1.2 Modelleren

Inleiding

Een model is een vereenvoudiging van de werkelijkheid waarin nog alle eigenschappen zijn terug te vinden die belangrijk zijn voor het probleem.
Het verband tussen de kijkafstand a (in m) in een aards landschap zonder obstakels en de hoogte h (in m) is daarvan een voorbeeld. De formule $a = 3568 \cdot \sqrt{h}$ kun je zelf afleiden. Het proces van het bedenken van zo'n rekenmodel voor de situatie noem je ‘modelleren’.

Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- werken met wiskundige modellen in eenvoudige situaties;
- welke stappen er bij het construeren van een wiskundig model zijn te herkennen;
- hoe je het stellen van goede vragen kunt gebruiken om een model te construeren.

Voorkennis

- werken met formules en recht en omgekeerd evenredige verbanden;
- meetkundige berekeningen met de stelling van Pythagoras, gelijkvormigheid.

Verkennen

Opgave V1

Iemand staat op een toren en heeft een vrij uitzicht. Je wil theoretisch berekenen hoe ver deze persoon kan kijken.
Welke aannames komen hierbij kijken?
Kun je een formule afleiden voor de kijkafstand a afhankelijk van de ooghoogte h?

Uitleg

Probleem: “Iemand staat op een toren en heeft een vrij uitzicht. Hoe ver kan hij (theoretisch) kijken?”

Om zo'n probleem op te kunnen lossen, maak je een bijbehorend model.

Een model is een vereenvoudiging van de werkelijkheid. Hierin zijn nog alle eigenschappen terug te vinden die belangrijk zijn voor de beschrijving van een bepaald verschijnsel dat je wilt verklaren, of het probleem dat je wilt oplossen. Het bewust opstellen van zo'n model noem je modelleren. Bij het modelleren volg je een aantal vaste stappen. Probeer eerst zelf een oplossing voor het probleem te vinden.

Opgave 1

Bekijk het probleem in de **Uitleg**. De volgende vragen kunnen je helpen om de oplossing van dit probleem te vinden. Dergelijke vragen moet je jezelf ook altijd stellen als je de oplossing van een probleem niet meteen ziet. Als eerste ontwerp je een rekenmodel.

a Waarom kan hij niet oneindig ver kijken, ook als er geen obstakels in de weg staan? Maak een schets om je antwoord toe te lichten.

b Hoe heb je in je figuur de afstand die hij kan kijken aangegeven? Welke vereenvoudigingen heb je nu al toegepast?

Waarschijnlijk bestaat je figuur uit een (deel van een) cirkel die een doorsnede van het aardoppervlak voorstelt. En daarop een lijnstukje dat de hoogte van de ogen van de persoon voorstelt die vanaf de toren boven het aardoppervlak kijkt. Als dat niet zo is, maak dan alsnog een dergelijke figuur. Noem het middelpunt van de cirkel M en het lijnstuk (dat degene die kijkt voorstelt) PQ, met Q op het aardoppervlak.
Punt R is een punt op het aardoppervlak dat de persoon die kijkt nog net kan zien. Geef zo'n punt in je figuur aan.

c Waarom moet PQ op het verlengde van MQ liggen?

d Welke eigenschap heeft driehoek MPR? Probeer daar een verklaring voor te vinden.

e De omtrek van de aarde is 40000 km. Van welke lijnstukken kun je nu de lengte berekenen? Bereken deze lengtes.

f Hoe kun je het probleem verder oplossen?

Opgave 2

Iemand doet het volgende voorstel om het probleem in de **Uitleg** op te lossen:

Kies voor de lengte van PQ (de hoogte van de ogen van de persoon die kijkt boven het aardoppervlak) een bepaalde waarde, bijvoorbeeld 50 m. Verder is de kijkafstand PR en die afstand geef je de letter a. Vervolgens pas je de stelling van Pythagoras toe in ΔMPR.

a Je kunt daarmee a uitrekenen. Doe dat.

De ooghoogte van de persoon die kijkt boven het aardoppervlak hoeft niet 50 m te zijn.

b Hoe kun je daarmee rekening houden?

c Probeer nu een volledige oplossing van het probleem te beschrijven. Je kunt daarbij werken met variabelen en een formule. Maar je kunt ook werken op de computer met bijvoorbeeld Excel.

