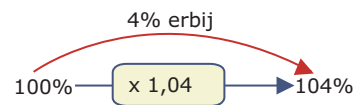


6.2 Groeipercentages

Inleiding

Tussen groeifactoren en groeipercentages kun je heen en weer rekenen.

Eigenlijk zegt dit plaatje alles.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- de groeifactor bepalen bij een procentuele toename en omgekeerd;
- rekenen met procentuele toenames en/of groeifactoren.

Voorkennis

- de begrippen formule, grootheid, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- formules en grafieken bij lineaire verbanden maken en gebruiken;
- herkennen wanneer er sprake is van lineaire groei en wanneer er sprake is van exponentiële groei;
- bij exponentiële groei de groeifactor per tijdseenheid afleiden uit de gegevens en daarmee verder rekenen.

Verkennen

Opgave V1

Je hebt op 1 januari 2015 een bedrag van € 750,00 op je spaarrekening staan, het hele jaar komt er niets bij. Je krijgt op deze spaarrekening 1,4% rente per jaar.

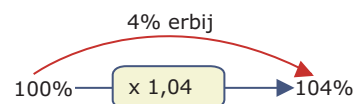
- Op 1 januari 2016 krijg je de rente uitbetaald en heb je € 760,50 op je rekening staan. Reken na of het rentepercentage klopt.
- Op 1 januari 2017 krijg je opnieuw de rente uitbetaald en heb je € 771,15 op je rekening staan. Is het percentage rente veranderd?
- Welke groeifactor hoort bij dit percentage? Hoe bereken je daarmee hoeveel geld je op 1 januari 2018 op je rekening hebt staan?

Uitleg

Als een nieuwe virusziekte zich onder de mensen gaat verspreiden, gaat dit vaak volgens een exponentieel groeiproces. Stel dat er op zeker moment 4000 besmette personen zijn en de groei bedraagt 4% per dag, hoe groot is dan de groeifactor?

Elke dag neemt dan het aantal besmette personen van 100% toe met 4% tot: $100\% + 4\% = 104\%$.

De groeifactor is dan $\frac{104}{100} = 1,04$ per dag.



Figuur 2

Daarmee neemt het aantal besmette personen per week dus toe met $1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 = 1,04^7 \approx 1,316$

En uit de groeifactor per week, dan kun je dan weer het groeipercentage per week bepalen.

Immers nu neemt elke week 100% toe tot: $100 \cdot 1,316 = 131,6\%$.

Het aantal besmettingen groeit dan met 31,6% per week.

En dat is meer dan met $7 \cdot 4 = 28\%$.

Opgave 1

Bestudeer de **Uitleg**.

Vaak is bij een nieuwe virusziekte het groeipercentage van het aantal besmettingen groter, soms wel 12% per dag in dichtbevolkte gebieden.

- a Hoeveel bedraagt in dit geval de groeifactor per dag?
- b Hoeveel bedraagt in dit geval de groeifactor per week?
- c Hoeveel bedraagt in dit geval het groeipercentage per week?

In een dichtbevolkt gebied zijn op zekere dag 453 mensen besmet met de virusziekte met een groeipercentage van 12% per dag.

- d Hoeveel besmettingen zijn er na een week?

Opgave 2

Door energieverbruik voor verwarming en industrie wordt koolstofdioxide aan de lucht toegevoegd. Die toevoeging veroorzaakt het zogeheten broeikas-effect. Elke tien jaar neemt de hoeveelheid koolstofdioxide met 5% toe.

- a Hoe groot is de groeifactor per tien jaar?
- b In 1990 was de uitstoot 6090 Megaton. Hoe groot was de uitstoot in 2000?
- c Hoe groot zal de uitstoot zijn geweest in 2020?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Tussen procenten en groeifactoren kun je heen en weer rekenen.

Bij een vaste procentuele toename kun je een **groeifactor** bepalen.

Als een bedrag ieder jaar met 4% toeneemt, gaat dat als volgt:

$$100\% + 4\% = 104\%$$

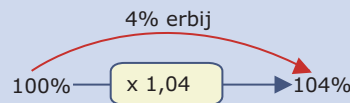
De groeifactor is $\frac{104}{100} = 1,04$.

En weet je de groeifactor, dan kun je omgekeerd het **groeipercentage** bepalen.

Als een bedrag per jaar groeit met een groeifactor van 1,04, gaat dat als volgt:

$$1,04 = 104\% = 100\% + 4\%$$

Het bedrag groeit met 4% per jaar.



Figuur 3

Voorbeeld 1

In 1972 verschijnt het 'Rapport van de Club van Rome'. De meeste mensen trekken zich echter weinig van de sombere toekomstvoorspellingen aan. Malthus heeft een eeuw eerder immers ook geen gelijk gekregen! Daarom brengt de Club in 1992 een nieuw rapport uit, waarin de eerste voorspellingen worden vergeleken met de werkelijke bevolkingsgroei. De wereldbevolking blijkt in 1992 met 1,7% per jaar toe te nemen. Die groei is niet in alle delen van de wereld gelijk.



