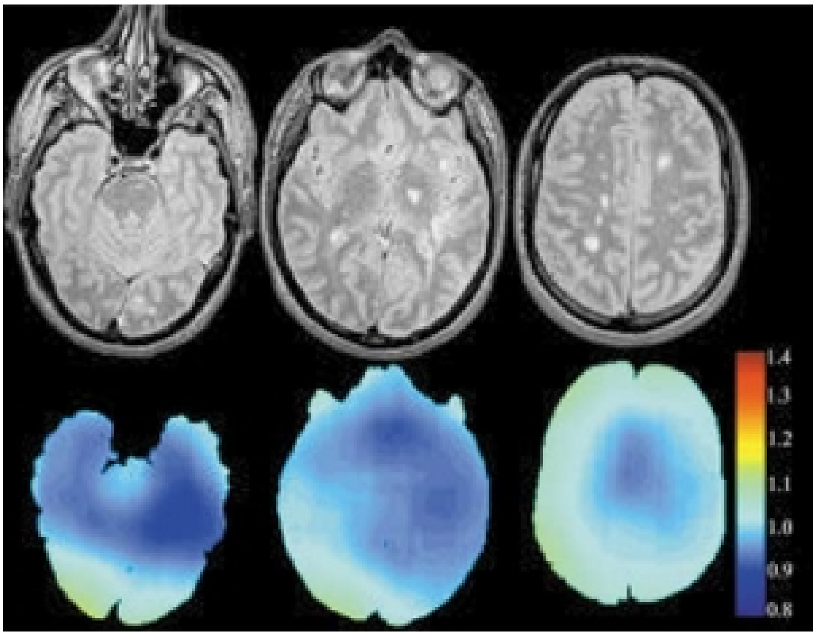
1.5 Series doorsneden

Inleiding



Figuur 1

Een MRI-scan van de hersenen levert een serie evenwijdige doorsneden op. De gebruikte techniek is **Magnetic Resonance Imaging** (beelden maken door magnetische resonantie).
Zo'n serie evenwijdige doorsneden geeft een beeld van iemands organen en ook van eventuele afwijkingen aan die organen.

Je leert in dit onderwerp

- een serie parallelle doorsneden tekenen.
- vanuit een serie evenwijdige doorsneden de ruimtelijke figuur opbouwen.

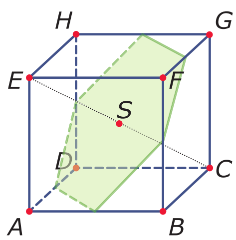
Voorkennis

- eenvoudige doorsneden tekenen in parallelprojectie;
- doorsneden op ware grootte tekenen.

Verkennen

Opgave V1

Bekijk de kubus die wordt doorsneden door een vlak loodrecht op EC en door punt S. Als je S zou kunnen bewegen, dan zou je een serie doorsneden van het vlak met de kubus zien.



Figuur 2

a Welke vormen doorsneden zijn allemaal mogelijk?

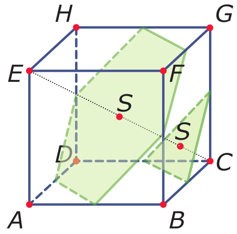
b Welke eigenschappen hebben alle doorsneden?

Uitleg

Bekijk de kubus die wordt doorsneden door een vlak loodrecht op EC en door punt S. Als je S zou kunnen bewegen, dan zou je een serie doorsneden van het vlak met de kubus zien. In de figuur is bij twee posities van punt S de doorsnede getekend.

De mogelijke doorsneden zijn: een punt, een gelijkzijdige driehoek en een zeshoek. Op één plek is er zelfs sprake van een regelmatige zeshoek.

De zijden van de verschillende doorsneden in hetzelfde vlak zijn evenwijdig. De zijden van dezelfde doorsnede in evenwijdige vlakken zijn ook evenwijdig.



