

4.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Vaak is het zo dat als je van iets twee keer zoveel hebt, dat dit dan ook twee keer zoveel waard is (of heeft gekost). Je zegt dan dat hoeveelheid en waarde (kosten) recht evenredig zijn. Maar het komt ook wel voor dat er bijkomende vaste kosten zijn zoals een telefoonabonnement, een abonnement op gas, water en elektra, en dergelijke. Dan zijn hoeveelheid en kosten niet meer recht evenredig.

En dan kun je behalve naar de totale waarde (kosten) ook nog kijken naar de waarde (kosten) per eenheid, per stuk. Dan moet er worden gedeeld en krijg je formules met breuken er in. Over deze zaken gaat dit onderwerp.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **Lineair en hyperbolisch** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken. De opgaven hieronder zijn bedoeld om je daarbij te helpen.

Begrippenlijst

- recht evenredig (verband) — evenredigheidsconstante, hellingsgetal
- lineair verband — hellingsgetal, richtingscoëfficiënt — startgetal
- lineaire vergelijking — balansmethode
- omgekeerd evenredig (verband) — hyperbool
- hyperbolisch verband — asymptoot

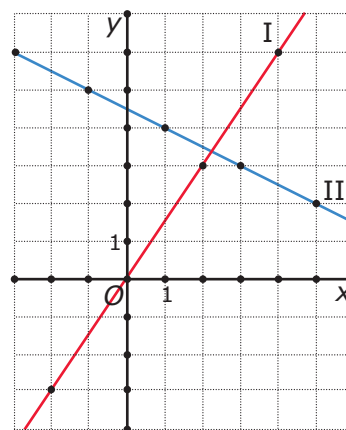
Activiteitenlijst

- formules en grafieken bij recht evenredige verbanden maken en gebruiken
- formules en grafieken bij lineaire verbanden maken en gebruiken
- vergelijkingen en ongelijkheden bij lineaire verbanden oplossen
- formules en grafieken bij omgekeerd evenredige verbanden maken en gebruiken
- formules en grafieken bij hyperbolische verbanden maken en gebruiken

Opgave 1

Hiernaast zie je twee rechte lijnen in een assenstelsel. Het zijn grafieken van y afhankelijk van x .

- Bij welk van beide grafieken is sprake van een recht evenredig verband tussen x en y ? En waarom?
- Bij de in a bedoelde grafiek hoort een formule van de vorm $y = c \cdot x$. Welke waarde heeft de evenredigheidsconstante c ?
- Als de waarde van x tien keer zo groot wordt, hoeveel keer zo groot wordt de waarde van y dan? Toon dit aan door de waarden van y bij x en bij $10x$ met elkaar te vergelijken.



Figuur 1

Opgave 2

In de vorige opgave zie je twee rechte lijnen in een assenstelsel. Het zijn grafieken van y afhankelijk van x . Bij beide grafieken is sprake van een lineair verband tussen x en y .

- Waarom?
- Bepaal de richtingscoëfficiënt (het hellingsgetal) van grafiek II. Stel een formule op bij deze grafiek.
- Ga met behulp van een berekening na of het punt $(41, -16)$ op grafiek II ligt.

Opgave 3

Gebruik weer de grafieken uit **Opgave 1**.

- Met welke vergelijking kun je de x -waarde van het snijpunt van beide grafieken berekenen?
- Los de in a bedoelde vergelijking op.
- Bereken de coördinaten van het snijpunt van beide grafieken.
- Oefen het oplossen van lineaire vergelijkingen in het **Practicum**.

Opgave 4

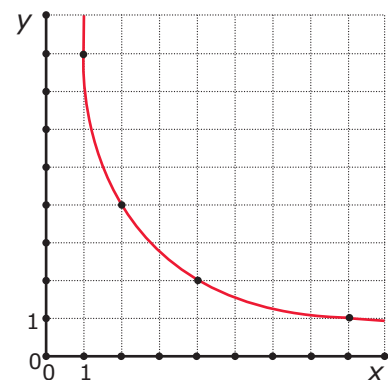
Als je alle waarden van x wilt bepalen waarvoor $1,5x < 4,5 - 0,5x$, dan los je een ongelijkheid op. Daarbij gebruik je de grafieken van $y_1 = 1,5x$ en $y_2 = 4,5 - 1,5x$. Die vind je bij **Opgave 1**.

