

6.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Groeiverschijnselen komen veel voor. Regelmatig is die groei - zeker gedurende een bepaalde periode - exponentieel. Dat wil zeggen er is sprake van een toename met een vast percentage per tijdseenheid. En zo bestaat er ook exponentieel verval.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **Exponentiële verbanden** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken. De opgaven hieronder zijn bedoeld om je daarbij te helpen.

Begrippenlijst

- exponentieel verband — groeifactor
- groeipercentage
- formule voor exponentiële groei
- formule voor exponentieel verval
- exponentiële vergelijking

Activiteitenlijst

- groei met een vaste groeifactor leren kennen en die groeifactor bepalen vanuit een tabel;
- groeifactoren en groeipercentages naar elkaar omrekenen;
- formules voor exponentiële groei opstellen en daar grafieken bij tekenen;
- formules voor exponentieel verval opstellen en daar grafieken bij tekenen;
- exponentiële vergelijkingen oplossen door aflezen uit grafieken en inklemmen.

Opgave 1

Lineaire of exponentiële groei?

- a** Het aantal vlinders neemt jaarlijks met 1,01% toe.
A. lineaire groei
B. exponentiële groei
- b** De afstand van een vliegtuig tot de kust neemt toe met 1000 kilometer per uur.
A. lineaire groei
B. exponentiële groei
- c** Jeannette breit een sjaal. Elk uur komt er 10 centimeter bij.
A. lineaire groei
B. exponentiële groei
- d** Het aantal insecten neemt toe met 5% per dag.
A. lineaire groei
B. exponentiële groei

Opgave 2

Welke groeifactor hoort bij het groeipercentage of omgekeerd? Geef exacte antwoorden.

- a** groeipercentage 18,8%
- b** groeifactor 1,032
- c** groeipercentage 3,9%
- d** groeifactor 3,9
- e** groeipercentage 35%
- f** groeifactor 1,04
- g** groeipercentage 5,5%
- h** groeifactor 1,645

Opgave 3

In de beginperiode van een griep epidemie groeit het aantal ziektegevallen exponentieel. In een dichtbevolkte stad worden in de eerste week van februari 4623 ziektegevallen gemeld. Na een week zijn er 7166 ziektegevallen.

- Hoe groot is de groeifactor per week? Rond af op twee decimalen.
- Stel een bijpassende formule op voor het aantal ziektegevallen Z afhankelijk van de tijd t in weken. Neem $t = 0$ voor de eerste week van februari.
- Bereken het aantal ziektegevallen in de eerste week van maart als de ziekte zich in dit tempo uitbreidt.
- Bereken de groeifactor voor een tijdperiode van vier weken. Rond af op twee decimalen.

Opgave 4

Levende planten nemen uit de atmosfeer radioactieve koolstof C14 op. Als een plant sterft, verdwijnt de C14 langzaam uit de plant. Van fossiele planten kan de ouderdom worden bepaald door te meten hoeveel procent radioactieve koolstof is overgebleven.

Stel een formule op voor C (het percentage C14 dat overgebleven is) afhankelijk van de tijd t in periodes van 1000 jaar. Per millennium verliest de plant 1,2% C14.

Opgave 5

Gegeven zijn de vergelijkingen $y_1 = 137 \cdot 1,27^t$ en $y_2 = 289 + 55 \cdot t$.

- Teken y_1 en y_2 in één assenstelsel en schat de oplossing van de vergelijking $y_1 = y_2$.
- Los de vergelijking op met een inklemtabel. Rond af op één decimaal.

Testen

Opgave 6

Op 1 januari 2000 leven er in een bepaald dorp in Afrika ongeveer 5000 ratten. Het aantal ratten neemt elk half jaar met 30% toe.

- Hoe groot is de groeifactor per half jaar?
- Geef een formule voor het aantal ratten A en de tijd t in halve jaren na 1 januari 2000.
- Bereken hoeveel ratten er waren op 1 januari 2001. Rond af op tientallen.
- Bereken met hoeveel procent het aantal ratten op 1 januari 2001 is toegenomen ten opzichte van 1 januari 2000.

Opgave 7

Een fabrikant heeft van een nieuw product het eerste jaar 600 stuks verkocht en het tweede jaar 120 stuks meer. Neem S voor het aantal stuks dat verkocht wordt en t voor de tijd in jaren met $t = 0$ voor het eerste jaar.

- Hoeveel stuks zal hij in het derde jaar verkopen als deze groei zich voortzet?
- Geef de formule die bij deze groei hoort. Gaat het om lineaire of exponentiële groei?
- Met hoeveel procent is de verkoop in het tweede jaar toegenomen?