Figuur 3

Opgave 1

De kubus $ABCD.EFGH$ in de **Uitleg** heeft ribben van 4 cm.

a Hoe zien alle doorsneden evenwijdig aan vlak $ABCD$ eruit?

b Teken een serie doorsneden evenwijdig aan vlak $BFHD$ in de kubus. Teken alle doorsneden die door een hoekpunt of het midden van een ribbe van de kubus gaan.

Opgave 2

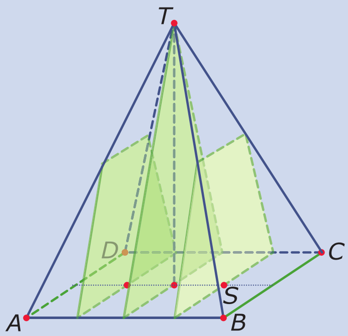
Teken een kubus $ABCD.EFGH$ met ribben van 4 cm. Teken een serie doorsneden loodrecht op lichaamsdiagonaal EC in de kubus. Teken alle doorsneden die door een hoekpunt of het midden van een ribbe van de kubus gaan.

Theorie en voorbeelden

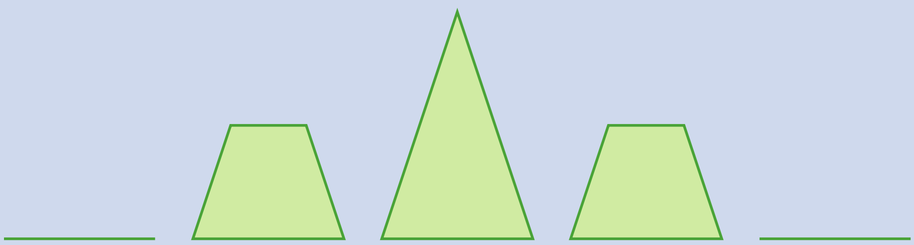
Om te onthouden

Een **serie evenwijdige doorsneden** bestaat uit doorsneden van een lichaam met een aantal evenwijdige vlakken. Zo'n serie geeft vaak een goed beeld van de vorm van een lichaam. Soms teken je de doorsneden in de oorspronkelijke figuur, soms teken je ze los van de figuur.
Bekijk de serie parallelle doorsneden van een piramide en een vlak loodrecht op en evenwijdig aan twee zijden van het grondvlak.

Om een serie evenwijdige doorsneden van een lichaam te tekenen, maak je gebruik van een eigenschap van het snijden van vlakken: Snijlijnen zijn evenwijdig als je één vlak snijdt met meerdere onderling evenwijdige vlakken.



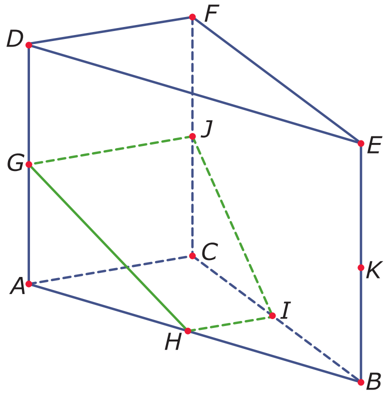
Figuur 4



Figuur 5

Voorbeeld 1

Je ziet een recht prisma $ABC.DEF$ met daarin een doorsnede $GHIJ$. De punten G, H, I, J en K zijn de middens van de ribben waar ze op liggen. Hoe teken je de doorsnede door D die evenwijdig aan $GHIJ$ loopt? En de evenwijdige doorsnede die door K gaat?



Figuur 6

Antwoord

Bij de doorsnede door D evenwijdig aan $GHIJ$ loopt de snijlijn uit D in het vlak $ABED$ evenwijdig aan GH. Ga na dat die snijlijn precies door B gaat. De snijlijn door D in het vlak $ACFD$ loopt evenwijdig aan GJ en dat geeft dan de lijn door DF.

