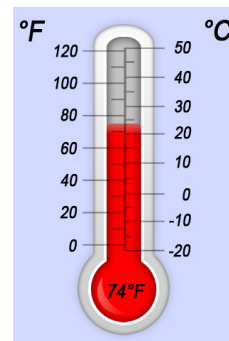


2.3 Formules en grafieken

Inleiding

Op de iPhone is deze thermometer als app beschikbaar. De temperatuur staat er niet alleen in graden Celsius, maar ook in graden Fahrenheit. Dat komt omdat in veel Engelstalige landen met graden Fahrenheit wordt gewerkt. Voor het omrekenen van de ons vertrouwde graden Celsius naar graden Fahrenheit bestaat een formule. Daar kun je een grafiek bij maken.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- bij een formule de afhankelijk variabele berekenen bij een gegeven waarde van de invoervariabele;
- een grafiek maken bij een formule.

Voorkennis

- een formule kunnen gebruiken als rekenmethode.

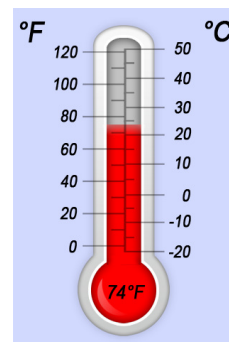
Verkennen

Opgave V1

Op de iPhone is deze thermometer als app beschikbaar. De temperatuur staat er niet alleen in graden Celsius, maar ook in graden Fahrenheit. Dat komt omdat in veel Engelstalige landen met graden Fahrenheit wordt gewerkt. Voor het omrekenen van de ons vertrouwde graden Celsius naar graden Fahrenheit bestaat de formule:

$$\text{graden Fahrenheit} = \frac{9}{5} \times \text{graden Celsius} + 32.$$

- Laat met behulp van deze formule zien dat 32 °F bij 0 °C hoort.
- Bereken ook met de formule hoeveel graden Fahrenheit bij 100 °C hoort.
- Wat is het voordeel van dit plaatje van de thermometer boven een formule? En wat is het nadeel?
- Je zou bij de formule voor het omrekenen van graden Celsius naar graden Fahrenheit een grafiek kunnen maken. Geeft een grafiek bij deze formule dezelfde informatie als het aflezen van de thermometer? Licht je antwoord toe.
- Hoe maak je een grafiek bij deze formule?



Figuur 2

Uitleg

Een auto rijdt met 16 (kWh) kiloWattuur elektriciteit een afstand van 100 kilometer. Als je de *hoeveelheid energie* (in kWh) weet, kun je de *afstand* (in km) uitrekenen. De formule is:

$$\text{afstand} = 6,25 \times \text{hoeveelheid energie}$$

Je kunt met deze formule eenvoudig de *afstand* (uitkomst) uitrekenen, door voor *hoeveelheid energie* een getal in de formule in te vullen. Het invullen van een getal voor de invoervariabele noem je substitueren. In deze formule is *hoeveelheid energie* de onafhankelijke variabele, die wordt ook de invoervariabele genoemd. *afstand* is de afhankelijk variabele en heet uitvoervariabele.

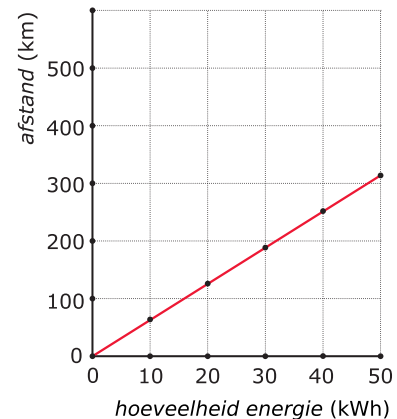
Als je 30 kWh hebt opgeladen, kun je de *afstand* die je daarmee kunt rijden, uitrekenen door dertig te substitueren voor *hoeveelheid energie*.

Dus: $afstand = 6,25 \times 30 = 187,5$ km.

Je kunt bij deze formule ook een grafiek tekenen. Daarvoor maak je eerst een tabel. Je kiest voor *hoeveelheid energie* een getal. Je rekt daar *afstand* bij uit.

<i>hoeveelheid energie</i> (kWh)	0	10	20	30	40	50
<i>afstand</i> (km)	0	62,5	125	187,5	250	315,5

Tabel 1



Figuur 3

Bij de tabel teken je een passende grafiek. De invoervariabele komt op de horizontale as, de uitvoervariabele op de verticale as. Kijk naar de getallen in de tabel om een goede schaalverdeling te maken.

De grafiek wordt een rechte lijn omdat de *afstand* in kilometers altijd 6,25 keer de *hoeveelheid energie* in kWh is. De verhouding tussen *afstand* en *hoeveelheid energie* blijft altijd hetzelfde, waardoor er een rechte lijn ontstaat.

