3.5 Haakjes in formules

Inleiding

Door de rekenvolgorde zijn er soms in formules haakjes nodig. En ook kunnen in vergelijkingen haakjes voorkomen. Daar ga je nu kennis mee maken.

Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- haakjes wegwerken en herleiden;
- vergelijkingen met haakjes erin oplossen.

Voorkennis

- rekenen, ook met negatieve getallen, en de juiste rekenvolgorde gebruiken;
- de begrippen formule, grootheid, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- uitdrukkingen herleiden door vermenigvuldigen van factoren en optellen/aftrekken van gelijksoortige termen;
- bij een formule een rekenschema en een terugrekenschema opstellen en gebruiken om een variabele te berekenen;
- een vergelijking oplossen met de balansmethode.

Verkennen

Opgave V1

Je bepaalt je (Europese) schoenmaat s door de lengte van je voet v in cm te meten. Er geldt: $s = 1{,}5 \cdot (v + 2)$.

a Maak een bijpassend rekenschema. Waarom staan er haakjes in deze formule?

b Iemand beweert dat je je schoenmaat ook zo kunt uitrekenen: $s = 1{,}5 \cdot v + 3$. Klopt dat?

Opgave V2

Bedenk een getal zonder het me te vertellen. Vermenigvuldig het getal met 4 en tel bij het antwoord 20 op. Trek hiervan twee keer het getal af en neem de helft van wat je nu hebt gevonden.
Als je me nu de uitkomst van deze berekening vertelt, weet ik het getal dat je had bedacht.

Noem het getal g en de uitkomst u en stel een formule op voor u afhankelijk van g. Schrijf die formule daarna zo eenvoudig mogelijk.

Uitleg 1

In formules moet je met de rekenvolgorde en dus met haakjes rekening houden. Rekenschema's laten dat zien:

- Formule: $K = 2 \cdot p + 7$
  Rekenschema: $p \xrightarrow{\boxed{\cdot 2}} \ldots \xrightarrow{\boxed{+7}} K$
- Formule: $K = 2 \cdot (p + 7)$
  Rekenschema: $p \xrightarrow{\boxed{+7}} \ldots \xrightarrow{\boxed{\cdot 2}} K$

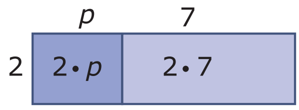
Een formule met haakjes kun je ook herschrijven tot er geen haakjes meer zijn.
Je noemt dat haakjes wegwerken.

Hier zie je hoe dat gaat, de figuur hiernaast laat zien waarom het (voor positieve p) klopt.

$2 \cdot (p + 7) = 2 \cdot p + 2 \cdot 7 = 2 \cdot p + 14$

Ga na dat $K = 2 \cdot (p + 7)$ en $K = 2 \cdot p + 14$ dezelfde tabel en grafiek opleveren.

Het uitwerken van de haakjes is vaak handig bij het oplossen van vergelijkingen. (Niet altijd!)



Figuur 2

Opgave 1

Bekijk **Uitleg 1**. Je ziet hoe je haakjes kunt uitwerken.

a Leg uit hoe je aan de eerste figuur kunt zien dat $2 \cdot (p + 7) = 2 \cdot p + 14$.

b Teken een rechthoek van 3 en een lengte van $a + 8$ en laat zien hoe je $3 \cdot (a + 8)$ zonder haakjes kunt schrijven.

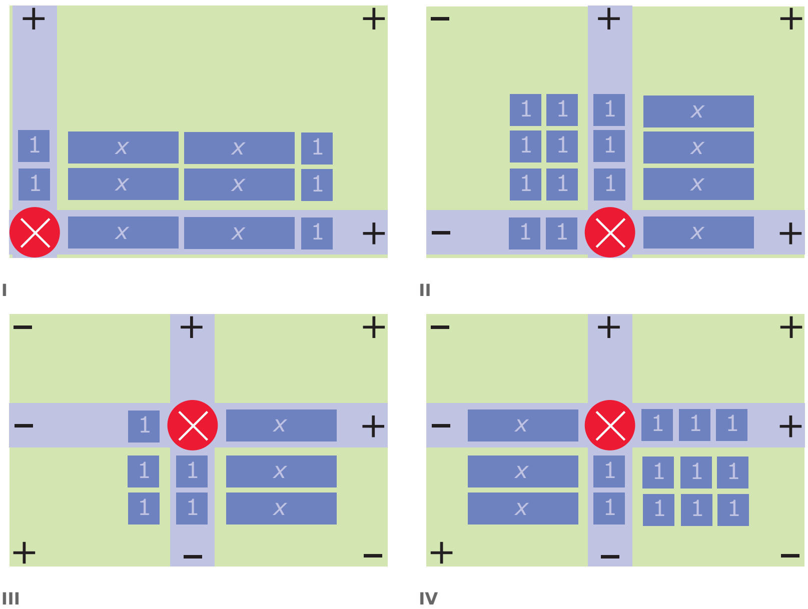
c Laat ook met behulp van rechthoeken zien hoe je $2 \cdot (x - 5)$ zonder haakjes kunt schrijven.

