

2.2 Formules

Inleiding

Als je een smartphone hebt zou je moeten weten hoe het zit met de kosten voor bellen, appen, internetten en wat je allemaal niet met zo'n apparaat kunt doen. Het aantal gewenste belminuten speelt daarbij een rol, zeker als je je telefoon nergens anders voor gebruikt...

Er was zelfs een tijd dat je per belminuut betaalde.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- een formule bij een verband opstellen.

Voorkennis

- het kunnen onderscheiden van de afhankelijke en de onafhankelijke variabele;
- een verband in woorden kunnen beschrijven met de informatie uit een tabel of een grafiek;
- een verband in woorden kunnen beschrijven.

Verkennen

Opgave V1

Bekijk de videoclip (nog eens).

[Bekijk de applet.](#)

bron: Schooltv

Ga ervan uit dat jouw belkosten hetzelfde zijn als die in de videoclip.

- Welke berekening hoort bij je maandelijkse belkosten? Schrijf hem zo kort mogelijk op.
- Bereken met de rekenmethode hoeveel je betaalt als je in een bepaalde maand 120 minuten hebt gebeld.

Uitleg

Een kaars is twintig centimeter lang en wordt aangestoken. Je meet aan het begin van elk uur de lengte van de kaars.

De tabel beschrijft een verband tussen de variabelen *brandtijd* en *lengte*. Elk uur wordt de *lengte* twee centimeter korter vanaf een beginlengte van twintig centimeter.

Als *brandtijd* is 5 uur, dan geldt *lengte* = $20 - 5 \times 2 = 10$ cm.



Figuur 2

| | | | | |
|------------------------|----|----|----|----|
| <i>brandtijd</i> (uur) | 0 | 1 | 2 | 3 |
| <i>lengte</i> (cm) | 20 | 18 | 16 | 14 |

Tabel 1

Dus: $lengte = 20 - brandtijd \times 2$. Dit noem je een formule. Er zijn twee variabelen: *brandtijd* en *lengte*. Let op als je gaat rekenen met deze formule: vermenigvuldigen gaat voor aftrekken.

Opgave 1

In de **Uitleg** vind je een formule voor een opbrandende kaars.

- a Laat met behulp van deze formule zien dat de kaars bij aansteken 20 cm lang is.
- b Bereken met behulp van de formule de kaarslengte bij $brandtijd = 7$.
- c In de grafiek lijkt de kaars na 10 uur te zijn opgebrand. Reken met behulp van de formule na dat dit inderdaad het geval is.

Opgave 2

Het handige van zo'n formule is dat hij ook bruikbaar is bij de berekening van kaarslengtes op tijdstippen die geen geheel aantal uren zijn.

- a Bereken met behulp van de formule de lengte van de kaars na 4,5 uur.
Je kunt met de formule zelfs helemaal precies berekenen hoe lang de kaars zou moeten zijn bij een brandtijd van bijvoorbeeld 6 uur en 23 minuten.
- b Welke waarde moet je dan voor $brandtijd$ in de formule invullen?
- c Bereken de bijbehorende kaarslengte. Geef je antwoord ook in breuken en rondt niet af.
- d Waarom is in het geval van het opbranden van een kaars zo'n heel precies antwoord eigenlijk onzin?

Opgave 3

Een kaars heeft een beginlengte van vijftien centimeter. Deze kaars brandt gelijkmatig op. Omdat hij dikker is dan de kaars in de uitleg, wordt hij elk uur een halve centimeter korter.

- a Wat is de $lengte$ van deze kaars als de $brandtijd$ vijf uur is?
- b Stel voor deze kaars een formule van de $lengte$ (cm) afhankelijk van de $brandtijd$ (uur) op.

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Soms is er een **verband** tussen twee **grootheden**.

Vaak kun je door een bepaalde berekening de afhankelijke variabele uitrekenen als je voor de onafhankelijke variabele een waarde kiest. Zo'n berekening kun je kort weergeven, zoals: $lengte = 20 - brandtijd \times 2$.

Zo'n verkorte weergave van een berekening noem je een **formule**. In dit geval zijn de twee variabelen: $brandtijd$ (in uur) en $lengte$ (in cm).



