

1.1 Schema's

Inleiding

Dit is een schema van de vaarroutes van Condor Ferries, een maatschappij die ferry-verbindingen met de Kanaaleilanden onderhoudt. Zo'n schema maakt in één klap duidelijk welke verbindingen er zijn. Maar je kunt er niet aan zien, hoe ze precies varen, hoe vaak ze varen en welke afstanden ze afleggen. Daarvoor is meer informatie nodig.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- informatie aflezen uit schema's, waaronder (gerichte of ongerichte) grafen;
- grafen herkennen en tekenen en bepalen of ze gelijk zijn door het aantal knooppunten en wegen te tellen;
- bij grafen (afstands)tabellen maken en omgekeerd.

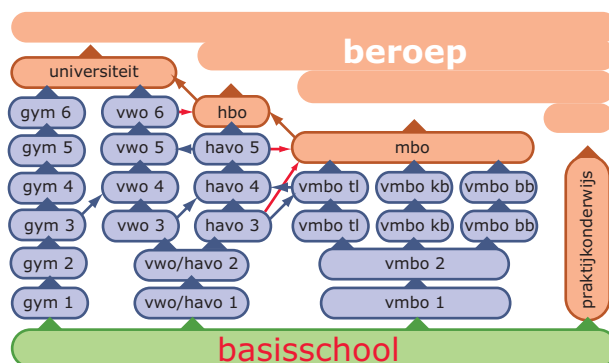
Voorkennis

- getallen gebruiken om te tellen en te rekenen.

Verkennen

Opgave V1

Bekijk dit schema voor een school voor voortgezet onderwijs. In het schema komen groene, blauwe, rode (bij de overgang van vwo 6 naar hbo, van havo 5 naar mbo en van havo 3 naar vmbo tl) en bruine pijlen voor.



Figuur 2

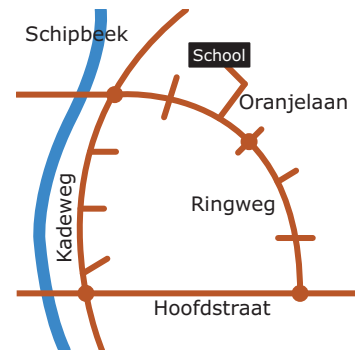
- Wat laat dit schema zien?
- Waarom zie je dat dit schema bedoeld is voor leerlingen in het voortgezet onderwijs?
- Alle blauwe pijlen geven aan dat er een overgang is die door de school is geregeld. Wat betekent dat voor de overgang van vwo 3 naar havo 4?
- Betekent dit dat andere overgangen niet mogelijk zijn?

- e Welke betekenis hebben de rode pijlen in het schema?
- f Een leerling in havo 3 kan worden bevorderd naar 4 vmbo tl en kan naar het mbo gaan. Wat is het verschil tussen beide overgangen, denk je?

Opgave V2

Hier zie je hoe een school een routebeschrijving naar die school in beeld heeft gebracht.

- a Waaraan zie je dat hier geen sprake is van een kaartje?
- b Waarom kan dit schema wel duidelijker zijn dan een kaartje?
- c Wat zijn daarentegen de voordelen van een kaart?
- d Waaruit blijkt dat dit routeschema vooral bedoeld is voor de leerlingen en de ouders van die school?
- e Welke informatie zou je willen toevoegen om het ook bruikbaar te maken voor bezoekers van buiten de regio?



Figuur 3

Uitleg

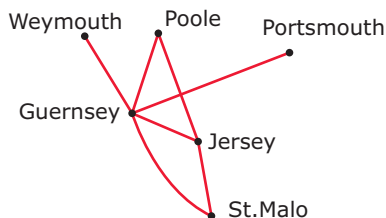
Bekijk het schema van de bootverbindingen naar en van de belangrijkste Kanaaleilanden, Jersey en Guernsey, tussen Groot-Brittannië en Frankrijk.



