1.3 Aanzichten en uitslagen

Inleiding

Je kunt ruimtelijke figuren ook afbeelden op een plat vlak door het tekenen van verschillende aanzichten. Je tekent wat je ziet vanuit verschillende kijkrichtingen, bijvoorbeeld het vooraanzicht, het rechter zijaanzicht en het bovenaanzicht. Daarnaast kun je van lichamen uitslagen maken. Je kunt dit opvatten als een 'bouwplaat' zonder plakrandjes. Bij het tekenen van een uitslag of van aanzichten heb je vaak berekeningen nodig.

Je leert in dit onderwerp

- de begrippen aanzicht en uitslag;
- aanzichten tekenen vanuit verschillende kijkrichtingen en aanzichten interpreteren;
- uitslagen tekenen van ruimtelijke figuren.

Voorkennis

- eigenschappen van een groot aantal ruimtelijke figuren gebruiken;
- uitslagen maken van bekende lichamen zoals een kubus of een balk.

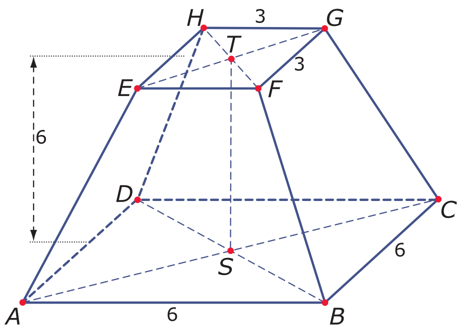
Verkennen

Opgave V1

Bekijk de afgeknotte regelmatige vierzijdige piramide $ABCD.EFGH$. Dit betekent dat het grondvlak een vierkant is, evenals het bovenvlak. Bovendien staat het lijnstuk ST, dat het midden van het grondvlak verbindt, met het midden van het bovenvlak loodrecht op beide vlakken.
Gegeven is: $AB = 6$ cm, $EF = 3$ cm en $ST = 6$ cm.

a Teken een vooraanzicht, een zijaanzicht en een bovenaanzicht op ware grootte.

b Teken een uitslag van deze afgeknotte piramide op ware grootte.

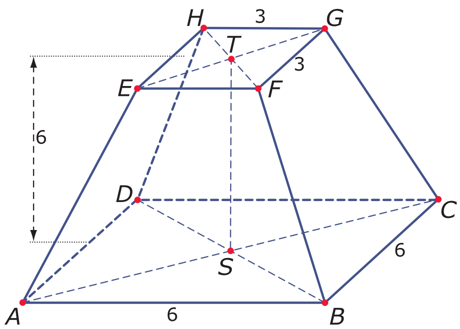


Figuur 1

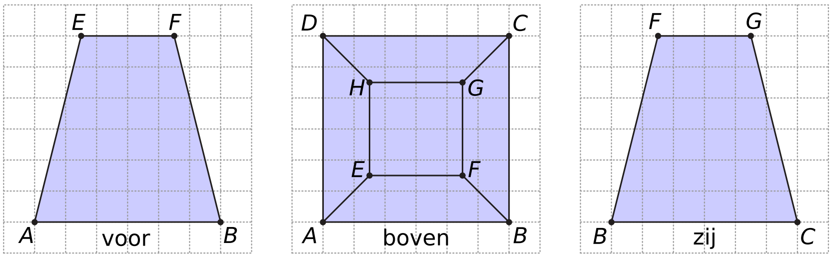
Uitleg

Bekijk de afgeknotte regelmatige vierzijdige piramide $ABCD.EFGH$. Dit betekent dat het grondvlak een vierkant is, evenals het bovenvlak. Bovendien staat het lijnstuk ST, dat het midden van het grondvlak verbindt met het midden van het bovenvlak, loodrecht op beide vlakken.
Gegeven is: $AB = 6$ cm, $EF = 3$ cm en $ST = 6$ cm.