d Wat wordt $a(b + c)$ zonder haakjes?

e Wat wordt $-a(b - c)$ zonder haakjes?

Opgave 2

Je kunt het uitwerken van haakjes zichtbaar maken met figuren zoals deze.



Figuur 3

a In figuur I wordt het uitwerken van de haakjes in de uitdrukking $2 \cdot (2x + 1)$ uitgebeeld. Hoe wordt deze uitdrukking zonder haakjes?

b In figuur II wordt het uitwerken van de haakjes in de uitdrukking $3 \cdot (x - 2)$ uitgebeeld. Hoe wordt deze uitdrukking zonder haakjes?

c Wat wordt er in de derde figuur uitgebeeld?

d En wat wordt er in de vierde figuur uitgebeeld?

e Maak zelf zo'n tekening bij het uitwerken van haakjes en laat een medeleerling de bijbehorende uitdrukking opschrijven.

Opgave 3

Schrijf de volgende uitdrukkingen zonder haakjes.

a $2 \cdot (x + 3)$

b $4 \cdot (y - 3)$

c $-3 \cdot (a + 4)$

d $-4 \cdot (p - 6)$

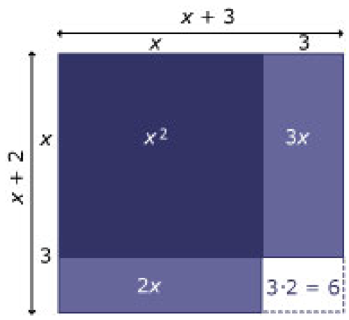
Uitleg 2

Een vierkant stuk land wordt aan de oostkant uitgebreid met een strook van 3 m breed en aan de zuidkant met een strook van 2 m breed. De oppervlakte van het nieuwe stuk land kun je dan op twee manieren schrijven:

$A = (x + 3) \cdot (x + 2)$ en $A = x \cdot x + 2 \cdot x + 3 \cdot x + 3 \cdot 2$

In dit geval krijg je dan: $A = (x + 3)(x + 2) = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$

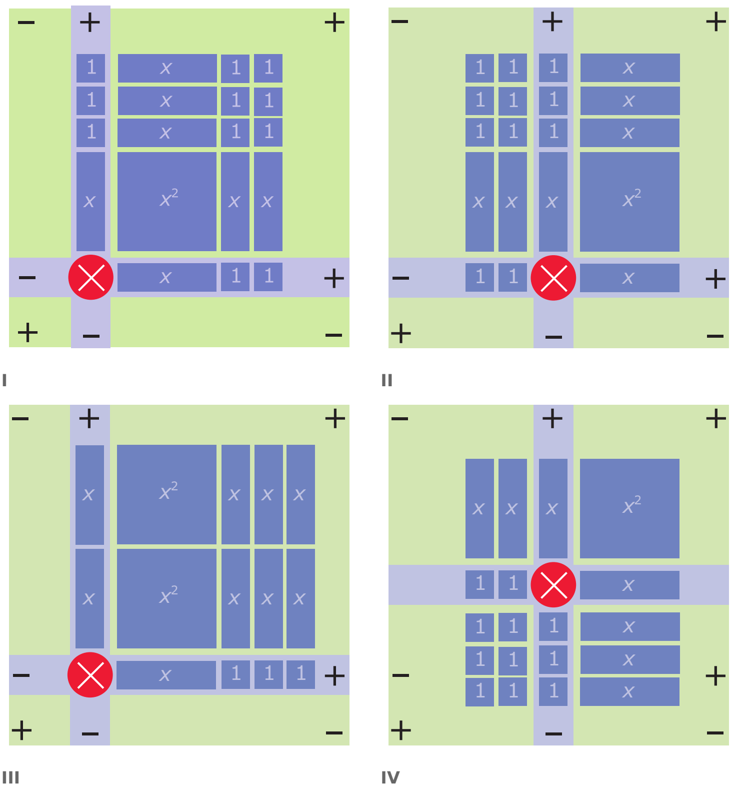
Dit is ook een voorbeeld van haakjes wegwerken.



