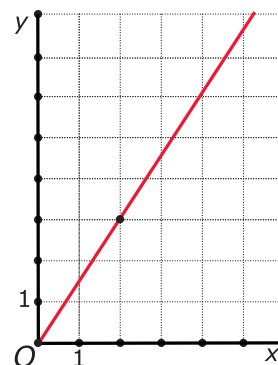


4.1 Recht evenredig

Inleiding

Je hebt al met formules kennisgemaakt. Nu ga je werken met formules met twee variabelen. Je kunt daar een grafiek bij maken. De eenvoudigste grafieken zijn rechte lijnen door de oorsprong van het assenstelsel. Dus daar begin je mee.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- formules en grafieken bij recht evenredige verbanden maken en gebruiken;
- de begrippen evenredigheidsconstante en hellingsgetal;
- van een formule en/of grafiek bepalen of er sprake is van een recht evenredig verband.

Voorkennis

- de begrippen formule, grootheid, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- grafieken bij formules maken en vergelijkingen oplossen met behulp van de balansmethode gebruiken.

Verkennen

Opgave V1

Veel landen hebben een eigen munteenheid. Denemarken bijvoorbeeld heeft de Deense Kroon (DKK). Een Deense Kroon is ongeveer € 0,13.

- Hoeveel euro betaal je bij deze koers voor DKK 600,00?
- Noem de kosten voor het kopen van Deense Kronen E (in €) en het aantal Deense Kronen q . Welke formule geldt er dan als er geen bijkomende kosten zijn?
- Hoe ziet de bijbehorende grafiek er uit?



Figuur 2

Uitleg

Bekijk de applet

Een winkelier koopt een bepaald artikel in voor € 0,50 per kg en verkoopt het voor € 2,00 per kg.

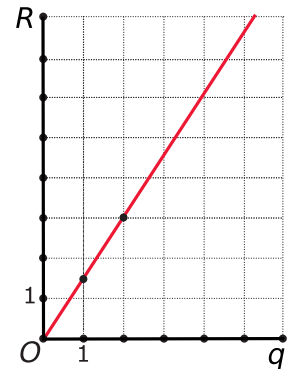
De opbrengst R (in euro) is dan afhankelijk van de hoeveelheid q die hij verkoopt. Er geldt: $R = 1,50q$.

Bij $q = 0$ hoort $R = 1,50 \cdot 0 = 0$.

Bij $q = 5$ hoort $R = 1,50 \cdot 5 = 7,50$.

Bij $q = 10$ hoort $R = 1,50 \cdot 10 = 15$.

Hierbij hoort een grafiek die door $(0,0)$ gaat: als er niets wordt verkocht, is er ook geen opbrengst. De grafiek is een rechte lijn door de oorsprong van het assenstelsel. Hier staan de waarden van q op de horizontale x -as en die van R op de y -as.



Figuur 3

Je zegt dat de variabele R recht evenredig is met de variabele q .

Als q verdubbelt, dan wordt ook R twee keer zo groot.

Het getal 1,50 heet de evenredigheidsconstante. Maar omdat het de helling van de grafiek bepaalt, noem je het ook wel het hellingsgetal.

Opgave 1

Bekijk de formule in de [Uitleg](#).

- Hoeveel bedraagt R als $q = 100$ kg?
- Hoeveel bedraagt R als $q = 200$ kg?
Wat gebeurt er dus met de waarde van R als q twee keer zo groot wordt?
- Wat gebeurt er met R als q drie keer zo groot wordt?
- Je hebt nu gezien dat R recht evenredig is met q . Hoe blijkt dat uit de grafiek?
- Hoe wordt het getal 1,50 in de formule ook wel genoemd?
- Wat is de betekenis van het getal 1,50 voor de grafiek?

Opgave 2

In een inkjetprinter gaan inktpatronen. Zo'n inktpatroon kost € 42,50. Je kunt er gemiddeld 500 velletjes papier mee afdrukken.

- Hoeveel kost de inkt voor 1800 afdrukken?
- Met welke formule kun je de relatie tussen de jaarlijkse kosten voor inkt K en het aantal afgedrukte velletjes papier q weergeven?
- Zijn de jaarlijkse kosten voor inkt recht evenredig met het aantal afdrukken? Zo ja, wat is dan de evenredigheidsconstante?
- Teken de bijpassende grafiek. Neem op de horizontale as de waarden 0, 100, 200, ...
- Waarom heb je daar geen tabel bij nodig?
- Welke betekenis heeft de evenredigheidsconstante voor de grafiek?