Vaak wordt de formule $a = 3568 \cdot \sqrt{h}$ gebruikt voor de kijkafstand, met a en h in m.

d Probeer die formule af te leiden uit jouw eigen formule.

Opgave 3

Iemand anders vindt dat de kijkafstand de afstand over het aardoppervlak is. Hij doet het volgende voorstel om het probleem in de **Uitleg** op te lossen:
Kies voor de lengte van PQ (de hoogte van de ogen van de persoon die kijkt boven het aardoppervlak) de letter h (m). Verder is de kijkafstand de lengte van de boog QR en die geef je de letter a. De lengte van die boog wordt bepaald door de grootte van hoek QMR. En die kun je uitrekenen in driehoek MPR.

a Beschrijf nu hoe je a kunt berekenen.

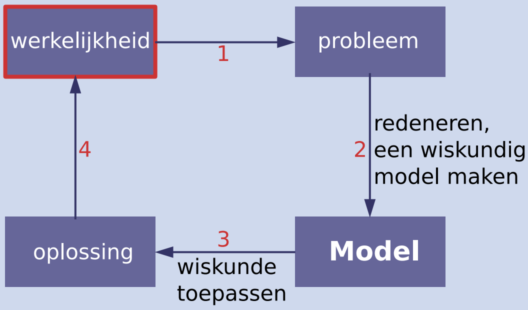
b Waarom is nu het probleem opgelost?

c Welke methode vind je het beste om het vraagstuk op te lossen?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Een model is een vereenvoudiging van de werkelijkheid waarin nog alle eigenschappen zijn terug te vinden die belangrijk zijn voor de beschrijving van het verschijnsel dat je wilt verklaren. Het bewust opstellen van zo'n model noem je **modelleren**.
Bij het modelleren volg je een viertal vaste stappen.



Figuur 2

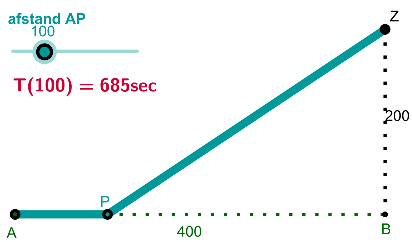
1. Je kijkt naar de werkelijkheid en stelt jezelf een vraag: de probleemstelling. Je bedenkt welke grootheden en variabelen een rol spelen.
2. Je vereenvoudigt de werkelijkheid door aannames te doen en ontwerpt een wiskundig model dat zo goed mogelijk bij de probleemstelling past. Je geeft duidelijke definities van de grootheden waartussen je verbanden gaat zoeken. Je moet ook goed bijhouden waarom je bepaalde dingen weglaat.
3. Je zoekt het antwoord op je vraag door in je model wiskundige berekeningen toe te passen. Het antwoord kan de oplossing van het probleem zijn, maar ook een beschrijving van de bepaalde situatie.
4. Je kijkt of je antwoord wel bij de werkelijkheid past. Je moet je antwoord ‘terugvertalen’. Als dat kan, ontwerp je ook een test. Daarmee onderzoek je of je model goed genoeg was of moet worden bijgesteld en doorloop je de cyclus opnieuw.

Je doorloopt deze stappen aan de hand van vragen die je jezelf stelt. Bijvoorbeeld of je een schema of tekening kunt maken, of je de verbanden kunt uitdrukken in wiskundige formules, of dat je de uitkomst misschien van tevoren kunt schatten. De **lijst met mogelijke vragen** kan je daarbij helpen. Deze vragenlijst is niet uitputtend, er zijn meer vragen die je jezelf kunt stellen. Het is slechts een eerste aanzet.

Voorbeeld 1

Bekijk de applet.

Iemand staat aan de (vrijwel rechte) waterlijn van een heel grote waterpartij. Schuin voor zich ziet hij in het water een zwemmer die in nood is. Hoe kan hij zo snel mogelijk bij de zwemmer komen om hulp te bieden? Springt hij meteen in het water of loopt hij eerst een stuk langs het strand?



Figuur 3

Antwoord

Je ziet een figuur waarbij punt A de persoon aan de waterlijn voorstelt, punt Z de zwemmer in nood is en ABZ een rechthoekige driehoek is waarvan AB de waterlijn voorstelt. Aangenomen is dat $AB = 400$ m en dat $BZ = 200$ m. Bij punt P gaat de redder het water in. De loopsnelheid is (bij hard lopen) 18 km/h en de zwemsnelheid 5,4 km/h.