Figuur 4

Opgave 4

Bekijk **Uitleg 2**. Je ziet hoe je haakjes kunt uitwerken en daarbij met machten moet rekenen. In deze twee figuren worden dergelijke uitwerkingen in beeld gebracht.



Figuur 5

a Leg uit dat in de eerste figuur $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$ in beeld wordt gebracht.

b In de tweede figuur wordt in beeld gebracht hoe je $(x - 2)(x + 3)$ zonder haakjes kunt schrijven. Laat zien hoe dat gaat en dat je berekening klopt met de figuur.

c Welke uitwerking wordt in de derde figuur in beeld gebracht?

d Welke uitwerking wordt in de vierde figuur in beeld gebracht?

Opgave 5

Werk in de volgende uitdrukkingen de haakjes uit en schrijf ze zo kort mogelijk.

a $(x + 2)\,(x + 4)$

b $(x + 2)\,(x - 4)$

c $x(3x + 1)$

d $(x + 2)\,(y + 3)$

e $(a - 1)\,(a - 4)$

f $(b + 4)\,(b - 4)$

Theorie en voorbeelden

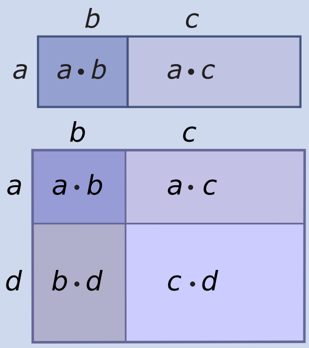
Om te onthouden

Een formule met haakjes kun je ook herschrijven tot er geen haakjes meer zijn.
Je noemt dat **haakjes wegwerken**.

In het algemeen geldt voor alle getallen a, b en c:

- $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
  Korter: $a(b + c) = ab + ac$.
- $(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$
  Of korter: $(a + b)\,(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Dit geldt ook als één of meer van die waarden negatief zijn. In feite is dit een algemene eigenschap van getallen.



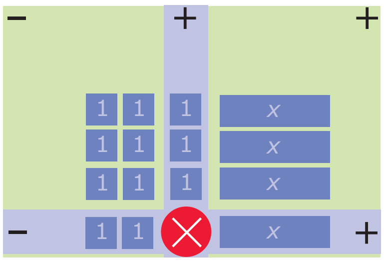
Figuur 6

Voorbeeld 1

Als er in uitdrukkingen haakjes voorkomen, kun je die wegwerken. Soms is dat handig omdat de uitdrukking er eenvoudiger van wordt. Je ziet in de figuur dat $3(x - 2) = 3 \cdot x - 3 \cdot 2 = 3x - 6$.

Werk in de volgende uitdrukkingen de haakjes weg (maak er eventueel zo'n figuur bij):

- $2 \cdot (x + 5)$
- $2 \cdot (x - 5)$
- $-2(x - 5) + 10$
- $6 - (x - 5)$



Figuur 7

Antwoord

- $2 \cdot (x + 5) = 2 \cdot x + 2 \cdot 5 = 2x + 10$
- $2 \cdot (x - 5) = 2 \cdot (x + -5) = 2 \cdot x + 2 \cdot -5 = 2x - 10$
- $-2(x - 5) + 10 = -2(x + -5) + 10 = -2 \cdot x + -2 \cdot -5 + 10 = -2x + 20$
- $6 - (x - 5) = 6 + -1(x + -5) = 6 + -1 \cdot x + -1 \cdot -5 = 11 - x$

Opgave 6

Werk in de volgende uitdrukkingen de haakjes uit en schrijf ze zo kort mogelijk.

a $4 \cdot (k + 5)$

b $10(x - 3)$

c $2 \cdot (1 - 2x)$

d $2 - (1 - 2x)$

Opgave 7

Schrijf de volgende formules zonder haakjes en zo kort mogelijk.