Er zijn verschillende aanzichten mogelijk. Meestal zet je daarvoor de figuur zo voor je neer dat je hem recht van boven, recht van voren, of recht van een zijkant ziet. Meestal volsta je met deze drie aanzichten:



Figuur 2



Figuur 3

Een uitslag is een 'opengevouwen' versie van de ruimtelijke figuur waarin alle grensvlakken op ware grootte zijn getekend en aan elkaar vastzitten.
Om zelf een uitslag van deze afgeknotte piramide te kunnen tekenen, moet je eerst (bijvoorbeeld) de hoogte van een zijvlak berekenen met behulp van de stelling van Pythagoras. Die hoogte is bijvoorbeeld het lijnstuk vanuit E en loodrecht op AB. De lengte daarvan is $\sqrt{6^2 + 1{,}5^2} \approx 6{,}18$ cm.

Opgave 1

Je ziet in de **Uitleg** hoe je aanzichten tekent van een afgeknotte piramide. Neem aan dat niet $ST = 6$, maar dat alle vier de opstaande ribben 6 cm lang zijn. De andere lengtes zijn niet veranderd.

a Welk aanzicht verandert daardoor niet?

b Bereken nu de hoogte van de figuur. Rond af op één decimaal.

c Teken de twee andere aanzichten.

Opgave 2

Je ziet in de **Uitleg** wat je nodig hebt om een uitslag van de afgeknotte piramide te kunnen tekenen.

a Teken de uitslag van de afgeknotte piramide.

Neem aan dat niet $ST = 6$, maar dat alle vier de opstaande ribben 6 cm lang zijn.

b Waarom is het voor de uitslag nog steeds nodig om de hoogte van een opstaand zijvlak te berekenen? Bereken deze hoogte.

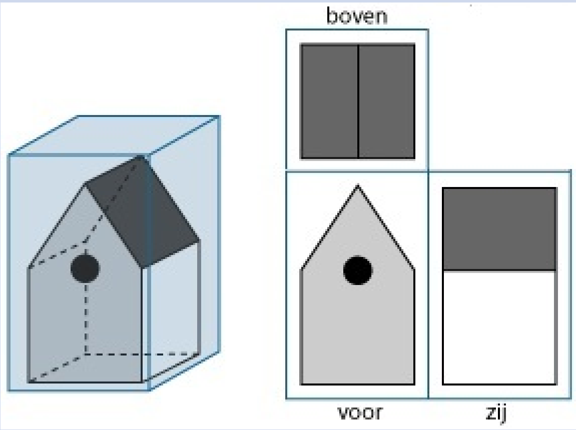
c Teken weer de uitslag van de bij b aangepaste figuur.

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Een aanzicht is een vlakke weergave van een ruimtelijke figuur vanuit een (zover mogelijk) loodrechte richting. Meestal teken je drie **aanzichten**: het vooraanzicht, het rechter zijaanzicht en het bovenaanzicht. Deze aanzichten staan dus meestal ook loodrecht op elkaar. Soms zet je ze in één figuur die dan **drieaanzicht** wordt genoemd.

Aanzichten zijn een bijzonder geval van parallelprojectie. Het bijzondere is dat de verbindende lijnen zoveel mogelijk loodrecht staan op de voor-, zij-, boven- en ondervlakken van het origineel. De eigenschappen van de parallelprojectie gelden dus ook voor aanzichten. Er blijven bijvoorbeeld veel (verhoudingen van) lengtes hetzelfde.



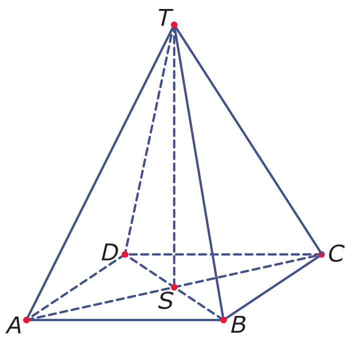
Figuur 4

Bekijk de daklengte in het bovenaanzicht en de dakbreedte in het vooraanzicht op 'ware grootte'.