Figuur 4

De ferry vanuit Poole vaart alleen van Poole naar Guernsey (100 km), vervolgens naar Jersey (62 km) en dan weer terug naar Poole (158 km). Daarnaast vaart de ferry vanuit St. Malo via Jersey (71 km) en Guernsey (62 km) naar Portsmouth (183 km) en de ferry vanuit Portsmouth vaart alleen via Guernsey (183 km) naar St. Malo (112 km). De ferry uit Weymouth gaat alleen naar Guernsey en weer terug (128 km).

Je kunt dit vaarschema weergeven door een zogenaamde 'graaf' met knooppunten (de eilanden en de plaatsen) en wegen (de bootverbindingen). De precieze vorm van de graaf is niet belangrijk, hij geeft alleen weer dat er een verbinding is. Je kunt met pijlen aangeven dat een bootverbinding maar één kant op gaat. Ook kun je een afstandentabel maken.



Figuur 5

Opgave 1

Bekijk in de **Uitleg** de graaf van de bootverbindingen naar en van de belangrijkste Kanaaleilanden, Jersey en Guernsey, tussen Groot-Brittannië en Frankrijk.

- De graaf ziet er heel anders uit dan het schema van de ferries. Is dat verschil belangrijk?
- Teken nu met behulp van pijlen een gerichte graaf bij deze bootverbindingen.

Opgave 2

Gebruik de afkortingen: Gu voor Guernsey, Je voor Jersey, SM voor St.Malo, Pm voor Portsmouth, Pl voor Poole, Wm voor Weymouth.

- Vul de afstandentabel voor de vaarroutes in. Zet alleen de werkelijk gevaren routes er in.
- Sommige ferries halen een snelheid van 40 km/uur (ongeveer 22 knopen). Maak van de afstandentabel een vaartijdentabel. Rond af op tientallen minuten.
Iemand wil van het Franse St.Malo naar Poole in Engeland met deze ferrydienst.
- Hoe lang zal hij daarover minstens doen?

	van					
naar	Gu	Je	SM	Pm	Pl	Wm
Gu	X					
Je		X				
SM			X			
Pm				X		
Pl					X	
Wm						X

Tabel 1

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Een **schema** is een vereenvoudigde weergave van de werkelijkheid, vaak met punten, pijlen, routes en gebieden erin. Een speciaal soort schema is de **graaf**. Een graaf bestaat uit **knooppunten** en verbindingslijnen tussen de knooppunten, de **wegen**. Dat hoeven geen echte wegen te zijn. Als de knooppunten eilanden zijn, dan kunnen de wegen bootverbindingen zijn.

Als de knooppunten landen zijn, dan kan een weg bijvoorbeeld betekenen: 'grenst aan'.

Kijk maar eens naar deze graaf.

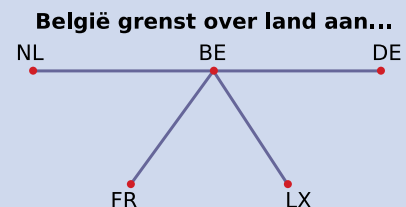
Soms horen er 'afstanden' bij de wegen. Als je de kortste afstanden tussen de knooppunten van een graaf in een tabel zet, krijg je een **afstandentabel**.

Twee grafen zijn gelijk als:

- ze dezelfde knooppunten hebben;
- in dezelfde knooppunten dezelfde wegen samenkomen.

Soms is in een graaf de richting belangrijk. Je spreekt van een **gerichte graaf**. De wegen zijn dan voorzien van pijlen.

Gerichte grafen worden veel gebruikt in organisaties om aan te geven wie welke personen aanstuurt. Zo'n graaf noem je een **organogram**.



