

## 2.1 Verbanden

### Inleiding

Als je een smartphone hebt zou je moeten weten hoe het zit met de kosten voor bellen, appen, internetten en wat je allemaal niet met zo'n apparaat kunt doen. Het aantal gewenste belminuten speelt daarbij een rol. Meestal spreek je dit aantal belminuten af met de provider.



Figuur 1

### Je leert in dit onderwerp

- afhankelijke en onafhankelijke variabelen onderscheiden;
- een verband beschrijven in woorden;
- een tabel en/of grafiek maken bij een verband in woorden;
- de waarde van de afhankelijke variabele berekenen bij een verband in woorden.

### Voorkennis

- je kunt een grafiek bij een tabel maken;
- je kunt rekenen met decimale getallen.

### Verkennen

#### Opgave V1

Heb je een mobiele telefoon? Of een luxer apparaat?

- Wat kost het gebruik van dit apparaat per maand?
- Hangt dat af van het aantal minuten dat je belt? Of van het aantal smsjes, of tweets, of ...?
- Hoe is het abonnement opgebouwd?

#### Opgave V2

Bekijk de videoclip: belkosten

[Bekijk de applet.](#)

Bron: *schooltv.nl*

Ga ervan uit dat jouw belkosten hetzelfde zijn als die in de videoclip.

- Waar hangen de belkosten per maand van af?
- Hoeveel betaal je als je in een maand 120 minuten hebt gebeld?

### Uitleg

Een kaars is twintig centimeter lang en wordt aangestoken. Je meet de lengte aan het begin van elk uur.

In de tabel zie je dat tijdens elk uur *brandtijd* de *lengte* twee centimeter korter wordt. Er is een relatie tussen de *brandtijd* en de *lengte* van de kaars. De tabel brengt het verband tussen de grootheden *brandtijd* en *lengte* in beeld.



Figuur 2

<i>brandtijd</i> (uur)	0	1	2	3
<i>lengte</i> (cm)	20	18	16	14

Tabel 1

Omdat deze grootheden veranderen, heten ze variabelen (veranderlijken). In dit geval hangt de variabele *lengte* af van de variabele *brandtijd*. Daarom is *lengte* de afhankelijke variabele en *brandtijd* de onafhankelijke variabele. Bij de variabele *brandtijd* hoort de eenheid 'uur'. Bij de variabele *lengte* hoort de eenheid 'centimeter'.

Je kunt dit verband beschrijven in woorden: als de *brandtijd* toeneemt, neemt de *lengte* af.

Een verband kun je ook weergeven in een grafiek. De grafiek blijkt in dit geval een rechte lijn te zijn.

### Opgave 1

Bekijk de **Uitleg**. Je ziet een tabel met meetgegevens en een grafiek van het verband.

- a Tussen welke twee variabelen is er een verband?  
Wat is de onafhankelijke variabele en wat is de afhankelijke variabele?
- b De tabel in de uitleg loopt maar tot drie uur.  
Welke lengte hoort bij een brandtijd van vier uur?
- c In de grafiek lijkt de kaars na tien uur te zijn opgebrand.  
Reken na dat dit inderdaad het geval is.

### Opgave 2

Een tweede kaars heeft een beginlengte van vijftien centimeter. Ook deze kaars brandt gelijkmatig op. Omdat hij dikker is, wordt hij elk uur een halve centimeter korter.

- a Maak ook voor deze kaars een tabel van de *lengte* (cm) afhankelijk van de *brandtijd* (uur).
- b Neem de grafiek uit de **Uitleg** over en teken hierin een grafiek van het verband tussen de *lengte* en *brandtijd* van de tweede kaars.
- c Na hoeveel uur is deze tweede kaars opgebrand?
- d Deze kaars wordt tegelijk aangestoken met de kaars uit de uitleg. Bepaal met de grafiek na hoeveel tijd deze kaars langer is dan de kaars uit de uitleg.

