuur 11

Opgave 7

Bepaal door meten de lengte van een diagonaal in een grensvlak en van een lichaamsdiagonaal in een kubus met ribben van 1 cm.

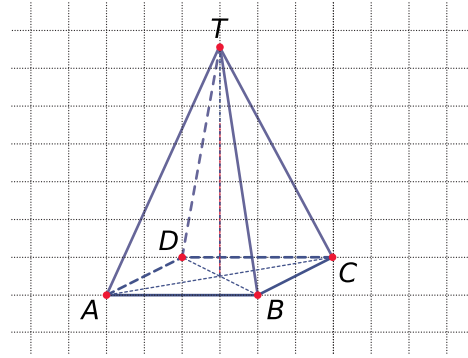
Opgave 8

Een pakje drinken heeft de vorm van een balk van 5,5 cm bij 4,0 cm bij 9,5 cm. Hoe lang (in mm nauwkeurig) moet het rietje minstens zijn?

Opgave 9

Van piramide $ABCD.T$ is het grondvlak $ABCD$ een vierkant met zijden van 4 cm. De top T van de piramide ligt 6 cm boven het snijpunt S van de diagonalen van $ABCD$. Je wilt een uitslag van deze piramide maken.

- Teken het grondvlak van de piramide op ware grootte en meet de lengte van AC .
- Teken diagonaalvlak TAC op ware grootte en bepaal de lengte van de ribbe AT van de piramide.
- Hoe kun je nu met behulp van je passer de uitslag afmaken? Maak hem zo nauwkeurig mogelijk af.



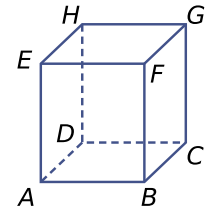
Figuur 12

Verwerken

Opgave 10

Je ziet een balk van 4 cm bij 4 cm bij 5 cm. Deze balk staat zes keer op het **werkblad**.

- Teken in elke figuur op het **werkblad** een ander diagonaalvlak. Veel diagonaalvlakken hebben dezelfde afmetingen. Maar niet allemaal.
- Hoeveel echt verschillende diagonaalvlakken zijn er?
- Teken de echt verschillende diagonaalvlakken op ware grootte en ga na dat in al deze figuren de lichaamsdiagonaal van de balk hetzelfde is.
- Stel, de balk is van hout en je zaagt de balk langs alle diagonaalvlakken door. Stel, je kunt de vorm van de balk intact houden. In hoeveel delen valt de balk uiteindelijk uiteen?
- Welke vorm (en afmetingen) hebben die delen waarin de balk is opgedeeld?



Figuur 13

Opgave 11

Van de vierzijdige piramide $ABCD.T$ zijn alle ribben 6 cm.

- Teken een uitslag van de piramide.
- Benoem de diagonaalvlakken van de piramide. Welke vorm hebben ze? Wat zijn de afmetingen ervan?

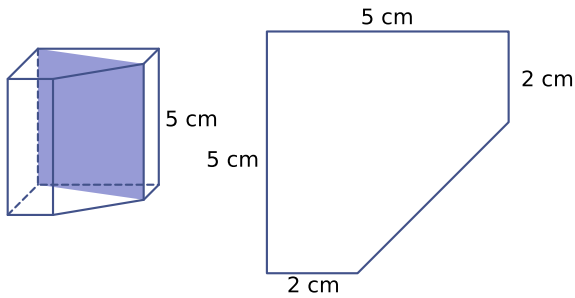
Opgave 12

De afmetingen van een bakje met deksel zijn 7,2 cm bij 7,2 cm bij 3 cm. Ga ervan uit dat het bakje de vorm van een balk heeft.

Hoe lang kan het langste potlood zijn dat nog in dit bakje past?

Opgave 13

In dit prisma is een diagonaalvlak getekend. Het prisma is 5 cm hoog en het grondvlak is ernaast getekend.



Figuur 14

- Hoeveel diagonaalvlakken van dit prisma hebben de vorm van een rechthoek?
- Teken het kleinste rechthoekige diagonaalvlak op ware grootte.
- Hoe lang is de kortste lichaamsdiagonaal (van een rechthoekig diagonaalvlak) in dit prisma?
- Hoeveel verschillende lengten lichaamsdiagonalen zijn er in de rechthoekige diagonaalvlakken?