Dit is het begin van een rekenmodel. Probeer dit eerst zelf te ontwerpen.

Opgave 4

In **Voorbeeld 1** zie je het probleem van het bepalen van de kortste weg naar een zwemmer. Probeer eerst zelf een oplossing te verzinnen. De volgende vragen leiden je naar een oplossing. Gebruik de aannames in het voorbeeld.

a Hoeveel tijd kost het om de zwemmer te bereiken als er alleen wordt gezwommen?

b Waarom is het waarschijnlijk verstandig om eerst een stuk langs de waterlijn te lopen?

c En hoeveel tijd kost het om de zwemmer te bereiken als het hele stuk AB eerst wordt gelopen en dan BZ wordt gezwommen?

Er wordt een nog kortere tijd bereikt als de persoon bij A niet helemaal van A naar B loopt, maar slechts een deel AP van die afstand.

d Kies $AP = 300$ en bereken dan de tijd die nodig is om de zwemmer te bereiken.

Je kunt ook werken met een variabele voor de lengte van AP. Noem die lengte bijvoorbeeld x.

e Stel een formule op voor de totale tijd $T(x)$ die nodig is om Z te bereiken vanuit A.

f Hoe kun je het probleem verder oplossen?

Opgave 5

Bekijk de vorige opgave over het ‘zwemmer in nood’ probleem nog eens. Bekijk ook de modelleercyclus in de theorie.

a Welke aannames heb je gedaan? Hoe heb je die in de schets van de situatie verwerkt?

b Welke extreme gevallen heb je eerst doorgerekend?

c Welke variabelen heb je ingevoerd? Kon je ook andere variabelen kiezen?

d Welke verbanden tussen de variabelen heb je gevonden?

e Kun je het antwoord controleren? Beschrijf een mogelijke test (zonder dat je een zwemmer in nood moet inschakelen).

Voorbeeld 2

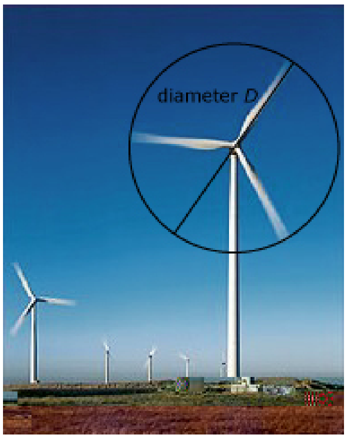
Op diverse plaatsen in Nederland zijn windmolens geplaatst om energie op te wekken. Het vermogen van zo'n windmolen hangt af van de grootte van de wieken en de windsnelheid. Je kunt er een wiskundig model voor opstellen. Het opgewekte vermogen (kWh) is recht evenredig met de massa van de hoeveelheid lucht per seconde maal de windsnelheid (m/s) in het kwadraat:
$P = c \cdot m \cdot v^2$

Hierin is P het vermogen in kilowattuur (kWh), m de massa van de hoeveelheid lucht per seconde en v de windsnelheid in meter per seconde (m/s).

De hoeveelheid lucht die per seconde voorbijkomt, is een cilinder met een grondvlak van $\frac{1}{4}\pi D^2$ en een lengte van v.

De massa daarvan is $\frac{1}{4}\pi D^2 \cdot v \cdot \rho$ waarin ρ de dichtheid van de lucht is, het aantal kg per m^3.

Zo vind je: $P = C \cdot v^3 \cdot D^2$.



Figuur 4

De constante C hangt af van de dichtheid van de lucht en onder andere van de eigenschappen van de windmolen. De constante is alleen experimenteel te bepalen, dus door metingen te verrichten.

Opgave 6

Bestudeer **Voorbeeld 2**. Hierin gaat het om een formule voor het vermogen van een windmolen.

a Welke aannames zijn er gedaan?

b Laat zien hoe je aan de formules $\frac{1}{4}\pi D^2$ en $P = C \cdot v^3 \cdot D^2$ komt.

c Hoe wordt de modelcyclus doorlopen? Beschrijf bij elke stap wat er gebeurt.

d Kun je een manier bedenken om het model te testen?