a $y = 2(x - 4) - 5$

b $y = 2(x - 4) - (5 - x)$

c $K = 3(p - 3) + (p - 3)$

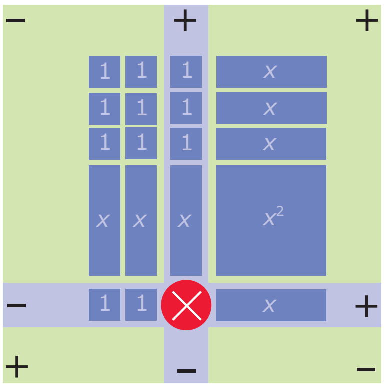
d $u = \text{-}4(t - 4)$

Voorbeeld 2

Als er in uitdrukkingen haakjes voorkomen, kun je die wegwerken. Soms is dat handig omdat de uitdrukking er eenvoudiger van wordt. Je ziet in de figuur dat $(x - 2)(x + 3) = x^2 + 3 \cdot x - 2 \cdot x - 2 \cdot 3 = x^2 + x - 6$.

Werk in de volgende uitdrukkingen de haakjes weg (maak er eventueel zo'n figuur bij):

- $(x + 2)(x + 5)$
- $(x - 2)(x + 5)$
- $(x - 2)(x - 5)$
- $(2x + 1)^2$
- $x(2x + 1)$



Figuur 8

Antwoord

- $(x + 2)(x + 5) = x \cdot x + x \cdot 5 + 2 \cdot x + 2 \cdot 5 = x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$
- $(x - 2)(x + 5) = (x + \text{-}2)(x + 5) = x \cdot x + x \cdot 5 + \text{-}2 \cdot x + \text{-}2 \cdot 5 = x^2 + 3x - 10$
- $(x - 2)(x - 5) = (x + \text{-}2)(x + \text{-}5) = x \cdot x + x \cdot \text{-}5 + \text{-}2 \cdot x + \text{-}2 \cdot 5 = x^2 - 7x - 10$
- $(2x + 1)^2 = (2x + 1)(2x + 1) = 2x \cdot 2x + 2x \cdot 1 + 1 \cdot 2x + 1 \cdot 1 = 4x^2 + 4x + 1$
- $x(2x + 1) = x \cdot 2x + x \cdot 1 = 2x^2 + x$

Opgave 8

Werk in de volgende uitdrukkingen de haakjes uit en schrijf ze zo kort mogelijk.

a $(x + 3)(x + 4)$

b $(x + 3)(x + 4)$

c $(2x + 3)(4 - 3x)$

d $(x - 3)^2 - 9$

e $2x(x - 3) - 9$

Opgave 9

Schrijf de volgende formules zo kort mogelijk.

a $y = 2(x - 4)(5 - x)$

b $K = 3(p - 3) + (p - 3)^2$

c $u = (t - 4)(t + 4)$

Voorbeeld 3

Los de vergelijkingen op. Heeft een vergelijking een variabele op meerdere plekken? Werk dan eerst de haakjes weg.

- $5(3x+4)=10x$
- $5(3x+4)=10$
- $x^2+13x=(x+3)(x+4)$

Antwoord

De eerste vergelijking heeft een variabele op twee plekken. Werk daar eerst de haakjes weg.

$$\begin{aligned} 5(3x+4) &= 10x && \text{haakjes wegwerken} \\ 15x+20 &= 10x && \text{beide zijden } -10x \\ 5x+20 &= 0 && \text{beide zijden } -20 \\ 5x &= -20 && \text{beide zijden : } 5 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

De tweede vergelijking heeft een variabele op één plek. Haakjes wegwerken is niet nodig. Als je deze vergelijking wilt oplossen, kun je met rekenschema's werken.

De derde vergelijking heeft een variabele op vier plekken. Werk eerst de haakjes weg.

$$\begin{aligned} x^2+13x &= (3+x)(x+4) && \text{haakjes wegwerken} \\ x^2+13x &= 3x+12+x^2+4x && \text{herleid} \\ x^2+13x &= x^2+7x+12 && \text{beide zijden } -x^2 \\ 13x &= 7x+12 && \text{beide zijden } -7x \\ 6x &= 12 && \text{beide zijden : } 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Opgave 10

Los op:

a $5(3x-6)=14x+11$

b $7+6x=9(4x-10)$

c $2(x+3)+6x=14$

d $3(x-4)+16=x+20$

Opgave 11

Los op.