Er loopt een snijlijn door K van de doorsnede evenwijdig aan $GHIJ$ die evenwijdig is aan GH in vlak $ABED$ en er loopt een snijlijn door K evenwijdig aan IJ in het vlak $CBEF$. Als je die snijlijnen tekent, levert je dit ook twee snijpunten op, waar een snijlijn evenwijdig aan GJ en DF doorloopt.

Opgave 3

Bekijk het prisma in **Voorbeeld 1**. $ACFD$ is een vierkant met ribben van 4 cm en $AB = BC = 6$ cm.

a Teken het prisma met daarin de doorsnede $GHIJ$.

b Teken in je figuur de doorsneden die evenwijdig zijn met $GHIJ$ en gaan door punt D dan wel punt K.

c Teken de doorsnede door punt K op ware grootte.

Opgave 4

Van de balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 4$, $BC = 8$ en $AE = 3$.
Verder is P het midden van EF en Q het midden van EH.

a Teken deze balk en de doorsnede van het vlak PBQ met die balk erin. Beschrijf hoe de constructie wordt uitgevoerd.

b Teken de doorsnede van het vlak door H en evenwijdig aan PBQ met de balk.

c Teken de doorsnede van het vlak door C en evenwijdig aan PBQ met de balk.

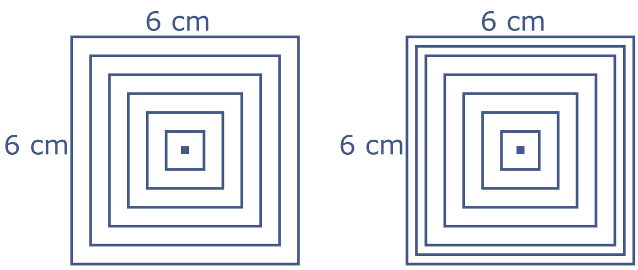
Opgave 5

Gegeven is piramide $T.KLMN$. Ga ervan uit dat $KLMN$ een vierkant is met zijden van 4 cm en dat de piramide een hoogte heeft van $TS = 6$ cm als S het snijpunt is van KM en LN.

Teken een serie van vijf doorsneden van deze piramide die evenwijdig zijn met $KLMN$.
De doorsneden zitten op gelijke afstanden van elkaar.

Voorbeeld 2

Je ziet een serie evenwijdige doorsneden van twee verschillende voorwerpen. De doorsneden zijn allemaal gemaakt evenwijdig aan het grondvlak, te beginnen met het grondvlak zelf en steeds 1 cm hoger.
Teken beide voorwerpen.



Figuur 7

Antwoord

Beredeneer eerst hoe beide voorwerpen eruitzien:

- De linker serie bestaat uit zeven doorsneden, die gelijkmatig kleiner worden, de laatste doorsnede is een punt. Hier gaat het kennelijk om een piramide met als grondvlak een vierkant van 6 cm bij 6 cm en een hoogte van 6 cm. De top ligt recht boven het midden van het grondvlak. Zo'n piramide kun je gemakkelijk tekenen.
- De rechter serie bestaat uit acht doorsneden met als laatste een punt. De eerste drie worden minder snel kleiner dan de volgende vijf. Het gaat daarom om een knikpiramide, waarvan het onderste deel (tot een hoogte van 2 cm) steiler is dan de rest (van 2 cm tot 7 cm). Misschien teken je liever eerst een vooraanzicht? Opnieuw zit de top van de piramide recht boven het midden van het grondvlak. Nu kun je hem vast wel tekenen.

Opgave 6

Bekijk nu de series doorsneden uit **Voorbeeld 2**.

a Teken de twee bijbehorende ruimtelijke figuren.

Je hebt al een serie horizontale doorsneden van een piramide $T.KLMN$ gemaakt. Ga ervan uit dat $KLMN$ een vierkant is met zijden van 4 cm en dat de piramide een hoogte heeft van $TS = 6$ cm als S het snijpunt is van KM en LN.

b Teken een serie van vijf parallelle doorsneden van de piramide en een vlak loodrecht op en evenwijdig aan twee zijden van het grondvlak . De middelste doorsnede bevat TS, de hoogte van de piramide.