Een **uitslag** van een lichaam dat bestaat uit vlakken krijg je door het 'open te vouwen' via de ribben, zo, dat er een vlakke figuur ontstaat. Je kunt ook zeggen dat een uitslag een 'bouwplaat' is, maar dan zonder plakrandjes en uit één stuk. Een uitslag is dus een combinatie van parallelprojecties die allemaal loodrecht zijn. Dus alle (verhoudingen van) lengtes kloppen.

Voorbeeld 1

Bekijk de regelmatige vierzijdige piramide $T.ABCD$. Dit betekent dat het grondvlak een vierkant is en dat het lijnstuk ST, dat het midden van het grondvlak verbindt met de top, loodrecht op het grondvlak staat.
Gegeven is: $AB = 4$ cm en $AT = 6$ cm.
Teken een bovenaanzicht en een vooraanzicht.



Figuur 5

Antwoord

Het bovenaanzicht is een vierkant van 4 cm bij 4 cm met de ribben AT, BT, CT en DT zichtbaar als halve diagonalen van het vierkant. T is het snijpunt van die diagonalen.

Het vooraanzicht is een driehoek met hoogte TS. Die kun je tekenen door $AB = 4$ cm te tekenen en dan op het midden daarvan een hoogtelijn met de lengte van TS te tekenen. Eerst moet je TS berekenen, bijvoorbeeld met de stelling van Pythagoras in ΔAST. Daarvan is $AT = 6$ cm en $AS = 2\sqrt{2}$.

Dus is: $TS = \sqrt{6^2 - \left(2\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{28} \approx 5{,}3$ cm.

Teken zelf de aanzichten.

Opgave 3

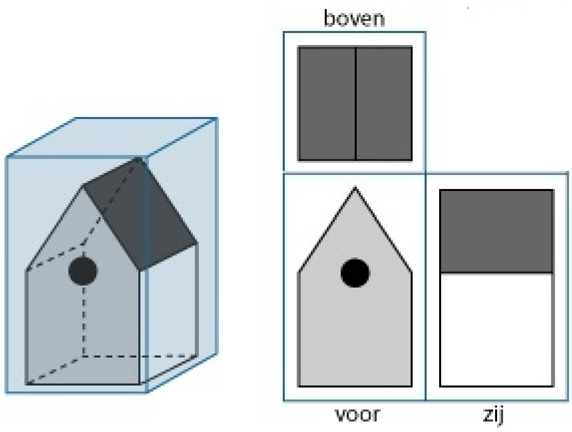
Bestudeer **Voorbeeld 1**.

a Teken de aanzichten van de regelmatige vierzijdige piramide uit het voorbeeld.

b Teken de aanzichten van een regelmatige vierzijdige piramide waarvan alle ribben 6 cm zijn.

Opgave 4

Bekijk het plaatje van een vogelhuisje. Hierin zie je ook de aanzichten van het vogelhuisje. Neem aan dat alle ribben van dit vogelhuisje 4 dm lang zijn.



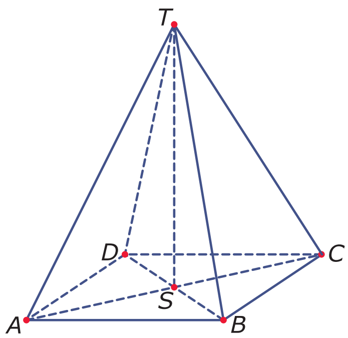
Figuur 6

a Teken de aanzichten op schaal 1 : 10.

b Teken de uitslag op schaal 1 : 10.

Voorbeeld 2

Bekijk de regelmatige vierzijdige piramide $T.ABCD$. Het grondvlak is een vierkant. Het lijnstuk ST verbindt het midden van het grondvlak met de top loodrecht op het grondvlak.
Gegeven is: $AB = 4$ cm en $AT = 6$ cm.
Teken een uitslag van deze piramide.