Figuur 3

Voorbeeld 1

Als je belt, betaal je bijvoorbeeld € 0,06 per minuut. Je *belkosten* (euro) hangen af van de *tijd* (min) die je belt.

| | | | | |
|-------------------------|------|------|------|------|
| <i>tijd</i> (min) | 0 | 1 | 2 | 3 |
| <i>belkosten</i> (euro) | 0,00 | 0,06 | 0,12 | 0,18 |

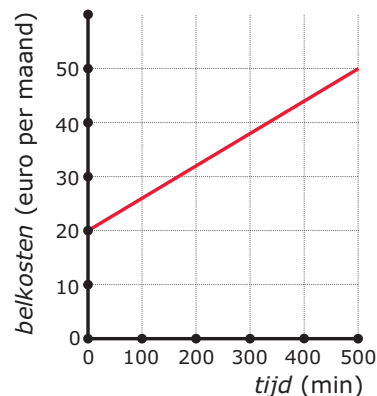
Tabel 2

Er is een verband tussen de variabelen *belkosten* en *tijd*.

Als *tijd* = 5 minuten, dan is *belkosten*: $5 \times 0,06 = 0,30$ euro.

De formule is: $belkosten = tijd \times 0,06$

Je mag ook schrijven: $belkosten = 0,06 \times tijd$



Figuur 4

Opgave 4

Bekijk de formule voor de *belkosten* in **Voorbeeld 1**.

- Je hebt in een bepaalde maand 216 belminuten. Hoeveel moet je betalen?
- Je moet een bepaalde maand € 16,38 betalen. Hoeveel belminuten had je die maand?

Voorbeeld 2

Als je belt, betaal je daarvoor € 0,06 per minuut. Heb je een abonnement, dan betaal je ook abonnementskosten per maand, hier € 20,00. Je *belkosten* (euro) hangen af van de *tijd* (min) die je belt.

| | | | | |
|-------------------------|----|-----|-----|-----|
| <i>tijd</i> (min) | 0 | 100 | 200 | 300 |
| <i>belkosten</i> (euro) | 20 | 26 | 32 | 38 |

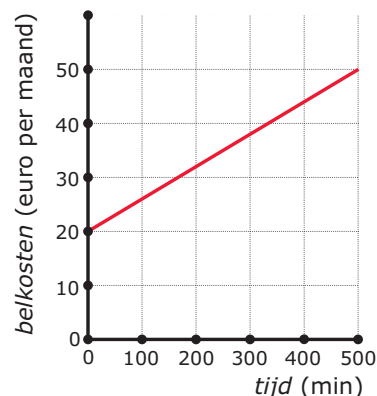
Tabel 3

Er is een verband tussen de variabelen *belkosten* en *tijd*.

Als *tijd* = 500 minuten, dan is *belkosten*:

$$500 \times 0,06 + 20,00 = 50,00 \text{ euro.}$$

De formule is: $belkosten = tijd \times 0,06 + 20,00$



Figuur 5

Opgave 5

Gebruik nu de formule voor de *belkosten* in **Voorbeeld 2**.

- Je hebt in een bepaalde maand 197 belminuten. Hoeveel moet je betalen?
- Je moet een bepaalde maand € 38,24 betalen. Hoeveel belminuten had je die maand?

Opgave 6

Ga uit van een telefoon waarmee je alleen belt, en waar een abonnement bij hoort van € 5,00 per maand en € 0,03 per belminuut.

Stel een formule op voor het verband tussen de variabelen *beltijd* (min) en *belkosten* (euro).

Voorbeeld 3

Als je belt, betaal je € 0,06 per minuut. Heb je een bepaald abonnement, dan betaal je ook abonnementskosten per maand, bijvoorbeeld € 20,00. Je *belkosten* (euro) hangen af van de *tijd* (min) die je belt. De *belkosten per minuut* (euro per maand) vind je door de *belkosten* te delen door het aantal minuten.

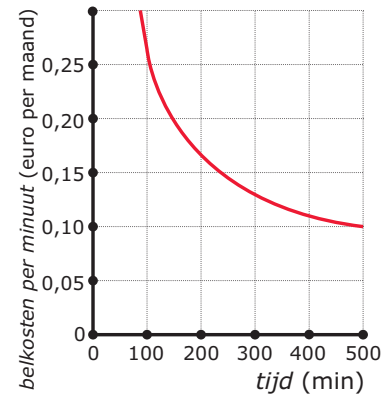
| | | | | |
|--|-------|-------|-------|-------|
| <i>tijd</i> (min) | 0 | 100 | 200 | 300 |
| <i>belkosten</i> (euro) | 20,00 | 26,00 | 32,00 | 38,00 |
| <i>belkosten per minuut</i> (euro/maand) | - | 0,26 | 0,16 | 0,13 |

Tabel 4

Er is een verband tussen de variabelen *belkosten per minuut* en *tijd*.