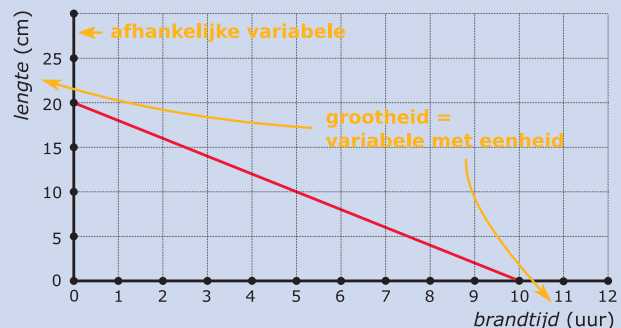
## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

Soms is er een **verband** tussen twee **grootheden**.

De éne grootheid kan steeds andere waarden aannemen en van de andere kun je dan de waarde uitrekenen, het zijn **variabelen**. De variabele waarvan je de waarden kunt kiezen heet de **onafhankelijke variabele** en de variabele waarvan je dan de waarden berekent heet de **afhankelijke variabele**.

Bij zo'n verband maak je vaak een tabel. Je kiest dan oplopende waarden voor de onafhankelijke variabele en rekt de waarden van de afhankelijke variabele uit. Bij die tabel past dan weer een grafiek.



Figuur 3

### Voorbeeld 1

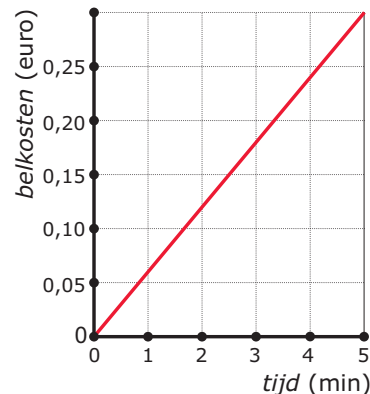
Neem even aan, dat je met je telefoon alleen belt, verder niks.

Als je belt, kost dat bijvoorbeeld € 0,06 per belminuut. Je *belkosten* (euro) hangen dan af van de *tijd* (min) die je belt. Er is een verband tussen de variabelen *belkosten* en *tijd*.

De variabele *belkosten* is de afhankelijke variabele en de variabele *tijd* de onafhankelijke variabele. Bij de variabele *tijd* hoort de eenheid minuut. Bij de variabele *belkosten* hoort de eenheid euro.

Het verband in woorden: als de *bel*tijd met één minuut toeneemt, nemen de *belkosten* met € 0,06 toe.

Dit verband tussen de variabelen *belkosten* en *tijd* kun je weergeven in een tabel en in een grafiek.



Figuur 4

<i>tijd</i> (min)	0	1	2	3	4	5
<i>belkosten</i> (euro)	0,00	0,06	0,12	0,18	0,24	0,30

Tabel 2

### Opgave 3

Neem de gegevens uit **Voorbeeld 1**. Ga ervan uit dat je alleen belt met je mobiele telefoon; je maakt dus geen kosten voor bijvoorbeeld sms'en, appen of internetten.

- Waarom zijn de tabel en de grafiek op deze manier niet erg zinvol als je de kosten per maand in beeld wilt brengen?
- Maak een tabel waarin je beter zicht krijgt op de kosten per maand.
- Hoeveel ben je zelf ongeveer kwijt aan belkosten per maand als je zo'n abonnement zou hebben?

### Voorbeeld 2

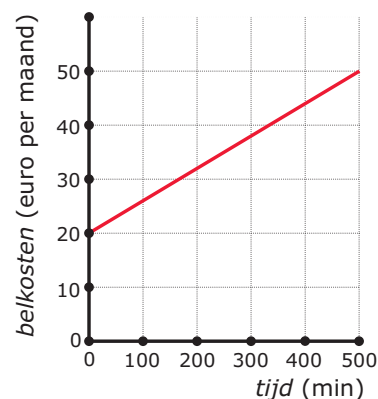
Neem even aan, dat je met je telefoon alleen belt, verder niks.

Als je belt, kost dit bijvoorbeeld € 0,06 per minuut. Met een abonnement betaal je ook abonnementskosten per maand, bijvoorbeeld € 20,00. Dit zijn je startkosten. Ook al bel je niet, die € 20,00 betaal je sowieso (zie de tabel).