Theorie en voorbeelden

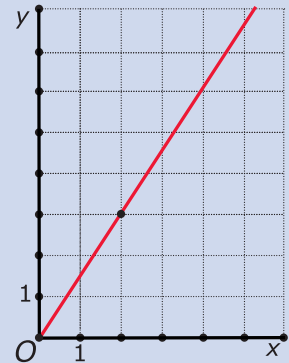
Om te onthouden

Bekijk de applet

In de wiskunde is het gebruikelijk om voor de variabelen de letters x en y te gebruiken in formules. Je zegt dat de variabele y **recht evenredig** is met de variabele x als een verdubbeling van x ook altijd een verdubbeling van y betekent. Hierbij hoort een formule van de vorm $y = a \cdot x$. De grafiek bij een recht evenredig verband is een rechte lijn door de oorsprong $(0,0)$.

- a heet de **evenredigheidsconstante**.
- a bepaalt hoe steil de rechte lijn loopt en heet daarom wel het **hellingsgetal** van die rechte lijn.

Meestal is y de afhankelijke variabele en dus komt y op de verticale as. Die as heet daarom de **y-as**. De horizontale as is de **x-as**.



Figuur 4

Voorbeeld 1

Een fietser rijdt met een constante snelheid op een rechte polderweg van A naar B . Op tijdstip $t = 0$ startte hij bij A , en 12 minuten en 26 seconden later heeft hij precies 5 km afgelegd.

- Met hoeveel km/uur fietst hij?
- Geef een formule voor de afgelegde afstand s vanaf A in km afhankelijk van de tijd t in uren.

Antwoord

Hij legt 5 km in 12 minuten en 26 seconden af.

Dat zijn 5 km in $12 \cdot 60 + 26 = 746$ seconden.

Hij heeft dan een snelheid van $\frac{5}{746}$ km/seconde.

Dat is $\frac{5}{746} \cdot 60$ km/minuut en $\frac{5}{746} \cdot 60 \cdot 60$ km/uur. Zijn snelheid is dus ongeveer 24,1 km/uur.

Bij een constante snelheid is de afgelegde afstand recht evenredig met de tijd. De bijbehorende formule is dus $s = 24,1t$ met t in uren.

Opgave 3

Bekijk in **Voorbeeld 1** hoe de snelheid in km/uur van een fietser wordt uitgerekend.

- Waarom is s recht evenredig met t ?
- Hoe ziet de grafiek uit het voorbeeld van s afhankelijk van t er uit?
- Na hoeveel tijd heeft de fietser uit het voorbeeld 12 km afgelegd?

Opgave 4

Een automobilist is onderweg naar Berlijn en zet zijn cruisecontrol (snelheidsbegrenzer) op 120 km/uur. Dat moment geldt als $t = 0$ waarin t de tijd in uren is.

- Waarom is vanaf dat moment zijn afgelegde afstand s (in km) recht evenredig met t ?
- Hoeveel is de evenredigheidsconstante?
- Na hoeveel tijd heeft deze automobilist 300 km afgelegd?

Voorbeeld 2

Pieter gaat op vakantie met de auto en hij legt 1105 kilometer af. Zijn auto rijdt 13 kilometer op één liter benzine. De benzineprijs is op dit moment € 1,75 per liter.

- Stel de formule op voor het verband tussen de kosten K in euro en de afstand s in km. Rond de evenredigheidsfactor af op twee decimalen.
- Wat kost de vakantie Pieter aan benzine?

Antwoord

Hij kan 13 km rijden met 1 liter benzine en deze kost € 1,75.

13 km kost Pieter dus € 1,75 = 175 eurocent.

Per kilometer is dit dan $\frac{175}{13} = 13,5$ cent.

Voor de kosten K geldt dan $K = 0,13s$ euro.

Dus Pieter zal in totaal $\frac{1105}{13} = 85$ liter benzine verbruiken. De benzine kost € 1,75 per liter. De vakantie kost Pieter dus aan benzine: $85 \cdot 1,75 = 148,75$ euro.

Opgave 5

Marc gaat op vakantie met de auto en hij legt 816 kilometer af. Hij verbruikt 76 liter benzine en de benzineprijs is op dat moment € 1,60.

- Stel de formule op voor het verband tussen de kosten K in euro en de afstand s in km. Rond de evenredigheidsfactor af op twee decimalen.
- Wat betaalt Marc in totaal aan benzine?

Opgave 6

Stel de benzineprijs is op een bepaald moment € 1,70 voor een liter. Iemand tankt voor € 49,30 en kan vervolgens 406 km rijden.