Figuur 4

werelddeel	groei per jaar	aantal inwoners in 1992
Amerika	1,4%	741481000
Europa	0,2%	794023000
Azië	1,5%	3239530000
Afrika	2,7%	664439000
Oceanië	1,4%	124233000

Tabel 1

In de tabel is de groei in procenten gegeven. Met groeifactoren is het gemakkelijker rekenen. In Amerika is de bevolkingsgroei per jaar 1,4%. De bevolking neemt dus elk jaar met 1,4% toe. Omdat $100 + 1,4 = 101,4\%$ is de groeifactor $\frac{101,4}{100} = 1,014$.

Opgave 3

Bekijk de tabel in **Voorbeeld 1**.

Geef van elk werelddeel de groeifactor per jaar.

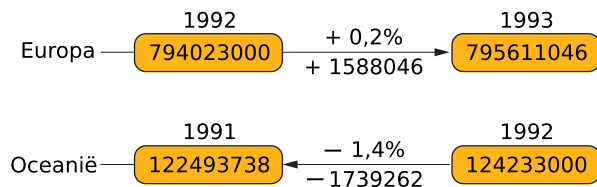
Opgave 4

Bekijk de tabel in **Voorbeeld 1**. Gebruik bij het beantwoorden van deze vragen de bijbehorende groeifactoren.

- a Hoe groot was het aantal inwoners in Europa in 1993?
- b Hoe groot was het aantal inwoners in 1991 in Oceanië?

Opgave 5

Barbara rekt liever met de vertrouwde procenten.



Figuur 5

Welke fout maakt Barbara in haar berekening?

Voorbeeld 2

In de landen met de hoogste groeifactor neemt de bevolking het snelst toe. Vaak zijn dat juist de armste landen, die de meeste problemen hebben met de levensomstandigheden van hun inwoners. In Nigeria is de groei per jaar 3,0%, in Kongo zelfs 3,9%.

China had in 1970 nog een groei van 2,5%, maar dat is teruggebracht tot 1,0%.

Met hoeveel procent neemt de bevolking van Nigeria in 10 jaar tijd toe?

Antwoord

Een groeipercentage van 3,0% per jaar wil zeggen een groeifactor van 1,03 per jaar.

Over 10 jaar gerekend is dat een groeifactor van $(1,03)^{10} \approx 1,34$.

Bij een groeifactor van 1,34 hoort een groeipercentage van 34%.

Opgave 6

Bekijk **Voorbeeld 2**.

- a Hoe groot is de groeifactor per jaar van Kongo?
- b Bereken het groeipercentage gerekend over tien jaar van Kongo.

Opgave 7

De Club van Rome doet voorspellingen over de wereldbevolking in de eenentwintigste eeuw. In Afrika is de bevolkingsgroei 2,7% per jaar.

- a Bereken de grootte van de bevolking van Afrika over tien jaar na 1992. Gebruik hiervoor de tabel. Geef je aantallen in duizendtallen nauwkeurig, maar reken met alle cijfers door. Let erop dat de tabel met twee jaar verspringt.

jaartal	1992	1994	1996	1998	2000	2002
Afrika	664439000					

Tabel 2

- b Bereken de groeifactor gerekend over tien jaar.
 c Bereken het groeipercentage per tien jaar.
 d Bereken het aantal inwoners in Afrika in de komende jaren. Vul de tabel in, geef ook nu de aantallen in duizenden.

jaartal	2002	2012	2022	2032	2042
Afrika					

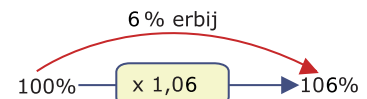
Tabel 3

Verwerken

Opgave 8

Bekijk de figuur.

- a Hoe bereken je de groeifactor vanuit het groeipercentage?
 b Hoe bereken je vanuit de groeifactor het groeipercentage?
 c Je vermenigvuldigt met de groeifactor om de waarde een tijdseenheid verder te berekenen. Wat moet je doen als je een tijdseenheid teruggaat?



Figuur 6

Opgave 9

Bepaal in de volgende gevallen groeifactor en/of groeipercentage.

- a Een kapitaal van € 1000,00 groeit met 4% per jaar.
 b Het aantal vogels van een bepaalde soort is in een natuurgebied in de afgelopen tien jaar wel 1,5 keer zo groot geworden.

Opgave 10

In een weide staan ongeveer 600 paardenbloemen. Vorig jaar waren er ongeveer 500. Verondersteld wordt dat het aantal met een vast percentage groeit.

- a Hoe groot is de groeifactor per jaar?
 b Hoe groot is het groeipercentage?
 c Hoeveel paardenbloemen zullen er volgend jaar zijn?
 d Hoeveel paardenbloemen waren er twee jaar geleden?

Opgave 11

In het begin van een griepepidemie groeit het aantal ziektegevallen exponentieel. In een dichtbevolkte stad worden in de eerste week van februari 2346 ziektegevallen gemeld. De groeifactor per week is 1,45.

