

3.4 Balansmethode

Inleiding

Je krijgt nu te maken met vergelijkingen met één variabele waarin als het ware twee formules met elkaar worden vergeleken. Je zoekt dan naar de waarde(n) van de variabele waarbij beide zijden van de vergelijking dezelfde uitkomst hebben.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- een vergelijking zien als een balans waarvan aan beide zijden van het isgelijktteken de uitkomst gelijk moet blijven;
- een vergelijking oplossen met de balansmethode.

Voorkennis

- rekenen, ook met negatieve getallen;
- de begrippen formule, grootheid, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- uitdrukkingen herleiden door vermenigvuldigen van factoren en optellen/afrekken van gelijksoortige termen;
- bij een formule een rekenschema en een terugrekenschema opstellen en gebruiken om een variabele te berekenen.

Verkennen

Opgave V1

Iemand heeft 9 precies gelijke dukaten. Op een balans houden 2 van die dukaten en 12 gewichten van 100 gram aan de éne kant de 7 andere dukaten, 8 gewichten van 100 gram en 6 gewichten van 10 gram aan de andere kant precies in evenwicht.

Hoe zwaar zijn die munten?



Figuur 2

Opgave V2

Bedenk een getal zonder het me te vertellen. Vermenigvuldig het getal met 4 en tel bij het antwoord 20 op. Trek hiervan twee keer het getal af en neem de helft van wat je nu hebt gevonden.

Als je me nu de uitkomst van deze berekening vertelt, weet ik het getal dat je had bedacht.

Hoe kan dat? Geef een duidelijke uitleg, probeer het eerst maar een paar keer.

Uitleg

Bij het oplossen van een vergelijking kun je hem opvatten als een balans in evenwicht.

Hier zie je hoe zo de vergelijking $5 \cdot g + 1 = 2 \cdot g + 13$ kan worden opgelost. Het is een vergelijking waar maar één variabele in voorkomt, namelijk de g . Je kunt je die variabele voorstellen als een (nog onbekend) gewichtje. Het maalteken \cdot wordt vaak weggelaten.

$$\begin{array}{l}
 5g + 1 = 2g + 13 \\
 5g = 2g + 12 \\
 3g = 12 \\
 g = 12/3 = 4
 \end{array}$$

↪ beide zijden -1
↪ beide zijden $-2g$
↪ beide zijden $/3$

De **oplossing** $g = 4$ kun je controleren door in de gegeven vergelijking voor g het getal 4 te nemen: $5 \cdot 4 + 1 = 21 = 2 \cdot 4 + 13$.

Opgave 1

Bekijk de **Uitleg**. Je ziet hoe je een vergelijking kunt oplossen met de balansmethode.

- In **Opgave V1** ging het over dukaten. Ga na dat bij de puzzel de vergelijking $7g + 860 = 2g + 1200$ past. Hierin is g het aantal gram dat een dukaat weegt.
- Deze vergelijking kun je oplossen met behulp van de balansmethode. Hoeveel gram kun je aan beide kanten weghalen zonder het evenwicht te verstoren? Welke vergelijking krijg je dan?
- Hoeveel munten kun je aan beide zijden weghalen zonder het evenwicht te verstoren? Welke vergelijking krijg je dan? Hoe kun je nu berekenen hoe zwaar elke dukaat is?
- Hoe kun je nu de vergelijking oplossen en berekenen hoe zwaar elke dukaat is?
- Waarom kun je deze vergelijking niet oplossen door terugrekenen?

Opgave 2

Los de volgende vergelijkingen op met de balansmethode.

- $7 \cdot g + 2 = 3 \cdot g + 8$
- $6g + 2100 = 10g + 1500$

Opgave 3

Bij de vergelijking $6g - 20 = 4g + 4$ kun je je maar moeizaam een balans voorstellen vanwege het minteken. Toch kun je ook nu de balansmethode toepassen.

- Hoeveel keer g kun je aan beide zijden aftrekken? Welke vergelijking krijg je dan?
- Tel nu aan beide zijden 20 op. Welke vergelijking krijg je?
- Bereken nu g .

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Bij het **systematisch oplossen van een vergelijking** kun je vaak gebruik maken van de **balansmethode**.

Je maakt daarbij gebruik van het feit dat je de vergelijking kunt opvatten als een balans die in evenwicht blijft als je:

- links en rechts van het isgelijktteken hetzelfde optelt of aftrekt;
- links en rechts van het isgelijktteken met hetzelfde (behalve 0) vermenigvuldigt;
- links en rechts van het isgelijktteken door hetzelfde (behalve 0) deelt.

En soms pas je ook nog andere bewerkingen op dezelfde wijze toe. Maar daarover later...



Figuur 3


Voorbeeld 1

Een vergelijking met één variabele oplossen betekent: zoeken naar de waarde van die variabele waarvoor de vergelijking waar wordt gemaakt. De balansmethode helpt je daar bij.

Los op: $25 + 4,5 \cdot x = 3 \cdot x + 40$.