- Hoeveel kilometer kan haar auto rijden op 1 liter benzine?
- Stel de formule op voor het verband tussen de kosten K in euro en de afstand s in km. Rond de evenredigheidsfactor af op twee decimalen.

Verwerken

Opgave 7

Mevrouw Willems krijgt een kilometervergoeding K voor de kilometers die ze voor haar werk met de auto aflegt. Ze krijgt € 0,19 per km. Noem het aantal werkkilometers per maand q .

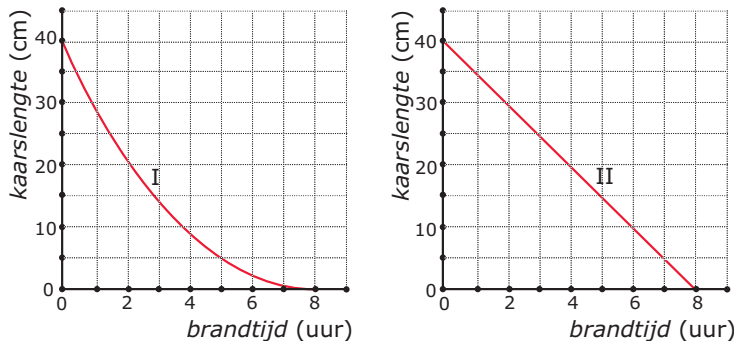
- Stel de formule op voor K .
- Is K recht evenredig met q ? Waarom wel/niet?
- Hoe ziet de grafiek van K er uit?

Mevrouw Willems heeft berekend dat iedere gereden kilometer 12,5 cent aan brandstof kost.

- Zijn de brandstofkosten voor het werk ook recht evenredig met q ?

Opgave 8

Zuiver cilindervormige kaarsen branden gelijkmatig op: elk uur verdwijnt er (in theorie) evenveel kaarslengte. Hier zie je twee grafieken bij opbrandende kaarsen.

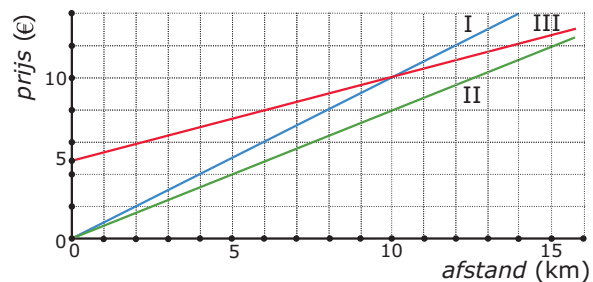


Figuur 5

- Welke van deze twee grafieken hoort bij een cilindervormige kaars en waarom?
- Is de kaarslengte recht evenredig met de brandtijd?
- Met hoeveel centimeter per uur brandt de cilindervormige kaars op?

Opgave 9

De prijs die je voor een rit met een taxi betaalt, hangt af van de afstand die je rijdt. Je ziet hieronder van drie taxibedrijven de grafiek van het verband tussen prijs p (in €) en gereden afstand s (in km).



Figuur 6

- Bij welke firma's betaal je alleen een bedrag per gereden km?
- Geef bij die twee taxibedrijven een formule voor p afhankelijk van s .
- Ook bij het derde taxibedrijf betaal je een vast bedrag per gereden km. Alleen berekenen zij ook nog voorrijkosten. Hoeveel bedragen die voorrijkosten?
- Stel ook voor die derde firma een formule op voor p .
- Hoe kun je aan de grafiek en de formule zien dat bij die derde firma de prijs p niet recht evenredig is met het aantal gereden km s ?

Opgave 10

De volgende formules beschrijven een verband tussen x en y :

- formule I: $y = 0,85x$
- formule II: $y = 0,85 + x$
- formule III: $y = 8,5x$
- formule IV: $y = 8,5 - 1,5x$

- Bij welke van deze formules is y recht evenredig met x ?
- Bereken bij elk van deze formules de waarde van x waarvoor $y = 5$.

Opgave 11

Bij constante snelheid geldt: $s = vt$, waarin

- s de afgelegde weg in m is;
- v de snelheid in m/s is;
- t de tijd in s is.

- Leg uit waarom de afgelegde weg bij constante snelheid recht evenredig is met de tijd.