- a Hoeveel bedraagt het groeipercentage per week?
 b Bereken het aantal ziektegevallen een week later.
 c Bereken het aantal ziektegevallen in de eerste week van maart als de ziekte zich in dit tempo blijft uitbreiden.

Opgave 12

Het aantal personenauto's groeit exponentieel met de groei van de wereldbevolking mee. Het groeipercentage per drie jaar is 15%.

- Hoeveel bedraagt de groeifactor per drie jaar?
- Is de groei per jaar groter dan, kleiner dan of gelijk aan 5%? Leg uit hoe je aan je antwoord komt.
- Maak een schatting van het percentage per jaar in tienden van procenten nauwkeurig.

Opgave 13

Iemand betaalt voor een studie € 3000,00 en sluit daarvoor een lening af. De rente is 0,5% per maand. De studieschuld wordt vier jaar na het afsluiten van de lening vastgesteld.

- Hoe groot is de groeifactor per maand?
- Bereken het bedrag dat na een jaar verschuldigd is.
- Hoeveel procent is de schuld in een jaar gestegen?
- Bereken de uiteindelijke studieschuld na vier jaar.
- Hoeveel procent rente betaal je dus over die vier jaar?

Toepassen

Opgave 14: Het Aziatisch lieveheersbeestje

Het Aziatisch veelkleurig lieveheersbeestje is bezig met een gigantische opmars. Nederland is al geheel gekoloniseerd en de soort rukt nog verder naar het noorden op. In gebieden waar de soort nieuw opduikt, zien we het voor kolonisatie gebruikelijke verloop. Aanvankelijk neemt de soort langzaam toe, om plotseling exponentieel te groeien. Deze groei is eindig, meestal daalt de stand weer om vervolgens op een lager pitje door te lopen.



Figuur 7 bron: Wikipedia

Op dit moment groeit het aantal lieveheersbeestjes in gebied A exponentieel met 5% per maand. Een maand geleden waren er in gebied A 250 lieveheersbeestjes.

- Hoe groot is de groeifactor per maand?
- Hoeveel lieveheersbeestjes zijn er op dit moment?
- Hoeveel lieveheersbeestjes waren er 2 maanden geleden?
- Wanneer komt het aantal lieveheersbeestjes voor het eerst boven de 500?
- Hoe groot is de groeifactor per jaar?
- Met hoeveel procent neemt het aantal lieveheersbeestjes in een jaar toe?

Opgave 15: Hypotheek

De meeste mensen die een huis kopen, lenen daarvoor geld bij een bank. Zo'n lening wordt een hypotheek genoemd. Er zijn verschillende hypotheekvormen. In deze opgave gaat het over een aflossingsvrije hypotheek. Je leent bij een bank voor 30 jaar een bedrag. Over dat bedrag betaal je elk jaar hypotheekrente aan de bank, maar je betaalt niets terug van het geleende bedrag. Na afloop van de 30 jaar betaal je het bedrag in één keer terug. Daar moet je dus voor sparen in die 30 jaar.

Mevrouw Everts heeft lang geleden een huis van € 250000 gekocht. Ze heeft een aflossingsvrije hypotheek van € 250000 met een looptijd van 30 jaar tegen een rentepercentage van 5,4% per jaar.

Van de belastingdienst krijgt ze elk jaar een deel van de betaalde hypotheekrente terug. Hoeveel je terugkrijgt, hangt af van je inkomen. Mevrouw Everts krijgt 30% van de betaalde hypotheekrente terug.

- Bereken voor mevrouw Everts hoeveel euro de jaarlijkse hypotheekrente na belastingteruggave bedraagt.

Voordat zij het huis kocht, had ze € 40000 gespaard. Dit bedrag heeft ze in een (belastingvrij) beleggingsfonds gestort. Zij hoopt dat dit bedrag na 30 jaar tot € 250000 is gegroeid, zodat ze in één keer het geleende bedrag kan aflossen.

- b** Maak een schatting van het percentage waarmee de € 40000 dan per jaar moet toenemen, uitgaande van exponentiële groei. Geef je antwoord in tienden van procenten nauwkeurig.

Testen

Opgave 16

Reken groeipercentages om in groeifactoren en andersom.

- a** Welke groeifactor hoort bij een groeipercentage van 35%?
- b** Welk groeipercentage hoort bij een groeifactor van 1,04?
- c** Welke groeifactor hoort bij een groei van 5,5%?
- d** Welk groeipercentage hoort bij een groeifactor van 1,645?

Opgave 17

In een grote vijver zwemmen ongeveer 80 vissen. Vorig jaar waren er ongeveer 65. Verondersteld wordt dat het aantal met een vast percentage groeit.

- a** Hoe groot is de groeifactor per jaar?
- b** Hoe groot is het groeipercentage?
- c** Hoeveel vissen zullen er volgend jaar zijn?
- d** Hoeveel vissen waren er twee jaar geleden?



© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostaat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