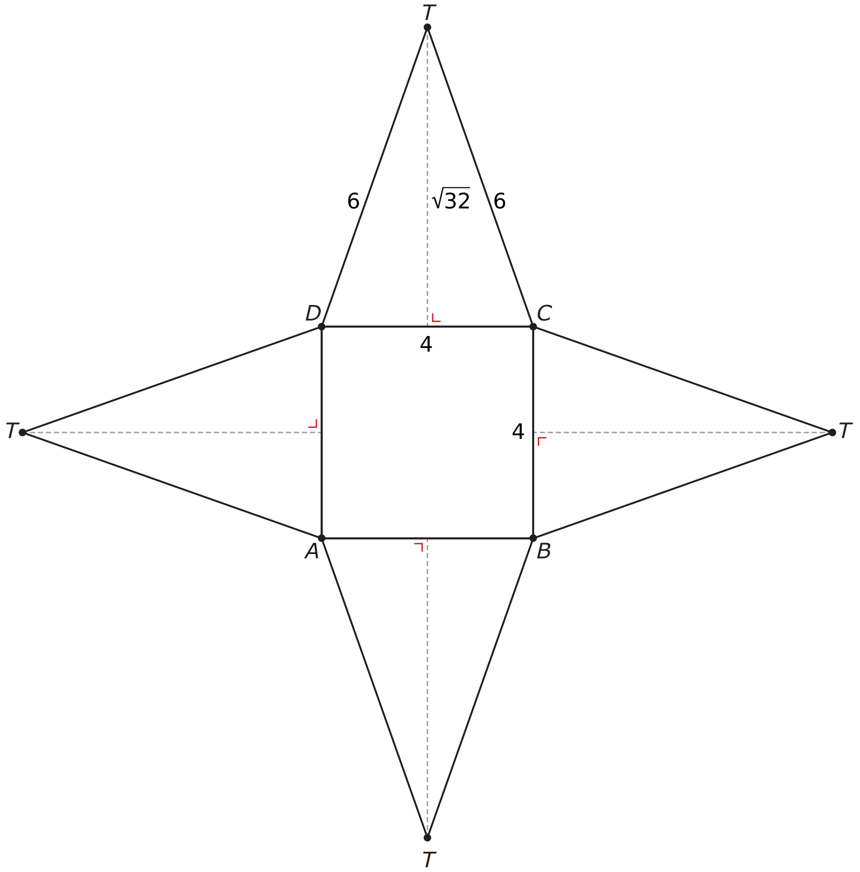
Figuur 7

Antwoord

De uitslag bestaat uit het grondvlak van 4 cm bij 4 cm en de vier opstaande driehoekige grensvlakken met een basis van 4 cm en zijden van 6 cm. Je kunt deze zijden met behulp van een passer vanuit de hoekpunten afpassen en zo de driehoeken maken.
Je kunt ook hoogte TM met M het midden van bijvoorbeeld AB uitrekenen.

$TM = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} \approx 5{,}7$ cm.

Nu kun je elke driehoek tekenen door een hoogtelijn op elk midden van een zijde van het grondvlak te zetten en zo vier keer punt T te vinden.



Figuur 8

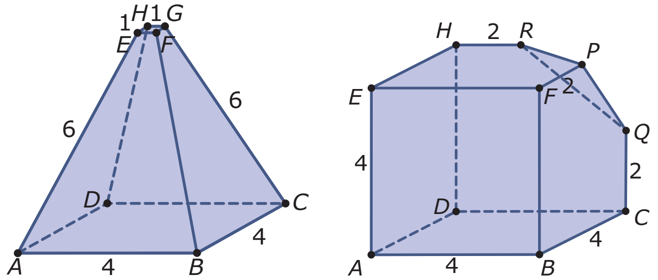
Opgave 5

Je hebt gezien hoe je van een piramide, waarvan alle ribben zijn gegeven, een uitslag maakt.

Teken de uitslag van een regelmatige vierzijdige piramide waarvan alle ribben 6 cm zijn.

Opgave 6

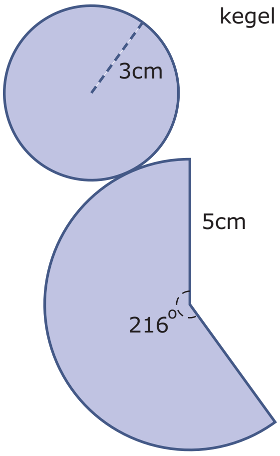
Teken van de volgende twee lichamen de drie aanzichten en een uitslag.