- b Een voorwerp beweegt 20 s met een snelheid van 40 m/s. Hoeveel bedraagt zijn afgelegde weg?
- c Een voorwerp beweegt 20 s en legt daarin 700 m af. Met welke snelheid bewoog dit voorwerp?
- d Een voorwerp beweegt 1500 m met een snelheid van 60 m/s af. Hoe lang doet het daar over?
- e Je kunt de gegeven formule ook in de vorm $v = \dots$ schrijven. Hoe ziet de formule er dan uit?
- f Schrijf de gegeven formule in de vorm $t = \dots$

Opgave 12

Twee wielrenners rijden een ronde van 178 km. De eerste wielrenner fietst met een constante snelheid van 42 km/h. De tweede komt 3 minuten later binnen dan de eerste wielrenner.

- a Hoelang doet de eerste wielrenner over de ronde? Geef je antwoord in seconden nauwkeurig.
- b Wat is de constante snelheid van de tweede renner in kilometers per uur? Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Toepassen

Veel volwassenen bezitten een auto om zich te verplaatsen. Dat kost geld, met name aan brandstofkosten. Je kunt vrij eenvoudig een schatting maken van het bedrag dat je daar jaarlijks aan kwijt bent.

Neem eens aan dat je dat wilt doen voor een auto die op benzine rijdt. Je maakt dan een lijst met de kilometerstanden (aflezen op de km-teller in de auto) en de hoeveelheid benzine die je tankt op dat moment. En dat houd je een tijdje vol. Daarmee bereken je hoeveel liter benzine de auto gemiddeld per km verbruikt. Verder houd je in dezelfde periode de benzineprijs bij. Op grond daarvan maak je een schatting van de gemiddelde benzineprijs (in euro per liter) voor het jaar waarvoor je de brandstofkosten wilt schatten.

Opgave 13: Auto op benzine

Deze tabel is gemaakt door de bestuurder van een auto die op benzine rijdt. De kilometerstand en de hoeveelheid getankte benzine is steeds op hetzelfde moment opgeschreven. (Je kunt misschien zelf ook wel dergelijke gegevens bemachtigen. Dan heb je nog wat aan het rekenwerk!)

- a Laat zien dat deze bestuurder gemiddeld ongeveer 0,08 liter benzine per gereden km verbruikte.
- b De gemiddelde benzineprijs was in die periode € 1,75 per liter. Hoeveel bedragen zijn brandstofkosten per kilometer?

Voor een schatting van de totale brandstofkosten per jaar (K in euro) neem je aan dat die recht evenredig met het aantal gereden kilometers per jaar (a in km) zijn.

- c Waarom is dat een aanname?
- d Stel een formule op bij het verband tussen K en a en bereken hiermee de brandstofkosten voor een jaar waarin deze auto ongeveer 18000 km rijdt.
- e Is een onkostenvergoeding van € 0,19 per km voor de kilometers die iemand voor zijn werk rijdt dus zonder meer voordelig voor de automobilist? Licht je antwoord toe.

benzinekosten auto	
km-teller	getankt
kilometerstand	aantal L
12115	45
12678	50
13328	50
13477	40
13997	45
14652	50
15301	50
15984	40
16524	50
17264	45
17925	48

Figuur 7

Opgave 14: Auto op benzine, op diesel, op gas, of elektrisch?

Er zijn ook auto's die niet op benzine rijden, zelfs in dezelfde prijsklasse. Ook daarvan kun je de brandstofkosten per jaar schatten. Wat is het voordeligst?

Houd een vergelijkend onderzoek naar de jaarlijkse brandstofkosten van auto's uit dezelfde prijsklasse die op verschillende brandstoffen rijden. Zoek zoveel mogelijk echte gegevens en/of zoek op internet. Kies zelf een prijsklasse.

Testen

Opgave 15

Een koffiehuis verkoopt kopjes koffie voor € 2,50 per stuk. Het kost het koffiehuis € 0,30 om een kopje koffie te zetten.

- a Geef de formule voor de opbrengst R met q als aantal verkochte kopjes.
- b Geef de evenredigheidsconstante voor deze formule.
- c Wat bedraagt de opbrengst als er 50 kopjes koffie worden verkocht?
- d Hoeveel winst maakt het koffiehuis op 100 kopjes koffie?

Opgave 16

Bij welke van de formules is sprake van een recht evenredig verband? Geef in dat geval de evenredigheidsconstante.

- a $y = 3,25x$
- b $K = 3,25q + 140$
- c $Z = -2,5w$
- d $O = 10 - t$

Opgave 17


Een fietser rijdt met constante snelheid over een rechte weg van punt A naar B . Op het tijdstip $t = 0$ start hij bij punt A . Na 16 minuten en 44 seconden heeft hij precies 4 km afgelegd.

- a Hoeveel km/h fietst hij?
- b Stel de formule op voor de afgelegde afstand s in kilometers afhankelijk van de tijd t in uren.



© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