Antwoord

$$\begin{array}{l}
 25 + 4,5 \cdot x = 3 \cdot x + 40 \\
 4,5 \cdot x = 3 \cdot x + 15 \\
 1,5x = 15 \\
 x = 15/1,5 = 10
 \end{array}$$



 beide zijden -25
 beide zijden $-3x$
 beide zijden $/1,5$

Opgave 4

Bekijk in **Voorbeeld 1** hoe je de balansmethode gebruikt om een vergelijking op te lossen. Los nu zelf op deze manier de volgende vergelijkingen op.

- a $7 \cdot g + 6 = 5 \cdot g + 15$
- b $8 \cdot g - 15 = 5 \cdot g + 21$
- c $8 \cdot g - 15 = 5 \cdot g$
- d $12 - 4 \cdot g = 6 \cdot g + 2$

Opgave 5

Je ziet hier hoe een vergelijking wordt opgelost.

- a Schrijf bij elke stap op wat er is gebeurd.

$$\begin{array}{l}
 5g + 12 = 3g + 7 \\
 2g + 12 = 7 \\
 2g = -5 \\
 g = -2,5
 \end{array}$$

- b Schrijf bij elke stap op wat er is gebeurd.

$$\begin{array}{l}
 6g - 8 = 10g + 12 \\
 6g = 10g + 20 \\
 -4g = 20 \\
 g = -5
 \end{array}$$

Opgave 6


Je oefent jezelf met behulp van AlgebraKIT. Blijf oefenen tot je vrijwel geen fouten meer maakt.

Voorbeeld 2

Los op: $4a + 12 - a + 2a = 36 - 3a$.

Antwoord

$$\begin{array}{l}
 4a + 12 - a + 2a = 36 - 3a \\
 5a + 12 = 36 - 3a \\
 5a = 24 - 3a \\
 8a = 24 \\
 a = 24/8 = 3
 \end{array}$$



 beide zijden korter schrijven
 beide zijden -12
 beide zijden $+3a$
 beide zijden $/8$

Opgave 7

Bekijk in **Voorbeeld 2** hoe je om een vergelijking op te lossen eerst de uitdrukkingen aan beide zijden van het isgelijktteken korter te schrijven. Los nu zelf op deze manier de volgende vergelijkingen op.

- a $2g + 15 + 6g = 5 + 3g - 20$
- b $6 + 8g/2 = 4 - 5g + 12 + g$
- c $26 - a - 4a = 8a$
- d $x + 6 - 0,5x = 3,4 + 0,1x$

Opgave 8

In **Opgave V2** trof je een getallenraadsel aan. Je speelt dit spel met een medeleerling en krijgt als uitkomst het getal 19 op.

- a Ga na dat je om zijn getal g te weten te komen de vergelijking $(4g + 20 - 2g) / 2 = 19$ moet oplossen.
- b Deze vergelijking kun je zo niet uit het hoofd oplossen. Maar hoe kun je de uitdrukking aan de linker zijde van het isgelijktteken eenvoudiger schrijven? Welke vergelijking krijg je dan?
- c Welk getal had je medeleerling in gedachten?

Voorbeeld 3

Los op: $\frac{p}{4} + \frac{1}{12} = 2 - \frac{5}{6}p$.

Antwoord

$$\begin{aligned} \frac{p}{4} + \frac{1}{12} &= 2 - \frac{5}{6}p && \text{beide zijden } \times 12 \\ 3p + 1 &= 24 - 10p && \text{beide zijden } -2 \\ 3p &= 23 - 10p && \text{beide zijden } +10p \\ 13p &= 23 && \text{beide zijden } /13 \\ p &= 23/13 = \frac{23}{13} \end{aligned}$$

Opgave 9

Bekijk in **Voorbeeld 3** hoe je een vergelijking met breuken kunt oplossen met de balansmethode.

- a Waarom wordt in de eerste stap aan beide zijden met 12 vermenigvuldigd?
- b De tweede en de derde stap had je ook wel kunnen omwisselen. Laat zien hoe de oplossing er dan uit ziet.

Opgave 10

Los de volgende vergelijkingen op.

- a $\frac{2}{7}x + 4 = 3 - \frac{1}{2}x$
- b $\frac{5-x}{3} = \frac{1}{4}x$
- c $\frac{1}{3}p + \frac{1}{4}p = p - \frac{5}{6}$

Verwerken

Opgave 11

Los de volgende vergelijkingen op. Gebruik waar nodig de balansmethode, maar terugrekenen mag natuurlijk ook.

- a $12g + 3 = 7g + 18$
- b $10 + 6g = 2 + 8g$
- c $12 - 4g = 36 + 2g$
- d $5g = g + 8$

- e $5200 + 15g = 600$
- f $-6g + 55 = 4g - 25$
- g $3 - g = 6 + 2g$
- h $-g + 7 = 4g - 11$
- i $320 + 0,5g = 950 - 1,25g$
- j $17 = 4 - 11g$

Opgave 12

Op school staat een kopieermachine. Leerlingen mogen daar voor 10 cent per kopie gebruik van maken.