Figuur 6

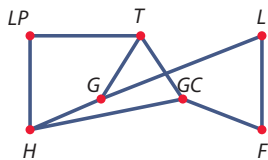
Voorbeeld 1

De zeven Canarische eilanden: Tenerife, Gran Canaria, Las Palmas, Gomera, Hierro, Fuerteventura en Lanzarote horen bij Spanje en liggen voor de kust van Marokko.

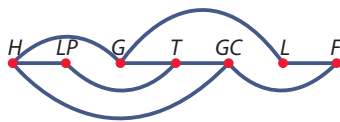
Je ziet twee grafen van de bootverbindingen tussen de Canarische eilanden. Hoewel ze er nogal verschillend uitzien, zijn ze gelijk.



Figuur 7



graaf 1



graaf 2

Figuur 8

Opgave 3

Bekijk de grafen uit **Voorbeeld 1**. Vanuit Nederland kom je met een rechtstreekse vlucht op Tenerife aan.

- Je wilt naar Lanzarote. Hoe kun je daar met de boot komen als je zo min mogelijk andere eilanden wilt aandoen?
- Hoe zie je aan deze graaf dat de bootdiensten in beide richtingen gaan?
- Stippel een route uit vanaf Tenerife waarbij je elk ander eiland precies één keer aandoet en waarbij je weer in Tenerife eindigt.

Opgave 4

Bekijk de beide grafen van de Canarische eilanden in **Voorbeeld 1**.

- Waaraan zie je dat beide grafen gelijk zijn?
- In welke van de twee kun je het gemakkelijkst je rondreis vinden?
- Teken een derde graaf die gelijk is aan de twee gegeven grafen. Maak hem zo, dat hij erg lijkt op de kaart van de Canarische eilanden.

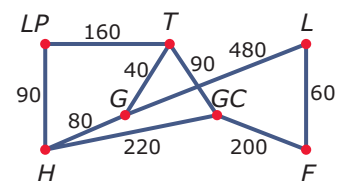
Voorbeeld 2

Je ziet een afstandentabel van rechtstreekse bootverbindingen tussen de zeven Canarische eilanden: Tenerife, Gomera, Gran Canaria, Las Palmas, Hierro, Fuerteventura en Lanzarote.

	T	G	GC	LP	H	F	L
T	-	40	90	160	-	-	-
G	40	-	-	-	80	-	480
GC	90	-	-	-	220	200	-
LP	160	-	-	-	90	-	-
H	-	80	220	90	-	-	-
F	-	-	200	-	-	-	60
L	-	480	-	-	-	60	-

Tabel 2

Elk getal in de tabel is de lengte van de bootreis in kilometers (afgerond op tientallen).



Figuur 9

Opgave 5

Bekijk de graaf en de afstandentabel van de bootverbindingen tussen de Canarische Eilanden in **Voorbeeld 2**.

- Waarom staat er in de afstandentabel een streepje bij de afstand tussen Tenerife en Hierro?
- Hoeveel km is het per boot van Hierro naar Tenerife via Gomera?
- En hoeveel km is die afstand als je via Las Palmas gaat?
- Welke route van Hierro naar Tenerife is het kortst?
- Je zou een nieuwe afstandentabel kunnen maken met daarin de kortste bootverbindingen tussen twee knooppunten van deze graaf.

Waarom is zo'n tabel minder handig dan de gegeven tabel?

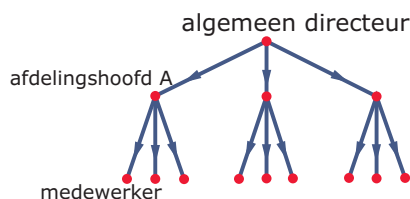
Opgave 6

De maatschappij die de bootverbindingen tussen de Canarische eilanden onderhoudt, besluit om de route $T \rightarrow LP \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow T$ alleen in die volgorde te varen. Er ontstaat dan eenrichtingsverkeer: als je van Las Palmas naar Tenerife wilt, moet je langs Hierro en Gomera, dat is 50 km langer varen.