Opgave 14

Je ziet een legertent met een vloer (grondzeil) van 5 meter breed en 8 meter lang. De tent heeft de vorm van een prisma en is totaal 3,5 meter hoog. Zie voor verdere afmetingen de figuur. De nok van de tent zit precies boven het midden van de vloer.



Figuur 15

- Teken een aanzicht van de voorkant van de tent. Maak daarna ook meteen een ruimtelijke tekening van dit prisma. Maak tekeningen op schaal 1 : 100.

Je wilt in de tent een lange, schuine waslijn ophangen die loopt van hoog naar laag. De ene kant van de waslijn maak je vast aan het voorvlak van de tent, daar waar het dak begint op 2,5 meter hoogte (op de foto linksboven). De andere kant maak je vast aan het achtervlak van de tent, aan het hoekpunt rechtsonder, op grondhoogte.

- Teken deze waslijn er in je ruimtelijke tekening bij. Bedenk nu een manier om te kunnen bepalen hoe lang deze waslijn wordt. Geef het antwoord in m, op één decimaal nauwkeurig.

Toepassen

Al in de Oudheid was bekend dat er precies vijf **regelmatige lichamen** zijn. Dat zijn lichamen waarvan alle ribben en alle vlakken en alle hoeken gelijk zijn. Hier zie je er fraaie animaties van, die zijn gemaakt door **Rüdiger Appel**. Bekijk zijn website maar eens, je vind er deze figuren onder de naam 'Platonic Solids' (dat is Engels voor 'Platonische lichamen').

Je ziet in de applet (van links naar rechts) het tetraëder (regelmatig viervlak), de kubus (hexaëder, of regelmatig zesvlak), het octaëder (regelmatig achthvlak), het dodecaëder (regelmatig twaalfvlak) en het icoesaëder (regelmatig twintigvlak).

[Bekijk de applet.](#)

Opgave 15

In applet hierboven zie je de vijf Platonische lichamen nog eens. Beredeneer van elk van deze vijf lichamen hoeveel diagonaalvlakken en hoeveel lichaamsdiagonalen er zijn.

Testen

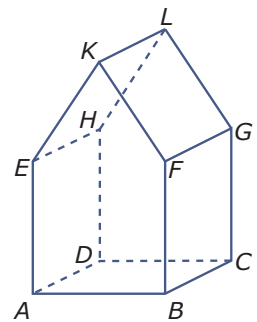
Opgave 16

Bepaal de maximale lengte van een spijker die je nog kunt opbergen in een balkvormig doosje met deksel van 4 cm bij 3,5 cm bij 2,5 cm. Geef je antwoord op een decimaal nauwkeurig in cm.

Opgave 17

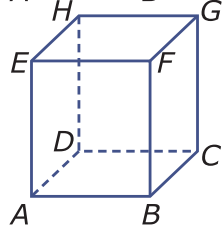
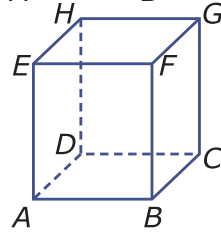
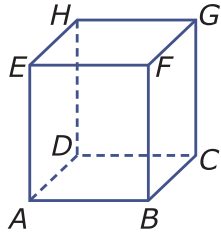
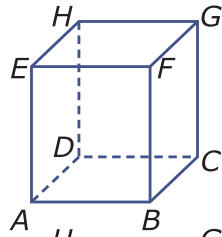
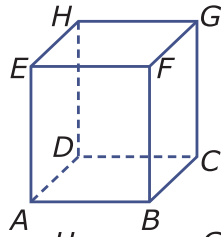
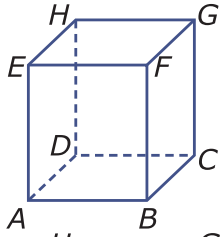
In dit prisma is $ABCD.EFGH$ een kubus met ribben van 6 cm. Punt K ligt 10 cm boven het midden van AB en punt L ligt 10 cm boven het midden van CD .

- Bepaal de lengte van DK .
- Is $ABGH$ een diagonaalvlak van dit prisma? Licht je antwoord toe.



Figuur 16

Werkblad bij Opgave 10 op pagina 5.





© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostroaat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