- Waarom moet je eerst de vergelijking $1,5x = 4,5 - 0,5x$ oplossen?
- Los de ongelijkheid op.

Opgave 5

Hier zie je een deel van de grafiek bij de formule $y = \frac{8}{x}$.

- Waarom is hier sprake van een omgekeerd evenredig verband?
- Welk punt op de grafiek heeft x -waarde 16?
- Welk punt op de grafiek heeft y -waarde 32?
- Wat gebeurt er met de grafiek als x steeds groter wordt?
- Wat gebeurt er met de grafiek als x steeds dichterbij 0 komt?
- Je kunt in deze formule ook negatieve waarden voor x invullen. De grafiek is daarom niet compleet. Hoe ziet de complete grafiek er uit?



Figuur 2

Opgave 6

Gegeven is de formule $y = \frac{8}{x} + 2$.

- Teken een grafiek bij deze formule. Welk soort verband beschrijft deze formule?
- Welk punt op de grafiek heeft x -waarde 16?
- Welk punt op de grafiek heeft y -waarde 34?
- Wat gebeurt er met de grafiek als x steeds groter wordt?
- Wat gebeurt er met de grafiek als x steeds dichterbij 0 komt?
- Bekijk de vergelijking $\frac{8}{x} + 2 = 5$. Laat duidelijk zien hoe je deze vergelijking oplost.
- Welke oplossing heeft de ongelijkheid $\frac{8}{x} + 2 > 5$.

Testen

Opgave 7

Maandag regent het vanaf 8:00 uur voortdurend. Het water in een cilindervormige regenmeter stijgt elke 10 minuten gelijkmatig met 6 mm. Om 8:00 uur was de regenmeter leeg. De waterhoogte wordt aangegeven door h in millimeters en de tijd door t in minuten met $t = 0$ om 8:00 uur.

- Waarom is h recht evenredig met t ?
- Welke formule geeft het verband tussen h en t ?
- Teken een grafiek van h afhankelijk van t .
- Welk hellingsgetal heeft deze grafiek?
- Na hoeveel minuten regenen is de waterhoogte 20 mm?

Opgave 8

Een cilindervormige regenmeter wordt 's avonds geleegd. Het regent 's nachts een beetje. Om 8:00 uur de volgende dag staat er 21 mm water in de meter. Dan regent het zo hard dat er elke 10 minuten 5,5 mm water bijkomt.

De waterhoogte wordt aangegeven door h in millimeters en de tijd door t in minuten.

- Welke formule geeft het verband tussen h en t ?
- Teken een grafiek van h afhankelijk van t .
- Waarom is h nu niet recht evenredig met t ?
- Welk hellingsgetal heeft deze grafiek?
- Als het minder hard regent, wordt het hellingsgetal dan groter of kleiner?
- Hoelang na 8:00 uur blijft de waterhoogte in de regenmeter onder de 50 mm? Geef je antwoord in minuten nauwkeurig.

Opgave 9

Los de vergelijkingen op.

- $5(x - 6) = 36 - (4 - x)$
- $\frac{2}{3}t - 4 = \frac{2t-5}{6}$
- $\frac{32}{x^2} + 10 = 12$

Opgave 10

Los de ongelijkheid $6 - 2x < 0,5x - 1$ op.

Opgave 11

Een school huurt voor € 2500,00 per jaar een kopieermachine voor de leerlingen. Om de kosten te dekken moeten de leerlingen een bepaald bedrag per kopie betalen.

- Hoeveel moeten de leerlingen per kopie betalen als er 5000 kopieën per jaar worden gemaakt? En als er 25000 kopieën per jaar worden gemaakt?
- Leg uit waarom het bedrag per kopie omgekeerd evenredig is aan het aantal kopieën.
De school heeft uitgerekend dat elke kopie aan papier en inkt € 0,05 kost. Die € 0,05 komt extra bij het bedrag dat de leerlingen per kopie moeten betalen. a is het aantal kopieën per jaar.
- Stel een formule op voor het bedrag B dat een leerling per kopie moet betalen afhankelijk van a .
- Van welk soort verband is er nu sprake? Teken een bijpassende grafiek voor 0 tot en met 50000 kopieën.
- Hoeveel kopieën per jaar moeten er worden gemaakt om met een prijs voor de leerlingen van € 0,20 per kopie uit de kosten te komen?