- Teken de nieuwe graaf bij deze situatie.
- Teken de nieuwe afstandentabel die ontstaat.

Voorbeeld 3

Gerichte grafen, grafen met pijlen erin, worden veel gebruikt om in een organisatie aan te geven wie de baas is van wie. Hier zie je zo'n organogram.



Figuur 10

Opgave 7

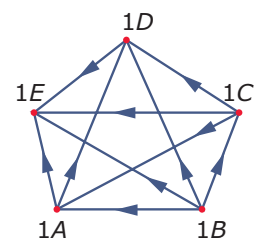
Bekijk de graaf in **Voorbeeld 3**.

- Waarom zijn in een organogram pijlen nodig?
- Jouw stamboom is ook een voorbeeld van een gerichte graaf. Teken een stuk van een stamboom.

Opgave 8

Tijdens een sportdag spelen de eerste klassen (1A tot en met 1E) een volleybaltoernooi. De gymleraar heeft met deze gerichte graaf het verloop van het toernooi bijgehouden. In die graaf zie je bijvoorbeeld dat 1A van 1D heeft gewonnen.

- Hoeveel wedstrijden zijn er gespeeld?
- Hoe zie je in de graaf dat 1A heeft gewonnen van 1D?
- Van welke klas heeft 1A nog meer gewonnen?
- Als je wint, krijg je een punt. Als je verliest, krijg je nul punten. Maak een puntentabel voor dit toernooi.
- Welke klas heeft het toernooi gewonnen?

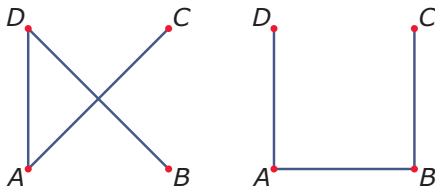


Figuur 11

Verwerken

Opgave 9

Bekijk de twee grafen.

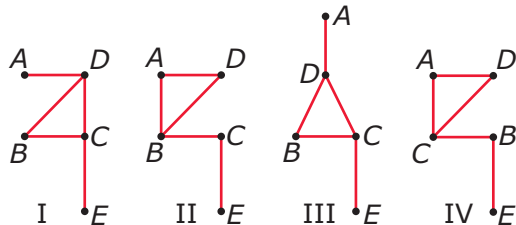


Figuur 12

- Hoeveel knooppunten heeft graaf 1? En graaf 2?
- Hoeveel wegen heeft graaf 1? Hoeveel wegen heeft graaf 2?
- Zijn beide grafen gelijk? Licht je antwoord toe.

Opgave 10

Welke van de grafen zijn gelijk?

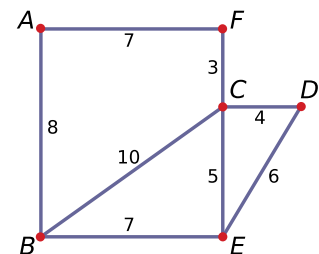


Figuur 13

Opgave 11

Bekijk de graaf met afstanden.

- Hoeveel knooppunten heeft deze graaf?
- Wat is de kortste route van C naar A en hoe groot is de afstand?
- Wat is de kortste route van A naar E en hoe groot is de afstand?
- Maak een afstandentabel bij deze graaf. Neem telkens de kortste weg.



Figuur 14

Opgave 12

Een school heeft acht brugklassen: B1A tot en met B1H. Er wordt een sportdag gehouden. Een onderdeel daarvan is het voetbaltoernooi waarin een team van zes leerlingen uit een klas, twee keer tegen het team van elke andere klas speelt: één keer 'uit' en één keer 'thuis'.

- Teken een graaf waarin alle wedstrijden voorkomen.
- Hoeveel wegen heeft deze graaf?
- Hoeveel wedstrijden zijn er?
- Wat verandert er aan de graaf als er een halve competitie wordt gespeeld?