Als *tijd* = 500 minuten, dan is *belkosten per minuut*: $\frac{500 \times 0,06 + 20}{500} = 0,10$ euro.

Een passende formule is: $\text{belkosten per minuut} = \frac{\text{tijd} \times 0,06 + 20}{\text{tijd}}$



Figuur 6

Opgave 7

Werk met de gegevens uit **Voorbeeld 2**.

Behalve de formule die in de tekst van het voorbeeld wordt gegeven, past ook de formule $\text{belkosten per minuut} = 0,06 + \frac{20}{\text{tijd}}$ bij het verband.

Licht toe waarom beide formules hetzelfde verband beschrijven.

Opgave 8

Ga uit van een telefoon waarmee je alleen belt en waar een abonnement bij hoort van € 5,00 per maand en € 0,03 per minuut die je belt.

Stel een passende formule op voor het verband tussen de grootheden *beltijd* (min) en *belkosten per minuut* (euro).

Verwerken

Opgave 9

Voor het gebruik van water in een woonhuis betaal je jaarlijks een vast bedrag (vastrecht) en een bedrag voor het aantal m^3 (kubieke meter) water dat je hebt verbruikt (een m^3 is 1000 liter). PWN Waterleidingbedrijf Noord-Holland hanteerde in 2014 de volgende tarieven:

- vastrecht: € 50,70 per jaar
- kosten per m^3 : € 1,31

- Tussen welke twee variabelen is er een verband? Welke eenheden worden gebruikt?
- Welke formule kun je opstellen bij dit verband voor het watergebruik per jaar?

Opgave 10

De oppervlakte van een rechthoek is 750 cm^2 .

- Bereken de lengte van deze rechthoek als de breedte 15 cm is.
- Hoe breed is de rechthoek als de lengte 150 cm is?
- Geef een formule die het verband tussen *lengte* en *breedte* van deze rechthoek weergeeft.

Opgave 11

In een recreatiegebied zijn twee skeelerverhuurbedrijven actief. Ze hebben verschillende tarieven. Je betaalt bij beide bedrijven een vast bedrag voor onder andere een kaart van de omgeving. Daarbovenop betaal je een bedrag voor elk uur dat je de skeelers huurt.

- Skeelerverhuurbedrijf A: de vaste kosten zijn € 3,00 en de prijs per uur is € 2,50.
- Skeelerverhuurbedrijf B: de vaste kosten zijn € 1,50 en de prijs per uur is € 3,00.

- Tussen welke twee variabelen is er een verband?
- Maak voor beide skeelerverhuurbedrijven een formule voor de *prijs* afhankelijk van het *aantal uur skeelers*.

Opgave 12

Evert spaart voor een computerspelletje. In de tabel zie je hoeveel geld hij gespaard heeft.

| | | | | | | | | | |
|-------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| <i>week</i> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| <i>spaargeld</i> (euro) | 20 | 23 | 26 | 29 | 32 | 35 | 38 | 41 | 44 |

Tabel 5

- Er is een verband tussen het aantal weken dat Evert spaart, en de hoeveelheid geld die hij in zijn spaarpot heeft. Beschrijf dit verband in woorden.
- Geef een formule voor het verband tussen het *aantal weken* dat Evert spaart, en zijn *hoeveelheid spaargeld*.

Opgave 13

In de krant staan twee advertenties voor de aankoop van parket:

...resse? Bel 0900 432516

SuperParket
De grootste en goedkoopste

**Alle parket
NU
€ 75 per m²**

Vakantieplannen?

Woonwinkel
voor alle woonwensen
**NIEUW: prima parket
voor € 80,- per m²**

En bij inlevering van deze
advertentie nog eens
€ 100,- korting.

Figuur 7

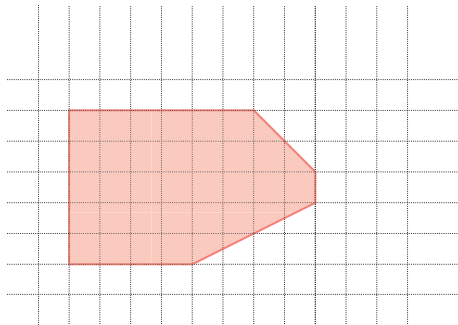
- Tussen welke variabelen is in de advertenties van SuperParket en Woonwinkel een verband?
- Met welke formule kun je de prijs voor parket bij SuperParket uitrekenen?
- Geef ook een passende formule voor het parket van Woonwinkel. Ga ervan uit dat je de advertentie inlevert.