Voorbeeld 3

In een straat komen lantaarnpalen, waarbij de kosten zo laag mogelijk moeten zijn. Ontwerp een model voor de straatverlichting. Ga daarbij van de volgende gegevens uit:

- De lichtsterkte S (watt per m^2) is recht evenredig met het vermogen P (watt) van de lichtbron en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand (m) tot de lichtbron. Kun je verklaren waarom dit zo is?
- Je verlicht de weg met straatlantaarns met een bepaald vermogen, een bepaalde hoogte en een bepaalde onderlinge afstand. Neem aan dat die niet variëren.
- Wettelijk is vastgelegd dat de lichtsterkte op elk punt van een weg moet liggen tussen 10 en 320 watt/m^2.

Daarnaast moet je rekening houden met afschrijving en onderhoud van de palen. Die kosten hangen onder andere af van de hoogte h en de onderlinge afstand a. Hogere palen zijn namelijk duurder en een kleinere onderlinge afstand betekent meer palen. Verder zijn er kosten voor de elektriciteit: bijvoorbeeld € 0,15 per kWh. Dit betekent dat een lamp van 1 kW die een uur brandt € 0,15 kost. Neem nu per jaar:

- € 200,00 per lantaarnpaal voor schoonhouden, reparaties, schilderwerk en dergelijke;
- € 50,00 per meter lantaarnpaal voor vervanging, afschrijving, onderhoud;
- elektriciteit kost € 0,15 per kWh.

Antwoord

Om je op weg te helpen even een paar ideeën. De volgende variabelen kunnen een rol spelen:

- P is de lichtsterkte in watt van de lamp in elke straatlantaarn.
- h is de hoogte in meter van de straatlantaarn (en dus van de lamp, neem je aan).
- a is de (vaste) onderlinge afstand in meter van een rij straatlantaarns aan één kant van de weg.
- Aan beide zijden van de weg staan straatlantaarns en wel recht tegenover elkaar.
- b is de breedte in meter van de weg (en dus van de twee rijen straatlantaarns, neem je aan).
- B is de brandtijd (uur per jaar) dat de lampen branden.

De lichtsterkte L (watt per m^2) van elke afzonderlijke lamp is omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand tot de lamp. Dit kun je nagaan door te bedenken dat een oppervlak dat twee keer zo ver van de lamp is verwijderd de lichtsterkte moet verdelen over een vier keer zo groot geworden oppervlakte. Het punt met de grootste lichtsterkte zit steeds recht onder de lamp en is:

$$L = \frac{P}{h^2}$$

Het punt met de kleinste lichtsterkte zit op het midden van de weg, midden tussen vier lantaarns in en heeft dus een lichtsterkte van:

$$L = 4 \cdot \frac{P}{h^2+(0{,}5a)^2+(0{,}5b)^2}$$

Er wordt dus aangenomen dat andere lantaarns dan de omliggende geen bijdrage leveren aan de lichtsterkte in dit punt. Dit levert twee voorwaarden op vanwege de maximale en de minimale lichtsterkte op de weg. Het inschakelen van een spreadsheet zoals Excel is nu handig om mogelijke waarden van P, h, a en b door te rekenen. Bijvoorbeeld $P = 1000$, $h = 5$, $b = 8$ en $a = 30$ voldoet aan de twee voorwaarden, maar er zijn veel meer mogelijkheden.

De jaarlijkse kosten per meter weg kun je berekenen met de formule: $K = 2\cdot\frac{1}{a}\cdot\left(200 + 50h + B\cdot\frac{P}{1000}\cdot 0{,}15\right)$.

Nu moeten de waarden voor P, h, a, b en B zo worden gekozen dat niet alleen aan de twee voorwaarden, maar ook aan K minimaal is voldaan. Ook hier is werken met Excel handig.

Opgave 7

Bekijk het probleem van de goedkoopste straatverlichting in **Voorbeeld 3**.

a Probeer eerst zelf met behulp van de modelcyclus een rekenmodel te ontwerpen.

Het is nuttig om jouw oplossing te vergelijken met de aanpak in het voorbeeld.

b Laat zien hoe je aan de formules $L = \frac{P}{h^2}$ en $L = 4\cdot\frac{P}{h^2+(0{,}5a)^2+(0{,}5b)^2}$ komt.

c Welke twee voorwaarden leveren die formules op?

d Laat zien hoe je aan de formule $K = 2\cdot\frac{1}{a}\cdot\left(200 + 50h + B\cdot\frac{P}{1000}\cdot 0{,}15\right)$ komt.

e Probeer nu een oplossing voor het probleem te vinden. Pas eerst de aannames aan op grond van gegevens die je zelf hebt gevonden, bijvoorbeeld via internet.