Opgave 1

Bekijk de [Uitleg](#).

- Wat is het verschil tussen de invoervariabele en de uitvoervariabele in een formule?
- Waarom is *hoeveelheid energie* hier een logische keuze voor de invoervariabele?
- Hoe kom je aan het getal 6,25 in de gegeven formule?
- Ga zelf na of de tabel klopt en of de bijbehorende grafiek juist is.
- Substitueer het getal 35 voor *hoeveelheid energie*. Ga na dat bij de uitkomst een punt op de grafiek hoort.

Opgave 2

Gebruik de grafiek en de formule uit de [Uitleg](#).

- Bepaal met behulp van de grafiek de afstand die deze auto kan rijden als er nog 37 kWh beschikbaar is.
- Bereken deze waarde nu nauwkeurig met behulp van de formule.
- Waarom is in dit geval aflezen uit de grafiek zinvoller dan nauwkeurig berekenen met de formule?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

In de formule $lengte = 20 - brandtijd \times 2$ is *brandtijd* de **onafhankelijke variabele**, deze wordt ook de **invoervariabele** genoemd. *lengte* is de **afhankelijke variabele**, ook de **uitvoervariabele** genoemd. Daarom kun je met deze formule eenvoudig de *lengte* (uitkomst) uitrekenen, voor verschillende waarden van *brandtijd* (invoer). Dit doe je door voor *brandtijd* een getal in de formule in te vullen. Het invullen van een getal voor de invoervariabele noem je **substitueren**.



Figuur 4

Als je dit voor verschillende waarden van de invoervariabele doet, kun je een tabel maken. En daarbij past dan weer een grafiek.

Voorbeeld 1

Je brengt eens per week huis-aan-huisfolders rond. Je krijgt daarvoor een vast bedrag van € 6,00 per week (een fietsvergoeding). Bovendien krijg je € 0,05 per folder.

Maak hierbij een formule en een grafiek van *weekloon* afhankelijk van *aantal folders*.

Antwoord

Voor je weekloon geldt de formule:

$$weekloon = 6,00 + aantal\ folders \times 0,05$$

Breng je 100 folders rond, dan is je weekloon:

$$weekloon = 6,00 + 100 \times 0,05 = 11,00 \text{ euro.}$$

Breng je 200 folders rond, dan is je weekloon:

$$weekloon = 6,00 + 200 \times 0,05 = 16,00 \text{ euro.}$$

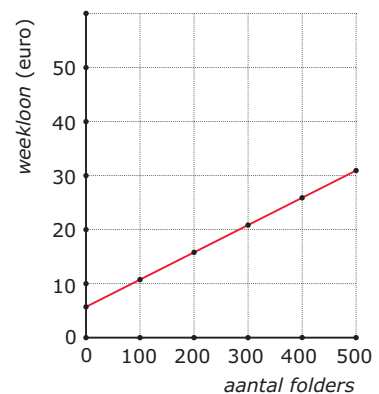
Breng je 0 folders rond, dan is je weekloon:

$$weekloon = 6,00 + 0 \times 0,05 = 6,00 \text{ euro.}$$

<i>aantal folders</i>	0	100	200	300
<i>weekloon (euro)</i>	6	11	16	21

Tabel 2

Weekloon komt als uitvoervariabele op de verticale as, omdat het afhangt van het *aantal folders*. *Aantal folders* is de invoervariabele en komt op de horizontale as.



Figuur 5

Opgave 3

Bekijk [Voorbeeld 1](#).

- Bereken zelf met de formule het weekloon bij 300 folders.
- Substitueer voor *aantal folders* de waarden 50, 150 en 250 en bereken het weekloon.
- Ga na dat de uitkomsten bij b inderdaad punten op de grafiek opleveren.

Voorbeeld 2

Voor de lengte van een kaars die zojuist is aangestoken, geldt:

$lengte = 30 - 1,5 \times brandtijd$, waarbij de *lengte* in centimeters is en de *brandtijd* in uren.

Na hoeveel uur is de kaars opgebrand?

Antwoord

Bij het aansteken van de kaars: *brandtijd* is 0. Dan is: $lengte = 30 - 1,5 \times 0 = 30$ cm.

Eén uur na het aansteken geldt: *brandtijd* is 1. Dan is: $lengte = 30 - 1,5 \times 1 = 28,5$ cm.

Twee uur na het aansteken geldt: *brandtijd* is 2. Dan is: $lengte = 30 - 1,5 \times 2 = 27$ cm.