De school huurt deze machine voor € 150,00 per maand en elke kopie kost de school 7,5 cent.

De vraag is: "Vanaf welk aantal kopieën per maand zijn de kosten voor het gebruiken van deze kopieermachine even groot als de inkomsten?"

- a Leg uit dat deze vraag kan worden vertaald naar de vergelijking $150 + 0,075 \cdot a = 0,10 \cdot a$. Hierin is a het aantal kopieën per maand.
- b Los deze vergelijking op met de balansmethode.
- c Wat is nu het antwoord op de gestelde vraag?

Opgave 13

Bij het opbranden van een kaars hoort de formule $L = 20 - 1,5 \cdot t$, waarin L de lengte in cm en t de brandtijd in uren is.

- a Welke vergelijking hoort er bij de vraag: "Na hoeveel uur is deze kaars nog 5 cm lang?"
- b Waarom kun je deze vergelijking zowel met de balansmethode als door terugrekenen oplossen?
- c Wat is nu het antwoord op de gestelde vraag?

Opgave 14

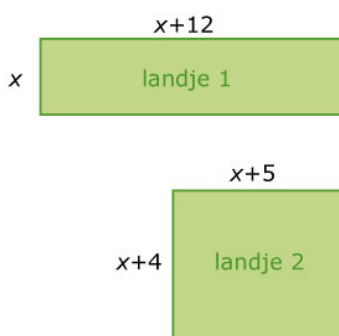
Bij het opbranden van een kaars hoort de formule $L = 20 - 1,5 \cdot t$, waarin L de lengte in cm en t de brandtijd in uren is.

Voor een tweede kaars geldt dat hij bij aansteken 30 cm lang is en elk uur 3,25 cm korter wordt als hij opbrandt. Beide kaarsen worden tegelijkertijd aangestoken.

- a Welke vergelijking hoort er bij de vraag: "Na hoeveel uur zijn beide kaarsen even lang?"
- b Waarom kun je deze vergelijking alleen met de balansmethode oplossen?
- c Wat is nu het antwoord op de gestelde vraag? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 15

De twee figuren hieronder hebben niet dezelfde omtrek. Hoeveel moet je voor a nemen als deze figuren dezelfde omtrek moeten hebben?



Figuur 4

Opgave 16

Los de volgende vergelijkingen op.

- a $4 - \frac{1}{3}x = \frac{1}{9} + \frac{5}{6}x$
- b $0,1x + 2,5 - 1,3x = x - 5,4$
- c $\frac{1}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{x-3}{10} + 0,2x$
- d $40 - \frac{1}{2}x + 10 = x - 20 + \frac{1}{2}x$

Toepassen

Opgave 17: Leeftijdspuzzels

Een puzzel zoals deze kun je met behulp van een vergelijking oplossen.

Probeer maar...

“Achmed en José zijn samen 38 jaar. Achmed was 5 jaar geleden 2 keer zo oud als José nu. Hoe oud zijn ze elk?”

- a Neem eens aan dat José x jaar oud is. Hoe oud is Achmed dan?
- b Welke vergelijking kun je nu opstellen om de puzzel op te lossen?
- c Los de gevonden vergelijking op en geef beider leeftijden.

Hier zie je nog zo'n puzzel. “Siomara is 24 jaar oud. Ito is jonger. Toen hij 12 jaar oud was, was Siomara zo oud als Ito nu is.

Hoe oud is Ito?”

- d Los deze puzzel op.

Opgave 18: Break-even-point

Een **break-even-point** is in de economie het punt waarin de opbrengst R gelijk is aan de totale kosten K .

Voor het aantal liters ActivExtra x dat per maand wordt verkocht geldt: $R = 1,15 \cdot x$.

Ook het aantal maandelijks geproduceerde liters is x liter en er geldt: $K = 25000 + 0,80 \cdot x$.

Maak je een grafiek van R en een grafiek van K in één figuur, dan is het break-even-point het snijpunt van beide.

- a Met welke vergelijking kun je dat snijpunt berekenen?
- b Los deze vergelijking op met de balansmethode.
- c Vanaf welk aantal liter gaat de firma die ActivExtra produceert hieraan winst maken?

Testen

Opgave 19

Los de vergelijkingen op.

- a $24a - 240 = 4a + 640$
- b $10b - 6 - 17b = 3 - 5b + 3b$
- c $49,6 - 1,06c = 0,6c - 50,0$
- d $\frac{d}{3} + 1 = \frac{5}{6}d - \frac{4}{9}$


Opgave 20

Een bos tulpen wordt in een vaas met 1,5 liter water gezet. Een bos rozen wordt in een vaas met 1,8 liter gezet. De tulpen hebben per dag 0,05 liter water nodig en de rozen 0,08 liter. Na hoeveel dagen zit er evenveel water in de vazen?

Practicum

Met *AlgebraKIT* kun je oefenen met **vergelijkingen oplossen met de balansmethode**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.

Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.

Met  krijg je een nieuwe opgave.

Werk met AlgebraKIT.



© 2021

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