Toepassen

Opgave 14: De formule van Pick

In 1899 bewees de Oostenrijkse wiskundige Georg Alexander Pick (1859 - 1942) de zogenaamde **formule van Pick** waarmee je de oppervlakte van een veelhoek op een rooster kunt berekenen door punten binnen en op de rand van die veelhoek te tellen.

[Bekijk de applet: formule van Pick](#)



Figuur 8

Hij toonde aan dat als de veelhoek alleen roosterpunten als hoekpunten heeft, geldt:

$$\text{oppervlakte} = \text{aantal inwendige punten} + \text{aantal randpunten} / 2 - 1$$

- Bereken met behulp van de formule van Pick de oppervlakte van de figuur hiernaast. Bereken die oppervlakte ook op een andere manier. Klopt de formule van Pick voor deze figuur?
- Je kunt de formule van Pick testen door veelhoeken te maken waarvan de hoekpunten roosterpunten zijn. Controleer steeds de formule van Pick.
- Welke waarden kan de oppervlakte van een veelhoek hebben als het aantal randpunten 10 is?
- Hoe kun je de formule van Pick gebruiken om de oppervlakte van een gebied op een landkaart te bepalen?

Opgave 15: Energieverbruik door volwassenen

Je BMR (Basal Metabolic Rate of Basale Stofwisselingsnelheid) is het aantal calorieën dat je lichaam verbrandt om de normale lichaamsfuncties te kunnen uitvoeren, waaronder je bloedcirculatie, temperatuurregulering, spijsvertering en ieder ander stofwisselingsproces in je lichaam. Je BMR neemt lichaamsactiviteit (zoals lopen, fietsen, enzovoorts) niet mee in de berekening.

Je BMR zorgt voor de grootste hap van je dagelijkse caloriebehoefte, zo'n tweederde van het totaal. De BMR verschilt enorm van persoon tot persoon, afhankelijk van erfelijke factoren. Om die BMR te berekenen zijn er voor volwassenen de formules van Harris en Benedict (uit 1919):

- Mannen:

$$BMR = 66 + 13,7 \times \text{gewicht} + 5 \times \text{lengte} - 6,8 \times \text{leeftijd}$$
- Vrouwen:

$$BMR = 655 + 9,6 \times \text{gewicht} + 1,8 \times \text{lengte} - 4,7 \times \text{leeftijd}$$

Hierin is *gewicht* in kg, *lengte* in cm en *leeftijd* in jaren uitgedrukt.

- Bereken de BMR van een volwassen man van 42 jaar die 1,82 m lang is en 76 kg weegt. Schat ook de totale dagelijkse caloriebehoefte.
- Bereken de BMR van een volwassen vrouw van 42 jaar die 1,82 m lang is en 76 kg weegt. Schat ook de totale dagelijkse caloriebehoefte.
- Kun je het verschil van beide antwoorden verklaren?
- Hoeveel zal jouw eigen BMR zijn als je 21 jaar bent? Maak eerst een zo goed mogelijke schatting van je lengte en je gewicht op die leeftijd.

Testen

Opgave 16

Bij een copyshop kun je folders laten drukken. Daar betaal je een vast bedrag van € 7,50 voor en de kosten per folder zijn € 0,10.

- Tussen welke twee variabelen is er een verband?
- Geef een formule bij dit verband.
- Je kunt ook een formule opstellen voor het verband tussen de *kosten per folder* (euro per folder) en het *aantal folders*. Geef een mogelijke formule.

Opgave 17

Een zwembad wordt gevuld met water. In de tabel zie je de waterhoogte van het zwembad in cm gedurende de tijd in minuten.

| | | | | | | | | | |
|-------------------------|---|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| <i>tijd</i> (minuten) | 0 | 30 | 60 | 90 | 120 | 150 | 180 | 210 | 240 |
| <i>waterhoogte</i> (cm) | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 |

Tabel 6

- Beschrijf het verband tussen de variabelen *tijd* en *waterhoogte* in woorden.
- Geef een formule bij het verband tussen de *waterhoogte* en de *tijd*.



© 2021

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