Zo kun je een tabel maken en daarmee ook een grafiek tekenen:

<i>brandtijd</i> (uur)	0	1	2	3	4	5
<i>lengte</i> (cm)	30	28,5	27	25,5	24	22,5

Tabel 3

Na 20 uur is de kaars opgebrand.

Opgave 4

Gebruik de formule uit [Voorbeeld 2](#).

- Welke variabele is de invoervariabele?
- Maak de tabel verder af. Ga door tot de kaars op is.
- Teken een grafiek bij deze formule. Welke variabele komt op de verticale as?
- Na hoeveel uur is de kaars opgebrand? Licht je antwoord toe.

Voorbeeld 3

In sommige winkels kun je kopieën maken. De eigenaar van zo'n winkel huurt daarvoor een kopiëermachine, zeg voor € 200,00 per maand. Elke kopie kost in werkelijkheid € 0,08 (papier, inkt en elektriciteit). Voor de eigenaar zijn deze kosten per kopie van belang om te bepalen welke prijs hij zijn klanten moet vragen. Voor hem geldt de formule:

$$\text{kosten per kopie} = \frac{200 + 0,08 \times \text{aantal}}{\text{aantal}}$$

Als hij verwacht 1000 kopieën per maand te verkopen, kost hem dat:

$$\text{kosten per kopie} = \frac{200 + 0,08 \times 1000}{1000} = 0,28 \text{ euro}$$

Als hij verwacht 2000 kopieën per maand te verkopen, kost hem dat:

$$\text{kosten per kopie} = \frac{200 + 0,08 \times 2000}{2000} = 0,18 \text{ euro}$$

Afhankelijk van het aantal kopieën dat hij maandelijks denkt te verkopen, kiest hij zijn prijs per kopie. Om de juiste prijs per kopie te bepalen, maakt de winkelier een tabel en met de gegevens uit de tabel ook een grafiek.

Opgave 5

Werk met de gegevens uit [Voorbeeld 3](#).

- Maak een tabel bij deze formule waarbij *aantal* de waarden 500, 1000, 1500, 2000, 2500 en 3000 heeft.
- Teken de bijbehorende grafiek.
- Waarom is de grafiek geen rechte lijn?
- Stel de winkelier wil per kopie € 0,05 winst maken. Stel de formule op die hoort bij de verkoopprijs.

Opgave 6

Voor de oppervlakte van een vierkant geldt de volgende formule:

$$\text{oppervlakte vierkant} = \text{lengte zijde} \times \text{lengte zijde}$$

- Substitueer voor *zijde* de waarden 0, 1, 2, 3, 4, ..., 10 en maak een tabel bij deze formule.
- Teken de bijbehorende grafiek.
- Waarom is de grafiek geen rechte lijn?
- Hoe groot is de oppervlakte van een vierkant met zijden van 6,3 eenheden? Geef het bijbehorende punt in de grafiek aan.

Verwerken

Opgave 7

Een benzineauto rijdt met één liter benzine vijftien kilometer.

- Welke formule hoort bij het verband tussen *hoeveelheid benzine* en *afstand*?
- Neem de tabel over en vul verder in.

hoeveelheid benzine (liter)	0	10	20	30	40	50
afstand (km)	0					

Tabel 4

- Teken de grafiek bij dit verband.
- Waarom is de grafiek een rechte lijn?

Opgave 8

Lisanne heeft een prepaid telefoon. Ze heeft nog € 12,00 beltegoed. Ze belt voor € 0,08 per minuut.

- Welke formule hoort bij het verband tussen de variabelen *beltegoed* en *beltijd*?
- Teken een grafiek bij deze formule.
- Waarom is de grafiek een rechte lijn?

Opgave 9

Van een rechthoek is de oppervlakte 600 cm^2 . Voor het verband tussen *lengte* en *breedte* van deze

$$\text{rechthoek geldt: } \text{lengte} = \frac{600}{\text{breedte}}$$

- Leg uit waarom deze formule correct is.
- Maak een tabel bij deze rechthoek. Neem voor *breedte* de waarden 10, 20, 30, 40, 50, 60 en 100.
- Teken een grafiek bij deze formule.
- Waarom is deze grafiek geen rechte lijn?

Opgave 10

Een restaurant heeft nieuwe borden nodig. Deze borden kun je bij twee bedrijven kopen. Bij beide bedrijven betaal je naast de prijs per bord ook een bedrag aan bezorgkosten.

- bedrijf A: de bezorgkosten zijn € 1,95 en de prijs per bord is € 1,80.
- bedrijf B: de bezorgkosten zijn € 7,50 en de prijs per bord is € 1,55.