Verwerken

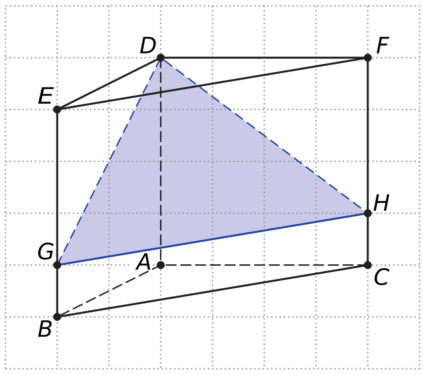
Opgave 7

Bekijk prisma $ABC.DEF$ waarvan twee grensvlakken vierkant zijn. Deze vierkanten hebben zijden van 4 cm. Verder is gegeven: $\angle BAC = 90°$, $BG = 1$ en $CH = 1$.

a Teken een doorsnede door punt B en evenwijdig met vlak GHD.

b Teken een doorsnede door het midden M van BE en evenwijdig met vlak GHD.

c Hoe ziet de doorsnede eruit van een vlak door punt E en evenwijdig met vlak GHD?

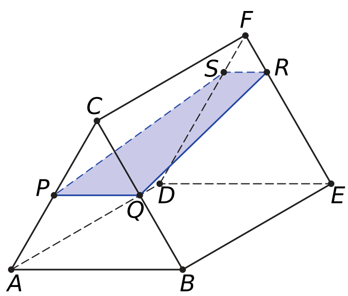


Figuur 8

Opgave 8

Bekijk de doorsnede van het vlak door P, Q en R en het regelmatige driezijdige prisma $ABC.DEF$.

Teken door A een doorsnede evenwijdig aan het vlak door P, Q, en R. En teken een doorsnede door het midden M van ribbe BE evenwijdig aan het vlak door P, Q en R.

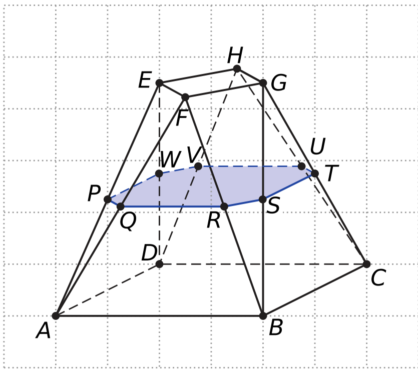


Figuur 9

Opgave 9

Van de achtkanter $ABCD.EFGH$ is het grondvlak $ABCD$ een vierkant van 4 bij 4, de hoogte 4 en het bovenvlak $EFGH$ een vierkant met diagonalen van 2 eenheden. In deze achtkanter is een horizontale doorsnede getekend door de middens van alle opstaande ribben.

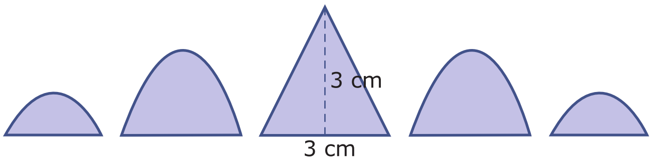
Teken van deze achtkanter een serie van vijf doorsneden evenwijdig aan het getekende vlak op ware grootte. De doorsneden liggen steeds op een afstand van 1 eenheid van elkaar en het getekende vlak zelf is één van die doorsneden.



Figuur 10

Opgave 10

Bekijk de serie verticale doorsneden van een lichaam. De afstand tussen de doorsneden is telkens 0,5 cm.



Figuur 11

Teken een parallelprojectie van dit lichaam.

Opgave 11

Teken een serie parallelle doorsneden van een kegel, evenwijdig aan de as van de kegel. De afstand tussen de doorsneden is 1 cm. De kegel is 5 cm hoog en de straal van de grondcirkel is 3 cm. Laat zien hoe je dit aanpakt, geef eventuele berekeningen.