Opgave 13

In deze tabel staan de rechtstreekse vliegverbindingen tussen een zestal steden in de Verenigde Staten.

- Is het nodig dat je weet waar de steden in de Verenigde Staten liggen om een graaf bij deze tabel te tekenen? Licht je antwoord toe.
- Teken een bijpassende graaf.
- Je vliegt van Los Angeles naar Miami. Hoeveel tussenlandingen maak je minimaal?

Vliegverbindingen v.v.
Los Angeles - Chicago
Los Angeles - Kansas City
Kansas City - New York
Kansas City - Chicago
Kansas City - Houston
New York - Miami
New York - Chicago
New York - Houston
Houston - Miami

Tabel 3

Opgave 14

Eva is tijdens haar vakantie op een camping in Frankrijk. Op de camping ontmoet ze een aantal andere kampeers. Kate spreekt Engels en Frans. Jorge spreekt Spaans en Frans. Sören spreekt Deens, Duits en Engels. Helmut alleen Duits. Heidi spreekt Duits en Frans. Jef spreekt Nederlands en Frans. Eva zelf spreekt Nederlands, Duits en Engels.

- Teken een graaf met de kampeers als knooppunten. Teken tussen twee kampeers een verbinding als er een taal is die ze beiden spreken.
- Wie kan met de meeste mensen in hun eigen taal spreken?

Toepassen

Opgave 15: Het Koningsberger bruggenprobleem

Rond 1735 kreeg de Zwitserse wiskundige Leonhard Euler (1700–1783) het volgende vraagstuk voorgelegd: 'Is het mogelijk zo rond te wandelen tussen de verschillende stadsdelen van Koningsbergen (nu Kaliningrad in Rusland), dat je elk van de zeven bruggen over de rivier de Pregel precies één keer over gaat?' Dit is het beroemde Koningsberger bruggenprobleem. Je ziet een kaartje van Koningsbergen in Eulers tijd.