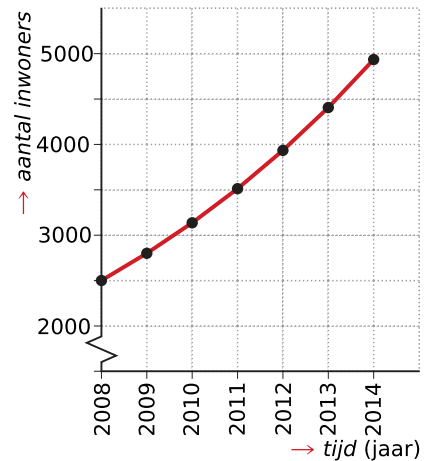
De verkoop van het nieuwe product blijkt exponentieel door te groeien met het percentage dat je bij c hebt gevonden.

- Maak een bijpassende tabel en grafiek. Rond de uitkomsten af op een geheel getal.
- Schat met behulp van de grafiek op welk moment het aantal verkochte producten de 3000 overstijgt. Geef je antwoord in maanden nauwkeurig.

Opgave 8

Bekijk de grafiek van een exponentieel verband. De grafiek hoort bij de groei van het aantal inwoners van een dorpje een aantal jaren geleden.

Stel de formule op die bij de grafiek hoort.



Figuur 1

Opgave 9

De populatie van het bedreigde diersoort A bestond in 2008 nog uit 25000 exemplaren. De populatie nam vanaf dat moment met 8% per jaar af.

- Geef de formule voor het verloop van de populatie A afhankelijk van de tijd t in jaar na 2008.
- Teken de grafiek voor het verloop van de populatie gedurende de eerste twintig jaar.
- Lees uit de grafiek af na hoeveel jaar de populatie op deze manier is gehalveerd.
- Bepaal met een inklemtabel de gehele waarde van t waarin de populatie is gehalveerd.

Opgave 10

Natasja koopt een huis voor € 440000 en sluit een hypotheek af. Zij lost elk jaar 15% van deze hypotheek af.

- Geef de formule voor het verloop van de hypotheekschuld H afhankelijk van de tijd t in jaar na het afsluiten van de hypotheek.
- Bereken de hypotheekschuld na 25 jaar.

Opgave 11

Gegeven zijn $y_1 = 4 \cdot 1,15^t$ en $y_2 = 10$. Los $y_1 = y_2$ op met inklemmen. Rond t af op één decimaal.

Opgave 12

Tijdens het broedseizoen neemt het aantal vogels V wekelijks met 9,5% toe.

Bepaal na hoeveel weken het aantal vogels is verdubbeld.

Toepassen

Opgave 13: Noordpoolijs

In de krant stond begin van deze eeuw het volgende artikel:

Noordpoolijs

De ijskap op de Noordpool is in de afgelopen honderd jaar nog nooit zo klein geweest. Als er geen maatregelen worden genomen zal de komende jaren het ijsoppervlak steeds sneller afnemen. Volgens onderzoekers was op 1 september 1975 het ijsoppervlak 7 miljoen vierkante kilometer. Op 1 september 2005 was dit nog maar 5,35 miljoen vierkante kilometer.



- a Laat met een berekening zien dat tussen 1975 en 2005 de gemiddelde afname van het ijsoppervlak 0,055 miljoen vierkante kilometer per jaar was.
- b Stel dat het ijsoppervlak tussen 1975 en 2005 lineair afnam en dat dit daarna zo zou blijven doorgaan. Bereken in welk jaar het ijsoppervlak dan verdwenen zou zijn. Schrijf je berekening op.

In werkelijkheid was de afname niet lineair, maar exponentieel. In een tweede artikel stond:

Tussen 1975 en 2005 is het ijsoppervlak elke 10 jaar met 8% afgenomen.


- c Klopt dat ongeveer met de getallen in het eerste artikel? Laat met een berekening zien hoe je aan je antwoord komt.
De onderzoekers denken dat het ijsoppervlak vanaf 2005 afneemt volgens de volgende formule:
$$N = 5,35 \cdot 0,975^t$$

Hierbij is N het ijsoppervlak in miljoenen vierkante kilometers en t de tijd in jaren na 1 september 2005.
- d Na 50 jaar zal het ijsoppervlak volgens deze formule ongeveer 1,5 miljoen vierkante kilometer zijn. Bereken na hoeveel jaar het ijsoppervlak volgens deze formule voor het eerst kleiner zal zijn dan 1 miljoen vierkante kilometer. Schrijf je berekening op.



© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostaat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