Opgave 12

Teken een serie parallelle doorsneden van een bol met een straal van 3 cm. De afstand tussen de doorsneden is 1 cm. Laat zien hoe je dit aanpakt, geef eventuele berekeningen.

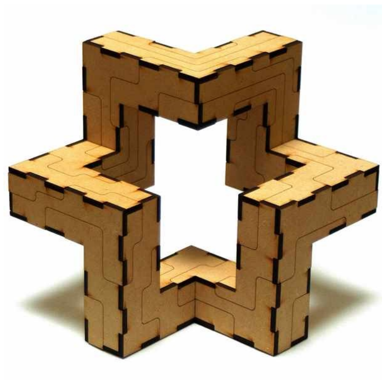
Toepassen

Opgave 13: De Step Star

Dit is de ‘Step Star’, een 3D puzzle. Als alle puzzelstukjes op hun plaats zitten, krijg je een figuur die precies in een kubus past en ribben heeft van 1 cm, 2 cm en 3 cm. De figuur lijkt een doorlopende balk die steeds onder een rechte hoek een knik maakt.

a Teken een vooraanzicht, een zijaanzicht en een bovenaanzicht van de ‘Step Star’. Je hoeft niet te letten op de afzonderlijke puzzelstukjes en de zwarte randjes.

b Teken een serie doorsneden van de ‘Step Star’ die evenwijdig zijn aan het grondvlak, het vlak waarop hij in de foto staat. Maak doorsneden die steeds 1 cm boven elkaar liggen, te beginnen met het grondvlak zelf.

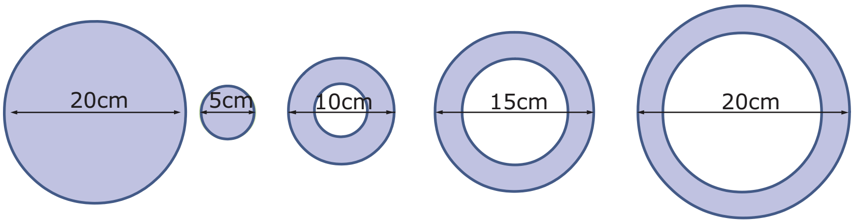


Figuur 12

Testen

Opgave 14

Hier zie je een aantal evenwijdige doorsneden van een vaas. De doorsneden zijn steeds op een onderlinge afstand van 10 cm genomen. De wanddikte van de vaas is 2,5 cm. Een mogelijke vaas heeft de vorm van twee afgeknotte kegels op elkaar.



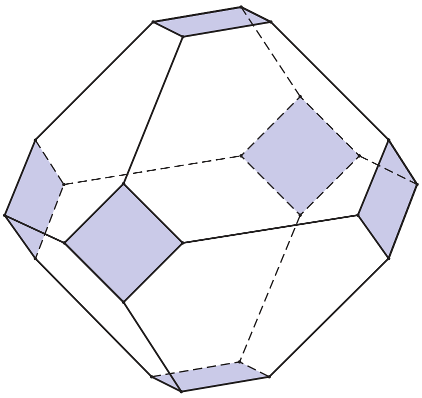
Figuur 13

Teken een vaas van die vorm met de kleinste inhoud die bij deze doorsneden past. Zet de afmetingen er bij.

Opgave 15

Bekijk de afgeknotte octaëder (regelmatig achtvlak). Het oorspronkelijke achtvlak had zes hoekpunten die allemaal 4 cm af lagen van het snijpunt M van de drie lichaamsdiagonalen van het achtvlak. De gekleurde vlakjes geven aan hoe de octaëder is afgeknot. Deze vlakjes liggen allemaal 3 cm van M verwijderd.

Teken een serie van zeven horizontale doorsneden van deze afgeknotte octaëder die steeds op 1 cm afstand van elkaar liggen.



Figuur 14