a $9(a-5)=3(a+2)$

b $8\left(2b+\frac{1}{2}\right)=4(7-2b)$

c $(a+2)(a+7)=(a+3)(a+4)$

d $(8-b)(b+4)=(b-3)(9-b)$

Opgave 12

Je wilt het volgende probleem oplossen: "Boer Brandwijk koopt kippen en geiten. 50 dieren kosten hem 1000 euro. Een kip kost € 1,00 en een geit kost € 51,00. Hoeveel kippen en hoeveel geiten koopt hij?"

a Noem het aantal kippen x. Hoeveel geiten zijn er dan?

b Het totale bedrag dat hij moet betalen is € 1000. Welke vergelijking met de variabele x levert dat op?

c Los deze vergelijking op.

d Wat is de oplossing van deze puzzel?

Verwerken

Opgave 13

Werk de haakjes uit en schrijf de volgende uitdrukkingen zo eenvoudig mogelijk.

a $10 \cdot (p + 3)$

b $5(2 - 6x)$

c $3(2a + 3) - (6a - 9)$

d $(a - 2)\,(a + 5)$

e $3(b + 1)\,(b - 4)$

f $(2c - 5)^2$

Opgave 14

Los de volgende vergelijkingen op.

a $4(2a + 3) = 14a$

b $6 - 2 \cdot (2x - 1) = 30$

c $2(k + 5) = -4(k - 8)$

d $3(x + 1) - 2(x - 4) = 1$

Opgave 15

300 brugklassers bestellen via school een rekenmachine. Er zijn twee soorten rekenmachines toegestaan, soort A van € 15,00 en soort B van € 12,00. Dat kost in totaal € 4320,00. Hoeveel rekenmachines van elke soort worden er gekocht?

a Als er 50 rekenmachines van soort A worden besteld, hoeveel van soort B moeten er dan worden besteld? Waarom kan dit nooit het juiste antwoord op de vraag zijn?

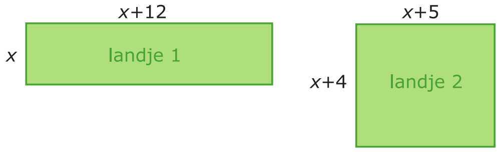
b Neem voor het aantal rekenmachines van soort A een variabele en stel dan een bij dit probleem passende vergelijking op.

c Los deze vergelijking op.

d Hoeveel machines van elke soort zijn er besteld?

Opgave 16

De twee getekende landjes hebben dezelfde oppervlakte.



Figuur 9

a Welke vergelijking levert dit op?

b Los de vergelijking op.

c Welke oppervlakte hebben de landjes?

Opgave 17

Een leeftijdspuzzle: “Arnoud en Maartje zijn samen 36 jaar oud. Arnoud is twee keer zo oud als Maartje 3 jaar geleden was. Hoe oud zijn beide?”

a Kies voor de huidige leeftijd van Maartje de letter x. Hoe oud was ze drie jaar geleden? En hoe oud is Arnoud?

b Welke vergelijking in x past er bij deze puzzle?

c Los deze vergelijking op.

d Welke oplossing heeft de puzzle?

Opgave 18

Het land van boer Brandwijk was een vierkant van x bij x m. Door de aanleg van een fietspad moet hij aan de westkant een strook van 3 m afstaan. Hij wil er aan de zuidkant een strook van 4 m bij.

a Maak een plaatje van de hierboven beschreven situatie.

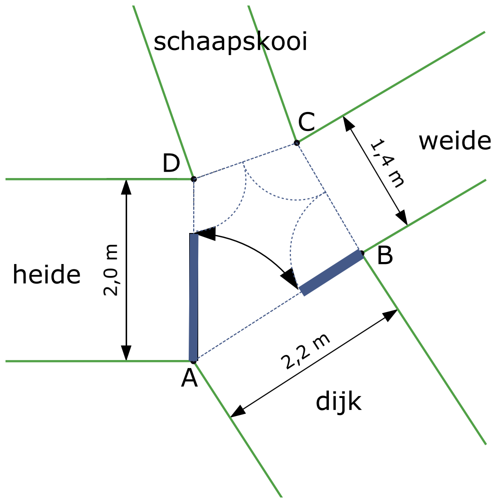
b Welke oppervlakte heeft zijn land na de aanleg van het fietspad als hij zijn zin krijgt? Schrijf de uitdrukking met haakjes en zonder haakjes.

c Als zijn land oorspronkelijk 100 m lang en breed was, hoeveel m^2 heeft hij er dan bij gekregen? Verklaar je antwoord.

d Bij welke waarde van x is het land na de aanleg van het fietspad even groot als ervoor? Verklaar je antwoord.