*Tijd* is de onafhankelijke variabele en *belkosten* is de afhankelijke variabele. Bij de variabele *tijd* hoort de eenheid minuut. Bij de variabele *belkosten* hoort de eenheid euro per maand.

Het verband in woorden: de *belkosten* bedragen € 20,00 plus € 0,06 per gebelde minuut.

Dit verband kun je ook weergeven in een tabel en in een grafiek.



Figuur 5

<i>tijd</i> (min)	0	100	200	300
<i>belkosten</i> (euro)	20,00	26,00	32,00	38,00

Tabel 3

### Opgave 4

Bekijk de grafiek in **Voorbeeld 2**.

- Geeft deze grafiek een realistisch beeld van de *belkosten*?
- Als je 150 minuten per maand belt, wat zijn dan je *belkosten* per maand?
- Wat zijn jouw maandelijkse *belkosten* ongeveer als je zo'n abonnement zou hebben?

### Opgave 5

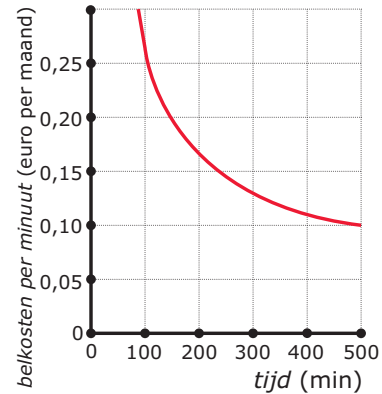
Ga uit van een telefoon waar je alleen mee belt, en waar een abonnement bij hoort van € 5,00 per maand en € 0,03 per gebelde minuut.

- a Maak zelf een tabel waarin het verband tussen de variabelen *beltijd* (min) en *belkosten* (euro) zichtbaar wordt.
- b Teken de bijpassende grafiek.
- c Hoelang moet je ongeveer bellen om met zo'n abonnement boven de € 10,00 per maand uit te komen? Gebruik de grafiek en reken na.

### Voorbeeld 3

Neem even aan, dat je met je telefoon alleen belt, verder niks.

Als je belt, kost dit € 0,06 per minuut. Je hebt een abonnement van € 20,00 per maand. Je *belkosten* (euro) hangen af van de *tijd* (min) die je belt. De *belkosten per minuut* (euro per maand) vind je door de *belkosten* te delen door de *tijd* (aantal minuten dat je belt). Bij nul minuten bellen, betaal je alleen abonnementskosten. De *belkosten* per minuut bij nul minuten bellen kun je niet weergeven, omdat je niet door nul kunt delen.



Figuur 6

<i>tijd</i> (min)	0	100	200	300
<i>belkosten</i> (euro)	20,00	26,00	32,00	38,00
<i>belkosten per minuut</i> (euro/maand)	-	0,26	0,16	0,13

Tabel 4

De *belkosten per minuut* hangen af van de *tijd* die je belt. Er is dus een verband tussen de variabelen *tijd* en *belkosten per minuut*. *Tijd* is de onafhankelijke variabele en *belkosten per minuut* is de afhankelijke variabele. Bij de variabele *tijd* hoort de eenheid minuten. Bij de variabele *belkosten per minuut* hoort de eenheid euro per maand.

### Opgave 6

Werk met de gegevens uit [Voorbeeld 3](#).

- a Reken de bedragen die in de tabel staan bij *belkosten per minuut*, na.
- b Reken na dat de *belkosten per minuut* € 0,10 zijn als je vijfhonderd minuten belt in een maand.
- c Waarom wordt deze grafiek geen rechte lijn?
- d Hoe hoog zouden je *belkosten per minuut* zijn als je de hele maand elke minuut zou bellen?

### Opgave 7

Ga uit van een telefoon waarmee je alleen belt en waar een abonnement bij hoort van € 5,00 per maand en waarbij je € 0,03 betaalt per belminuut.