Verwerken

Opgave 8

Bij de aanschaf van een nieuwe auto heeft iemand de keuze uit twee uitvoeringen: een dieselversie en een benzineversie. Tussen deze versies bestaat een groot prijsverschil. Bovendien is de wegenbelasting verschillend en verschillen de brandstofprijzen.

Ga ervan uit dat de benzineversie een verbruik heeft van 8 L per 100 km en dat de dieselversie een verbruik heeft van 6 L per 100 km.

De dieselversie is jaarlijks € 1200,00 duurder dan de benzineversie.

Neem verder aan dat één liter benzine € 1,60 kost en dat de dieselprijs € 1,24 per liter is.

Welke auto moet hij kiezen? Los dit probleem op volgens de modelcyclus en waar nodig met behulp van de lijst met hulpvragen.

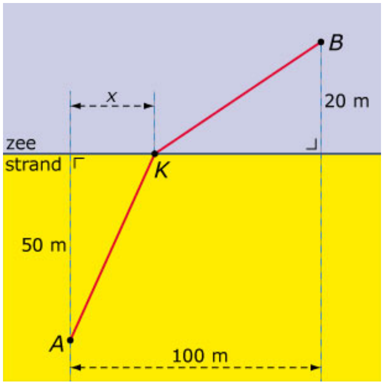
a Beschrijf eerst je rekenmodel met de bijbehorende aannames.

b Welke oplossing vind je?

c Hoe zou je kunnen controleren of dit enigszins realistisch is?

Opgave 9

Een zwemmer is in nood voor de kust van Bergen. De tekening geeft een beeld van de situatie. De zwemmer in nood bevindt zich bij punt B in zee. Een lid van de reddingsbrigade ziet de zwemmer in nood en wil in actie komen. Zij bevindt zich in punt A. Ze wil natuurlijk via de snelste weg naar de drenkeling toe. Maar wat is de snelste weg?
Een deel van de weg moet ze rennend afleggen en een deel zwemmend. Ze rent met een gemiddelde snelheid van 6 m/s en ze zwemt met een gemiddelde snelheid van 1,5 m/s. Hoe kan ze het snelst hulp bieden? Noem het punt waar ze in het water stapt K.
Punt K kan overal langs de aangegeven 100 m-lijn liggen. De tijd die ze nodig heeft om in B te komen moet natuurlijk zo klein mogelijk zijn. Noem de totale tijd t, de gemiddelde snelheid over het strand v_s en de gemiddelde snelheid in zee v_z.



Figuur 5

a Druk t uit in AK, KB, v_s en v_z.

b Formuleer een verband tussen t en x.

c Bepaal met behulp van de grafische rekenmachine de minimale tijd die ze nodig heeft om de zwemmer te bereiken. Geef je antwoord in seconden in één decimaal nauwkeurig.

d Bepaal de lengte van de snelste weg in m nauwkeurig.

Opgave 10

Om te bepalen welk gewicht een vliegtuig kan dragen geldt bij benadering de formule $W = 0{,}03 \cdot d \cdot V^2 \cdot S$. Hierin is W het gewicht in kg, S het vleugeloppervlak in m^2, V de kruissnelheid in m/s en d de luchtdichtheid in kg/m^3.

a Ga uit van een luchtdichtheid van 0,421 kg/m^3. Welk gewicht kan een vliegtuig dragen waarvan het vleugeloppervlak 350 m^2 en de kruissnelheid 700 km/h is? Geef je antwoord in kg nauwkeurig.

b Een vliegtuig met een kruissnelheid van 250 m/s en een vleugeloppervlak van 100 m^2 moet 12000 kg kunnen dragen. Wat is de minimale luchtdichtheid waarbij het vliegtuig kan vliegen?

c In de luchtvaart wordt vaak gewerkt met de vleugelbelasting, dat is het gewicht in kg per m^2 vleugeloppervlak.

Ga uit van een luchtdichtheid van 0,369 kg/m^3. De vleugelbelasting is recht evenredig met een macht van V. Wat is de evenredigheidsconstante?

d Wat gebeurt er met de vleugelbelasting als de kruissnelheid van een vliegtuig 1,4 keer zo groot wordt?