Toepassen

Boer Harmsen houdt schapen. Die schapen heeft hij soms in een weiland, soms op de heide en soms op de dijk. Hij heeft van de éne naar de andere plek paden gemaakt. Die paden hebben alle drie een andere breedte en komen ergens bij elkaar, zoals je ziet. Daar begint ook een pad naar de schaapskooi. Harmsen heeft bedacht dat het handig is om steeds twee van die paden tegelijk te kunnen afsluiten, dan kunnen zijn schapen gemakkelijk van de éne plaats naar de andere worden gebracht. Hij plaatst daarom vier hekken op dit kruispunt, bij elk van de punten A, B, C en D komt een paal met daaraan een hek dat kan draaien om die paal. Zo komt bij A een hek dat een deel van het pad naar de heide, maar ook een deel van het pad naar de dijk kan afsluiten. En dergelijke hekken komen er ook bij de andere punten. Hij kan zo steeds twee wegen afsluiten. De hekken bij C en bij D maakt hij even breed.



Figuur 10

Hoe breed moeten alle hekken en het pad naar de schaapskooi worden?

Opgave 19: Schapen houden

Los het probleem van schapenhouder Harmsen op dat is beschreven in **Toepassen**.

Opgave 20: Leeftijd raden

Schrijf het nummer op van de maand waarin je jarig bent, maar laat het niet zien. Vermenigvuldig dit getal met 5. Tel er 6 bij op en vermenigvuldig het resultaat met 4. Tel daar 1 bij op en vermenigvuldig de uitkomst met 5. Tel daar tenslotte het nummer van de dag bij waarop je jarig bent en trek er nog 125 van af. Als je mij nu de einduitkomst vertelt, weet ik op welke datum je jarig bent.

Dat dit werkt kun je verklaren met behulp van haakjes uitwerken. Probeer maar...

Opgave 21: Leeftijdsverschil

Een hersenkraker:

Een man en een vrouw zijn samen 91 jaar oud. De vrouw is een aantal jaren jonger dan de man. Toen de man zo oud was als zij nu is, was de vrouw 26. Hoe oud zijn de man en de vrouw nu?

a Neem voor de huidige leeftijd van de man maar eens een getal, bijvoorbeeld 60 jaar. Hoe oud moet de vrouw dan nu zijn?

b De gekozen leeftijd voor de man betekent dat zij 26 jaar oud was toen hij 31 jaar was. Waarom kan dit nooit waar zijn?

c Kun je een betere schatting van de leeftijd van de man maken?

d Neem voor de leeftijd van de man nu x. Hoe oud is de vrouw dan nu?

e Welke vergelijking ontstaat nu als je op hun leeftijdsverschil let?

f Los deze vergelijking op en bepaal zo de leeftijd van de man en die van de vrouw.

Testen

Opgave 22

Herleid.

a $3(x+4)$

b $2(x+2)-(x+4)$

c $(x+2)(x+4)$

d $(x+2)(x-4)$

e $(x+2)(y+3)$

f $(a-1)(a-4)$

Opgave 23

Los de volgende vergelijkingen op.

a $5(3a-18)-93=3(18-11a)$

b $(b+8)(b-3)=(5-b)(6-b)$

Opgave 24

Vera en Klaas hebben allebei een moestuin. Beide moestuinen hebben dezelfde oppervlakte, maar andere afmetingen. De standaard afmeting van een moestuin is x bij x meter.
De moestuin van Vera is elf meter langer, maar twee meter minder breed.
De moestuin van Klaas is vier meter langer en drie meter breder.

a Geef de formule om de oppervlakte van de moestuin van Klaas te berekenen.

b Met welke formule kun je de oppervlakte van de moestuin van Vera berekenen?

c De oppervlaktes van de moestuinen van Vera en Klaas zijn even groot.
Bereken x.

d Hoeveel m^2 is de moestuin van Vera?

Practicum

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **uitdrukkingen herleiden en haakjes wegwerken**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ↻ krijg je een nieuwe opgave.

Werk met AlgebraKIT.