- Maak voor beide bedrijven een formule voor de *totale kosten* afhankelijk van het *aantal borden*.
- Teken bij beide bedrijven de bijbehorende grafiek (maak hiervoor eerst een tabel).
- Hebben beide grafieken een snijpunt? Wat betekent dit snijpunt?

Opgave 11

Een docent berekent het cijfer voor een toets met de punten die een leerling heeft gescoord. De docent gebruikt de formule: $cijfer = aantal\ punten / 4 + 1$

- Welk cijfer krijg je als je 23 punten hebt gehaald?
- Waarom kun je voor deze toets maximaal 36 punten halen?
- Maak een tabel bij deze formule. Kies zelf geschikte waarden voor *aantal punten*.
- Maak een grafiek bij deze tabel.
- Waarom moet die grafiek eigenlijk uit losse punten bestaan? En uit hoeveel punten?

Opgave 12

Er zijn meerdere methodes om de verwachte lengte op volwassen leeftijd te berekenen. Een van deze methodes is de methode van Tanner die uitgaat van de lengte van de ouders. Je krijgt deze formules waarin alle lengtes in cm zijn:

- $lengte\ jongen = (lengte\ moeder + lengte\ vader + 13) / 2$
- $lengte\ meisje = (lengte\ moeder + lengte\ vader - 13) / 2$

- De moeder van Achmed is 1,64 meter lang en zijn vader is 1,81 meter lang. Hoe lang zal Achmed worden als hij volwassen is?
- De moeder van Klasien is 1,76 meter lang en haar vader is 1,84 meter lang. Hoe lang zal Klasien worden?
- Hoeveel lengteverschil zal er zijn tussen een broer en zus?

Toepassen

Opgave 13: Body Mass Index

Voor volwassenen is de *BMI* (Body Mass Index, een index voor het gewicht in verhouding tot de lichaamslengte) een getal waaraan je kunt zien of je overgewicht hebt of niet. Dat wordt zo berekend:

$$BMI = gewicht / (lengte \times lengte)$$

Hierin is de *lengte* in meters en het *gewicht* in kg. Bij een *BMI* tussen de 18,5 en 25 heb je een normaal gezond gewicht.

- Kun je bij deze formule een grafiek tekenen?
- Hoeveel bedraagt de BMI van een volwassene met een lengte van 180 cm en een gewicht van 80 kg?
- Meestal is de lengte van een persoon een vast gegeven, maar zijn of haar gewicht niet. Neem bijvoorbeeld een volwassen persoon met een lengte van 180 cm. Welke formule geldt voor de BMI van deze persoon?
- Teken een bijpassende grafiek. Maak eerst een tabel met voor gewicht de waarden 50, 60, 70, 80, 90 en 100.
- Geef in je grafiek het gedeelte aan dat hoort bij een normaal gewicht. Welke gewichten horen daarbij?
- Als iemand een gewicht van 90 kg heeft, dan denk je al snel aan iemand met overgewicht. Maar dat hoeft niet. Welke formule voor de BMI geldt voor mensen van 90 kg?
- Teken een bijpassende grafiek. Maak eerst een tabel met voor lengte de waarden 1,5; 1,6; 1,7...2,2.
- Geef in je grafiek het gedeelte aan dat hoort bij een normaal gewicht. Welke lengtes horen daarbij?

Testen

Opgave 14

Een benzineauto rijdt met 4 liter benzine 100 kilometer. Een automobilist tankt tot hij 36 liter in de tank heeft.

- a Als de automobilist 50 kilometer heeft gereden, hoeveel liter benzine zit er dan nog in zijn tank?
- b Welke formule hoort bij het verband tussen de variabelen *hoeveelheid benzine* en *aantal gereden kilometer*?
- c Teken een grafiek bij deze formule.
- d Waarom is de grafiek een rechte lijn?

Opgave 15

Een school heeft een kopieerapparaat aangeschaft voor € 1250,00. Daarnaast zijn de kosten voor papier, inkt en elektriciteit € 0,06 per kopie. De leerlingen moeten deze kosten betalen. De kosten per kopie zijn dus belangrijk.

- a Welke formule beschrijft het verband tussen de variabelen *kosten per kopie* en *aantal*?
- b Teken een grafiek bij dit verband.
- c De school verwacht dat leerlingen 6500 kopieën zullen gaan maken in het komende jaar. Hoeveel moeten de leerlingen dat jaar betalen per kopie?
- d Waarom is de grafiek geen rechte lijn?

Practicum

Het maken van grafieken is vaak nogal tijdrovend. Het computerprogramma MS-Excel kan je daarbij helpen.

Werk daartoe het practicum [Grafieken bij tabellen](#) door.

Je kunt dit goed toepassen bij de opgave over de BMI.



© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostaat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