Opgave 11

De beheerder van een groot communicatienetwerk wil een kabel leggen tussen twee eilanden in de Stille Oceaan die 300 km van elkaar verwijderd liggen (hemelsbreed gerekend over zee). Deze kabel kan op de nagenoeg vlakke zeebodem tussen beide eilanden worden gelegd. Hoeveel kabel moet er minder worden getrokken als daarvoor een rechte tunnel tussen beide eilanden wordt geboord?

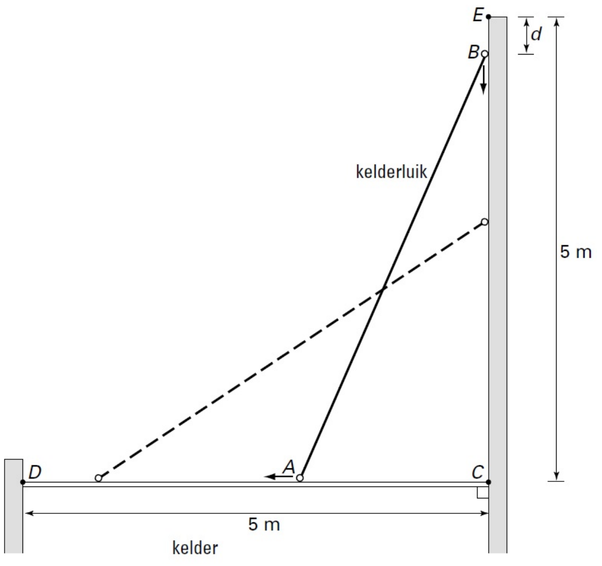
a Maak een schets van de situatie en schrijf de aannames op die je moet doen om hier iets zinnigs over te kunnen zeggen.

b Ontwerp een geschikt rekenmodel. Neem hierbij mee dat de aarde een omtrek van 40000 km heeft.

c Probeer de gestelde vraag zo goed mogelijk te beantwoorden. Schrijf ook enkele beperkingen van de kwaliteit van je antwoord op.

Opgave 12

Een grote kelder kan worden afgesloten met een rechthoekig luik. De lengte AB van het luik is 5 meter. Het luik sluit het keldergat precies af. In de figuur is een model van de situatie in een zijaanzicht getekend. De uiteinden van het luik (A en B) lopen over rails CD en EC.
Bij het openen en sluiten wordt A aangedreven door een elektromotor, die A een constante snelheid geeft van 0,1 meter per seconde. Ga er bij de vragen steeds van uit dat deze snelheid onmiddellijk bij het openen en sluiten van het luik optreedt.
Het luik wordt vanuit geheel geopende stand (A valt dan samen met C en B valt dan samen met E) gesloten.



Figuur 6

a Bereken hoeveel het punt B is gezakt, 20 seconden nadat het sluiten begonnen is. Geef je antwoord in m en rond af op twee decimalen.

t is de tijd (s) die verstreken is nadat het sluiten van het luik begonnen is. De afstand d (m) die het punt B dan afgelegd heeft, is afhankelijk van t.

b Stel een formule op voor $d(t)$.

Bij het sluiten van het luik is v de snelheid (m/s) van het punt B op tijdstip t.

c Bereken op welk tijdstip deze snelheid gelijk is aan 0,05 meter per seconde. Geef je antwoord in gehele seconden nauwkeurig.

(naar: examen wiskunde B havo in 2000, tweede tijdvak)

Toepassen

Opgave 13: Hoe snel beweeg je als je stilstaat?

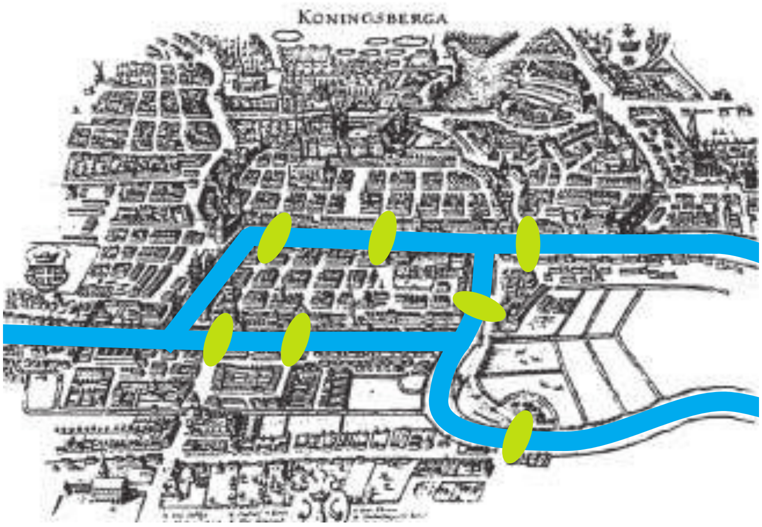
Je staat stil in het centrum van Amsterdam. Hoe snel beweeg je als gevolg van het draaien van de aarde?