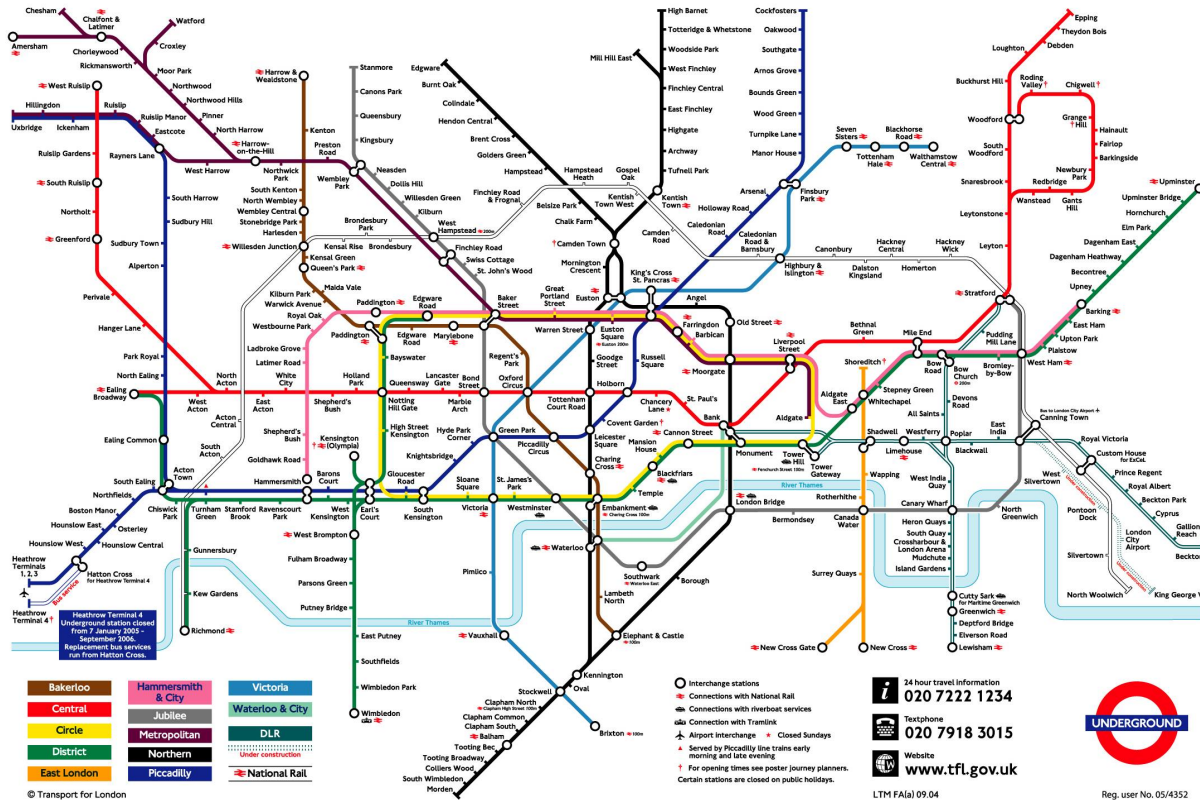
Figuur 15

- Zoek in de figuur op het [werkblad](#) de zeven bruggen over de Pregel.

- Neem de verschillende stadsdelen die door de bruggen werden verbonden als knooppunten van een graaf. Teken deze graaf.
- Probeer nu om Eulers probleem zelf op te lossen.

Opdracht 16: De metro van Londen

Bekijk het schema van het metronet van Londen, de Underground.



Figuur 16

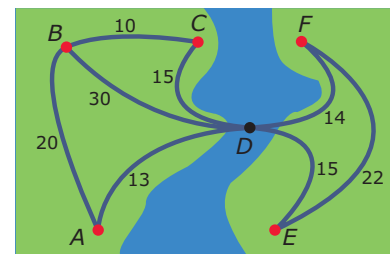
- Wat geeft dit schema weer?
- Waarom kun je zien dat er in dit schema dertien metroverbindingen zijn?
- Hoe zie je dat er een overstap naar de trein (National Railway) mogelijk is op een bepaald station?

Testen

Opdracht 17

Op twee eilanden liggen vijf steden. A, B, C op het ene eiland en E en F op het andere eiland. Een brug bij D verbindt beide eilanden met elkaar. In de graaf hiernaast wordt de situatie weergegeven. Tussen de steden loopt een aantal wegen. De getallen bij de wegen stellen de afstanden in kilometers voor.

- Hoeveel km bedraagt de kortste verbinding tussen B en E ?



Figuur 17

- b** Vul deze tabel met kortste afstanden tussen de vijf steden in.

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
<i>A</i>					
<i>B</i>					
<i>C</i>					
<i>E</i>					
<i>F</i>					

Tabel 4

- c** Tussen *C* en *F* wordt een nieuwe brug aangelegd. De lengte van de rechtstreekse verbinding *CF* wordt daardoor 6 km.

Op welke routes wordt de reisafstand nu korter?

Opgave 18

In een park zijn vijf ontmoetingsplaatsen: het theehuis (*T*), de vijver (*V*), het podium (*P*), de speeltuin (*S*) en de kinderboerderij (*K*). Tussen de ontmoetingsplaatsen bestaan de volgende wandelpaden: vanaf het theehuis naar de vijver, het podium en de kinderboerderij. Vanaf de vijver naar de speeltuin en vanaf de speeltuin naar het podium en de kinderboerderij.

- a** Teken een graaf met de ontmoetingsplaatsen als knooppunten en de wandelpaden als wegen.
- b** Is het mogelijk een wandeling langs alle ontmoetingsplaatsen te maken zonder een weg twee keer te gebruiken? Leg je antwoord uit.

Werkblad bij Opgave 15 op pagina 7.





© 2025

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
