

3.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Bij diverse problemen gaat het om variabele grootheden, kortweg variabelen. In de wiskunde worden ze vaak door letters voorgesteld. Je komt ze in formules tegen en soms moet je er mee rekenen. In veel gevallen heb je met verbanden te maken die leiden tot situaties waarin het éne gelijk is aan iets anders. Dan kom je vergelijkingen tegen. Vaak zoek je variabelen die zo'n vergelijking kloppend maken, waar maken. Je lost dan de vergelijking op.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **werken met variabelen** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken. De opgaven hieronder zijn bedoeld om je daarbij te helpen.

Begrippenlijst

- formule — uitdrukking herleiden — variabele — factor van een vermenigvuldiging — term van een optelling — gelijksoortige termen
- macht, machtsverheffen — kwadraat, tweede macht
- vergelijking (met één variabele) — rekenschema — terugrekenschema, inverse bewerkingen
- balansmethode
- haakjes wegwerken

Activiteitenlijst

- uitdrukkingen (in formules) herleiden door factoren te vermenigvuldigen en gelijksoortige termen samen te nemen;
- uitdrukkingen (in formules) herleiden door factoren te vermenigvuldigen en daarbij machten te gebruiken en gelijksoortige termen samen te nemen;
- rekenschema's gebruiken om vergelijkingen op te lossen waarin de variabele één keer voor komt;
- de balansmethode gebruiken om vergelijkingen op te lossen;
- uitdrukkingen herleiden door haakjes weg te werken;

Opgave 1

Herleid.

- a** $5a + 2a + 6 + a + 1$
- b** $5a - 2a + 6 + a - 1$
- c** $-3a + 4ab - 2a - ab + 2b$
- d** $2a \cdot 6a - 4a - 5a^2$

Opgave 2

Herleid.

- a** $a \cdot a \cdot 2a$
- b** $4a^2 \cdot 3a^5$
- c** $2a \cdot -3a^2 \cdot -2b$

Opgave 3

Taxibedrijf A berekent de ritprijs als volgt:

Als de rit begint dan staat de taximeter op € 4,00. Voor iedere in de taxi afgelegde kilometer moet daar bovenop € 2,50 worden betaald. Zij gebruiken dus de formule $p = 4,00 + 2,5 \cdot a$.

- a** Je kunt het verband weergeven met een rekenschema. Laat dat zien.
- b** Je betaalt voor een rit in een taxi van dit bedrijf € 20,25. Met welke vergelijking kun je dan het aantal gereden km berekenen?
- c** Laat zien hoe je deze vergelijking oplost door terugrekenen.

Opgave 4

Los de volgende vergelijkingen op met de balansmethode. Laat duidelijk zien wat je elke stap doet.

- a $23g + 40 = 18g + 85$
- b $200 - 5g = 10g - 150$

Opgave 5

Werk in de volgende uitdrukkingen de haakjes uit. Laat duidelijk zien hoe je te werk gaat.

- a $4(x + 3)$
- b $4(x - 3)$
- c $4 - (x - 3)$
- d $(x + 3)(x + 2)$
- e $(x + 3)(x - 3)$
- f $(x^2 - 3)^2$

Opgave 6

Los de volgende vergelijkingen op. Laat duidelijk zien hoe je te werk gaat.

- a $4x - 2(x - 3) = 12$
- b $k(k - 2) = (k - 1)(k + 5)$

Testen

Opgave 7

Een bedrijf dat veerdiensten verzorgt tussen diverse havens in Denemarken, Duitsland, Noorwegen en Zweden rekent voor het vervoer prijzen die afhangen van de vaartijd, de gemiddelde tijdsduur van een tocht tussen twee plaatsen met één van hun veerboten. Ze hanteren daarbij de formule $p = 35 + 10 \cdot t$, waarin p de prijs in euro en t de gemiddelde vaartijd in uren is.

- a Maak bij deze formule een rekenschema.
- b Voor een bepaalde overtocht ben je € 215,00 kwijt en je wilt weten hoeveel uur deze boottocht gemiddeld duurt. Welke vergelijking moet je oplossen?
- c Los deze vergelijking op met behulp van een terugrekenchema.
- d Hoeveel uur duurt deze tocht gemiddeld?

Opgave 8

Werk de haakjes uit en schrijf de volgende uitdrukkingen zo kort mogelijk.