Stel hiervoor zelf een model op. Maak daarbij gebruik van de modelcyclus. Probeer een manier te verzinnen om het model te testen.

Voor dit model heb je de breedtegraad van het centrum van Amsterdam nodig, en de omtrek van de aarde. Deze zijn respectievelijk (ongeveer) 52,37° en 40000 km.

Opgave 14: Het Koningsberger bruggenprobleem

De stad Koningsbergen (tegenwoordig Kalingrad) lag aan de rivier de Pregel. In deze stad bevonden zich twee eilanden die door zeven bruggen met elkaar en met het vaste land verbonden waren. Zie de figuur.



Figuur 7

Kun je over de zeven bruggen lopen, zonder tweemaal over eenzelfde brug te lopen?

Als dit lukt, laat dan zien hoe. Als dit niet lukt, toon dan aan waarom het niet lukt.

Testen

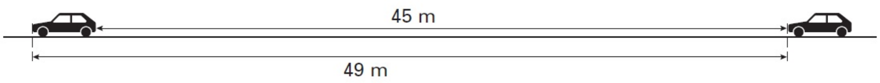
Opgave 15

De Amerikaanse verkeerskundige dr. Bruce Greenshields heeft in 1935 een rekenmodel ontwikkeld voor de verkeersdichtheid op auto(snel)wegen. Het probleem was het berekenen van de snelheid die alle automobilisten zouden moeten aanhouden om met een veilige onderlinge tussenruimte een zo goed mogelijke doorstroming te bewerkstelligen.
Hij bedacht voor de verkeersdichtheid k de formule

$$k = k_{\text{max}} \cdot \left(1 - \frac{v}{v_{\text{max}}}\right)$$

Hierbij is v de snelheid van het verkeer in kilometer per uur, v_{max} de snelheid van het verkeer in kilometer per uur als men niet door andere automobilisten in zijn snelheid belemmerd wordt, k de verkeersdichtheid en k_{max} het maximale aantal auto's per kilometer weg. Hieruit blijkt dat als het drukker wordt op de weg, de auto's langzamer rijden en ook dichter op elkaar. De verkeersdichtheid, dat is het aantal auto's per kilometer weg, neemt dus toe.

Eerst maar even wat rekenen. Ga uit van de volgende (denkbeeldige) situatie (zie figuur).
Op een weg rijden auto's met een snelheid van 80 kilometer per uur. De auto's houden een onderlinge afstand van 45 meter. De lengte van een auto is 4 meter. Per auto is dus 49 meter snelweg nodig. Langs deze weg staan borden met daarop de tekst: 'Houd 2 seconden afstand'.



Figuur 8

a Onderzoek of in de gegeven situatie de auto's hieraan voldoen.

Bij een gegeven snelheid is de doorstroming q het aantal auto's dat per uur een bepaald punt passeert als ze zo dicht mogelijk op elkaar rijden. Zo dicht mogelijk betekent hier dat de bestuurders de kleinste onderlinge afstand kiezen die nog voldoende verkeersveiligheid garandeert. Voor q geldt: $q = v \cdot k$.
Ga uit uit van de volgende situatie.
Op een weg is $v_{\text{max}} = 88$. Het verkeer rijdt achter elkaar aan met een snelheid van 72 kilometer per uur. Alle auto's zijn 4 meter lang. Er passen dus maximaal 250 auto's op een kilometer; in dit geval is k_{max} gelijk aan 250.

b Bereken de doorstroming q van deze weg.

De volgende vragen gaan over een snelweg met in beide richtingen twee rijstroken. Op elke rijstrook is $k_{\text{max}} = 250$ en $v_{\text{max}} = 160$.

c Leid hieruit een formule af voor de doorstroming q afhankelijk van de rijsnelheid v. Bereken daarmee de rijsnelheid waarbij de doorstroming maximaal is

(bron: examen havo wiskunde B in 2006, eerste tijdvak)

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: `f.spijkers@math4all.nl`

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij `a.f.otten@math4all.nl` een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.