Opgave 12

Los de volgende vergelijkingen op:

- $15 + \frac{4}{x} = 25$
- $15 + \frac{4}{x} = \frac{6}{x}$
- $\frac{200}{4+2x} = 50$
- $\frac{32}{x^2} + 10 = 12$

Opgave 13

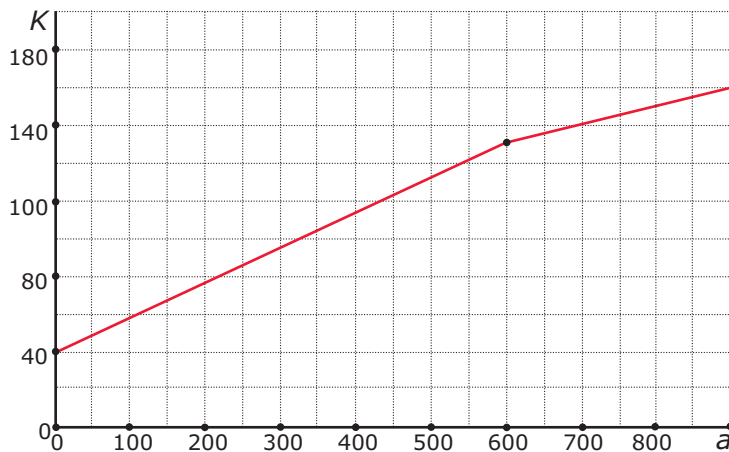
Stel bij de volgende verbanden een passende formule op.

- a Een lineair verband tussen x en y waarvan de grafiek gaat door de punten $A(20,16)$ en $B(25,6)$.
- b Een hyperbolisch verband tussen x en y waarvan de grafiek gaat door het punt $A(20,16)$ en de lijn $y = 10$ als horizontale asymptoot heeft.
- c Een hyperbolisch verband tussen x en y waarvan de grafiek gaat door de punten $A(20,16)$ en $B(25,6)$.

Toepassen

Opgave 14: Grootverbruikstarief

Als je meer dan 600 m^3 gas per jaar verstoekt, ben je een grootverbruiker. Dat geldt bijvoorbeeld voor de glastuinbouw. Om zijn kassen warm te houden verstoekt een tuinder nogal wat gas. Om dit betaalbaar te houden heeft het gasbedrijf een grootverbruikstarief. In de grafiek zie je wat gegevens (in €).



Figuur 3

- a Waarom vertoont de grafiek een knik?
- b Hoeveel bedragen de vaste kosten per jaar en de prijs per m^3 voor een kleinverbruiker? Schrijf je berekening op.
- c Beantwoord dezelfde vraag voor een grootverbruiker.
- d Als a het aantal verbruikte m^3 gas is en K zijn de jaarlijkse kosten (in €) bij grootverbruik, welke formule kun je dan opstellen voor K ?
- e Bij welk grootverbruik komen de jaarlijkse kosten boven de € 200?

Opgave 15: Schaal van Richter

De kracht van een aardbeving wordt gemeten op de schaal van Richter. Een kracht van 6 op de schaal van Richter is al een behoorlijke aardschok. Maar die kracht neemt snel af als je verder van het centrum van de aardbeving af bent. Stel dat voor de kracht k van een bepaalde aardbeving geldt:

$$k = 1 + \frac{100}{r^2 + 20}$$

Hierin is r de afstand in km vanaf het centrum van de beving.

- a Hoeveel bedraagt de kracht van deze aardbeving in het centrum? Rond af op één decimaal nauwkeurig.
- b Hoeveel bedraagt de kracht van deze aardbeving op 5 km van het centrum?

- c** Bij welk getal op de schaal van Richter is er geen sprake van een aardbeving? Leg uit hoe je aan dit antwoord komt.
- d** Teken een grafiek van k afhankelijk van r . Neem voor r getallen van 0 tot en met 0.
- e** Als $k < 1,1$ is de aardbeving niet voelbaar. Bereken in één decimaal nauwkeurig hoeveel km je daarvoor van het centrum af moet zitten.



© 2021

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