- a Maak zelf een tabel waarin het verband tussen de variabelen *beltijd* (min) en *belkosten per minuut* (euro per maand) zichtbaar wordt. Rond de bedragen af op drie decimalen.
- b Teken de bijpassende grafiek.
- c Hoeveel moet je bellen om onder de € 0,04 per minuut uit te komen met dit abonnement? Gebruik de grafiek en reken na.

## Verwerken

### Opgave 8

Anneke gaat in de zomervakantie tomaten plukken. Hoeveel ze verdient, hangt af van het aantal kistjes dat ze met geplukte tomaten vult.

<i>aantal kistjes</i>	2	4	6	8	10
<i>loon (euro)</i>	4,50	9,00	13,50	18,00	22,50

Tabel 5

- Tussen welke twee variabelen is er een verband? Welke eenheden worden er gebruikt?
- Welke variabele is de onafhankelijke variabele en welke is de afhankelijke variabele?
- Hoeveel verdient Anneke per kistje?
- Hoe zou je het verband tussen het *loon* van Anneke en het *aantal kistjes* tomaten dat ze plukt, in woorden kunnen beschrijven?
- Anneke vult op een dag vijf kistjes met de door haar geplukte tomaten. Hoeveel verdient ze die dag?
- En hoeveel verdient ze als ze twaalf kistjes met tomaten vult?
- Bij dit verband zou je een grafiek kunnen tekenen. Is die grafiek stijgend of dalend? Is de grafiek een rechte lijn?

### Opgave 9

Michiel houdt van lezen. Hij is begonnen in een boek van 120 bladzijden.

- Hoeveel dagen leest hij in dit boek als hij 10 bladzijden per dag leest?
- En hoeveel dagen als hij 12 bladzijden per dag leest?
- Tussen welke twee variabelen bestaat er dus een verband?
- Welke variabele is de onafhankelijke variabele en welke is de afhankelijke variabele?
- Maak een tabel bij dit verband.
- Teken een grafiek bij dit verband. Waarom is die grafiek geen rechte lijn?

### Opgave 10

Bij een taxibedrijf hangt de prijs van een rit af van het aantal kilometers dat een klant meerrijdt.

<i>ritlengte (km)</i>	4	5	6	7	8	9	10
<i>ritprijs (euro)</i>	11	13	15	17	19	21	23

Tabel 6

- Hoeveel betaal je voor een rit van elf kilometer?
- Teken een grafiek bij dit verband.
- Hoe zou jij aan de klant uitleggen hoe de *ritprijs* berekend wordt?
- Vanaf hoeveel kilometer betaal je meer dan € 30,00?

### Opgave 11

Bij een bedrijf kun je pennen met je naam erop bestellen. Hoeveel zo'n pen kost, hangt af van het aantal pennen dat je bestelt.

<i>aantal pennen</i>	100	200	400	600	800
<i>prijs per pen (euro)</i>	1,00	0,80	0,60	0,50	0,45

Tabel 7

- a Teken de grafiek bij het verband tussen de variabelen *aantal pennen* en *prijs per pen*.
- b Je bestelt honderd pennen. Hoeveel betaal je per pen? En hoeveel betaal je in totaal?
- c Maak nu zelf een tabel en een grafiek bij het verband tussen *aantal pennen* en *totale kosten*.
- d Het bedrijf beweert: "Hoe meer pennen u bestelt, hoe goedkoper u uit bent." Is deze uitspraak juist? Licht je antwoord toe.
- e Waarom is de grafiek van het verband tussen *aantal pennen* en *totale kosten* geen rechte lijn?

### Opgave 12

Voor je energie in huis betaal je een vast bedrag per maand (vastrecht) en een bedrag per kWh die je verbruikt. In de tabel zie je de totale kosten van de stroomrekening (zonder belastingen) bij verschillende hoeveelheden stroom die je per maand verbruikt.

<i>stroomverbruik</i> (kWh)	0	100	200	300	400	500
<i>prijs</i> (euro)	3,50	11,55	19,60	27,65	35,70	43,75

Tabel 8

- a Maak nu zelf een tabel waarin het verband tussen de variabelen *stroomverbruik* (kWh) en *stroomkosten per kWh* (euro per maand) zichtbaar wordt. Rond de *stroomkosten per kWh* af op drie decimalen.
- b Bij dit verband kun je een grafiek tekenen. Is de grafiek stijgend of dalend? Is de grafiek een rechte lijn? Licht je antwoord toe.