- a $4(6 + 3p) - 2(p - 4)$
- b $2x \cdot (x - 3)$
- c $(a + 5)(a + 12)$
- d $(x - 3)(x + 7)$
- e $-4k(k^2 + 2k)$
- f $(m - 4)^2$

Opgave 9

Los de volgende vergelijkingen op.

- a $2(k - 3) = 6$
- b $-x(x + 3) = (x + 5)(7 - x)$
- c $\frac{1}{3}x + \frac{5}{6} = \frac{x}{2}$
- d $6x - 2(x - 4) = 15$

Opgave 10

Iemand heeft 100 oude munten bewaard: guldens en rijksdaalders. Stel je voor dat hij van een verzamelaar voor elke gulden nog € 0,50 en voor elke rijksdaalder € 1,25 terug kan krijgen. De totale partij is dan nog € 73,25 waard.

Hoeveel guldens heeft hij dus bewaard? (Los dit probleem op met behulp van een vergelijking.)

Opgave 11

In de eredivisie voetbal worden 3 punten toegekend voor een gewonnen wedstrijd, 1 punt voor gelijkspel en 0 punten voor een verloren wedstrijd. Er worden in een seizoen 34 wedstrijden gespeeld. Jouw favoriete ploeg heeft in een bepaald seizoen 11 keer verloren en 55 punten verzameld.

Hoeveel wedstrijden hebben ze gewonnen? (Los dit probleem op met behulp van een vergelijking.)

Opgave 12

Martin de Vries heeft rozen geplant in rijen. Elke rij heeft evenveel rozen als er rijen zijn. Zijn buurman doet hetzelfde, maar hij plant per rij 4 rozen minder. Daarentegen maakt hij 5 rijen met rozen meer. Beiden gebruiken evenveel rozenstruikjes.

Hoeveel? (Los dit probleem op met behulp van een vergelijking.)

Toepassen

In bepaalde situaties kun je bij het oplossen van een probleem wel eens op de gedachte komen om twee variabelen in te voeren. Hier zie een voorbeeld van probleem dat iemand oplost door twee variabelen te gebruiken.

Tijdens een toneelvoorstelling waren er in totaal 592 bezoekers. De leden van de toneelclub betaalden € 2,= entree en de niet-leden € 5,=. Er is in totaal € 2708,= binnengekomen. Hoeveel niet-leden zaten er in de zaal?

Je kunt dit probleem aanpakken door het aantal leden x en het aantal niet-leden y te stellen. Uit de tekst hierboven volgt dan $x + y = 592$ en $2x + 5y = 2708$.

En met die twee vergelijkingen kun je het probleem oplossen.

Opgave 13: Twee variabelen, of toch maar één?

- a Leg uit hoe je de twee vergelijkingen uit de tekst kunt afleiden.
- b Leg uit waarom $x + y = 592$ is te schrijven als $y = 592 - x$.
- c Schrijf ook de andere vergelijking in de vorm $y = \dots$
- d Je hebt nu twee verbanden tussen x en y . Daarbij kun je grafieken maken. Teken die twee grafieken in één figuur.
- e Welke betekenis heeft het snijpunt van beide grafieken?
- f Met welke vergelijking kun je dit snijpunt berekenen? Los deze vergelijking op met de balansmethode.
- g Wat is nu het antwoord op de vraag?
- h Kon je dit probleem ook oplossen door maar één variabele in te voeren? Hoe dan?

Opgave 14: Sinas en cola

Twee leerlingen kopen voor een klassenavond sinas en cola. Sinas kost € 1,40 per fles van 1 liter en cola € 1,20 per literfles. Ze willen aan drinken € 20,00 uitgeven. Omdat cola goedkoper is kopen ze twee keer zoveel cola als sinas. Hoeveel van elke soort flessen moeten ze aanschaffen?

- a Noem het aantal literflessen sinas x en het aantal literflessen cola y . Leg uit welke twee vergelijkingen je uit de tekst kunt afleiden.
- b Schrijf ook de tweede vergelijking in de vorm $y = \dots$

- c** Je hebt nu twee verbanden tussen x en y . Daarbij kun je grafieken maken. Teken die twee grafieken in één figuur.
- d** Waarom hoef je nu het snijpunt van beide grafieken niet precies uit te rekenen?
- e** Wat is nu het antwoord op de vraag? Komen ze precies met het geld uit?
- f** Kon je dit probleem ook oplossen door maar één variabele in te voeren? Hoe dan?



© 2021

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