### Toepassen

Een digitaal plaatje bestaat uit pixels (afkomstig van de Engelse term 'picture elements'). Als het een zwart/wit plaatje is, heeft elke pixel één waarde, meestal lopend van 0 (zwart) t/m 255 (wit) waarmee de grijswaarde ervan wordt bepaald. Is het een kleurenplaatje dan heeft elke pixel drie waarden één voor rood (R), één voor geel (G) en één voor blauw (B): tenminste in het RGB-formaat.

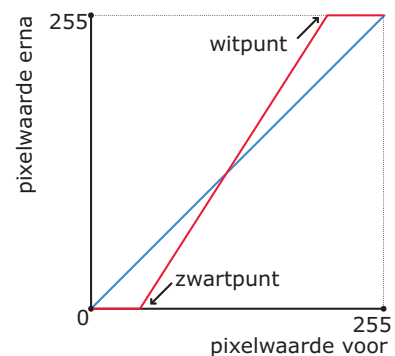
Als je zo'n beeld wilt bewerken, dan bereken je nieuwe waarden voor elke pixel. In een grafiek kun je het verband tussen de waarden van de pixels voor de bewerking en die erna laten zien.

Deze grafiek zorgt ervoor dat de donkere gedeelten van het plaatje donkerder worden en de lichte gedeelten lichter: je verhoogt zo het 'contrast'.

Het punt waar vanaf de grafiek schuin omhoog gaat lopen heet het 'zwartpunt' van de grafiek.

Het punt waar vanaf de grafiek weer horizontaal loopt heet het 'witpunt' van de grafiek.

Maak je andere grafieken voor het omrekenen van de pixelwaarden, dan kun je hele bijzondere effecten krijgen!



Figuur 7

### Opgave 13: Beeldbewerking

Bekijk het verhaal over het bewerken van een zwart-wit foto in [Toepassen](#).

- a Tussen welke twee variabelen geeft de grafiek het verband weer?
- b Wat betekent de blauwe lijn in deze figuur?
- c Welke pixelwaarden veranderen het minste als je het contrast van de foto verhoogt?
- d Waarom krijg je altijd een zwartpunt en een witpunt bij contrast vergroten? Welke betekenis hebben deze punten?

### Opgave 14: Twee taxibedrijven

In een stad zijn twee taxibedrijven actief. Ze hebben verschillende tarieven. Je betaalt bij beide een vast bedrag als je een taxi laat komen (het basistarief of de voorrijkosten) en daarbovenop een bedrag voor elke kilometer die je wordt vervoerd.

- taxibedrijf A: voorrijkosten € 4,00 en de prijs per km € 2,75
- taxibedrijf B: voorrijkosten € 7,50 en de prijs per km € 2,20

- a Tussen welke twee variabelen bestaat hier steeds een verband?
- b Welke variabele is de onafhankelijke variabele en welke is de afhankelijke variabele?
- c Maak voor beide taxibedrijven een tabel en een grafiek van de ritprijs.
- d Bepaal bij welke afstand beide taxibedrijven even duur zijn.

## Testen

### Opgave 15

Bij een fietsenverhuurbedrijf kun je fietsen huren voor een of meerdere dagen. Voor € 6,00 huur je één dag een fiets.

- a Tussen welke twee variabelen is hier een verband?
- b Welke variabele is de onafhankelijke variabele en welke de afhankelijke?
- c Hoeveel betaal je als je drie dagen een fiets huurt?
- d Hoeveel betaal je als je een week een fiets huurt?
- e Maak nu zelf een tabel en een grafiek bij de *totale prijs* voor het huren van een fiets.



© 2021

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: [f.spijkers@math4all.nl](mailto:f.spijkers@math4all.nl)

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij [a.f.otten@xs4all.nl](mailto:a.f.otten@xs4all.nl) een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.

---