Figuur 9

Opgave 7

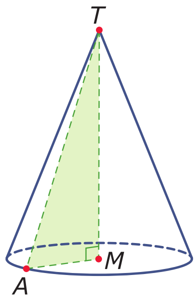
Teken een parallelprojectie van het lichaam waarvan je hier de drie aanzichten ziet.



Figuur 10

Voorbeeld 3

Bekijk de rechte kegel met top T en grondvlak cirkel c. Het lijnstuk TM, dat het midden van het grondvlak verbindt met de top, staat loodrecht op de grondcirkel. A is een punt op de grondcirkel. Gegeven is: $AM = 2$ cm en $TM = 6$ cm.
Teken een uitslag van deze kegel.



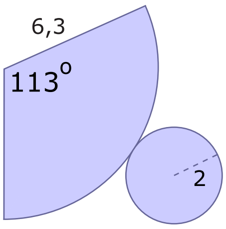
Figuur 11

Antwoord

De uitslag van zo'n kegel bestaat uit de grondcirkel en de opengevouwen kegelmantel. Deze kegelmantel is een deel van een cirkel (een cirkelsector) met straal $AT = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40}$ en middelpunt T.

De omtrek van deze cirkel is $2\pi \cdot \sqrt{40}$.
De omtrek van de grondcirkel van de kegel is $2\pi \cdot 2$.

De sectorhoek van de opengevouwen kegelmantel is daarom
$\frac{4\pi}{2\pi \cdot \sqrt{40}} = \frac{2}{\sqrt{40}} \cdot 360 \approx 114°$.



Figuur 12

Opgave 8

Je ziet in **Voorbeeld 3** hoe je de uitslag tekent van een kegel met een hoogte van 6 cm en een grondcirkel met straal 2 cm. De kegelmantel is een sector van een cirkel.

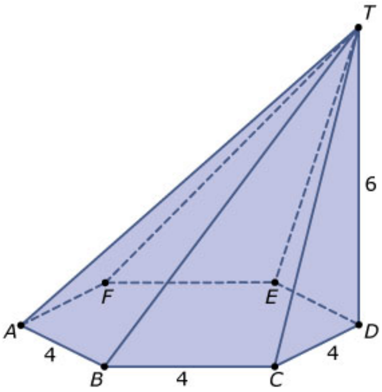
a Leg uit hoe de sectorhoek van die cirkelsector wordt berekend.
Leg vervolgens uit hoe nu de uitslag wordt getekend.

b Teken zelf een uitslag van een kegel met een hoogte van 4 cm en een grondcirkel met een straal van 3 cm.

c Teken ook een uitslag van een cilinder met een straal van 3 cm en een hoogte van 4 cm.

Opgave 9

Bekijk de scheve piramide $T.ABCDEF$ waarvan het grondvlak een regelmatige zeshoek is en DT de hoogte is. Dit betekent dat DT loodrecht staat op alle lijnen door D in het grondvlak. Je wilt van deze figuur de drie aanzichten en een uitslag tekenen. Daarvoor moet je weten hoe je een regelmatige zeshoek tekent. Daarbij maak je gebruik van het feit dat de hoekpunten van elke regelmatige veelhoek op een cirkel liggen en dat hij is opgebouwd uit even veel gelijkbenige driehoeken als er zijden zijn.



Figuur 13

a Uit hoeveel gelijkbenige driehoeken is een regelmatige zeshoek opgebouwd? Bereken de hoeken en de lengtes van de zijden van elk van die driehoeken.

b Leg uit hoe je nu een regelmatige zeshoek tekent.

c Teken de drie aanzichten van de gegeven piramide.

d Bereken de lengtes van de ribben van deze piramide.

e Teken een uitslag van deze piramide.

Verwerken

Opgave 10

Gegeven is de kubus $ABCD.EFGH$ met ribben van 6 cm. Punt P is het midden van ribbe AE en punt Q is het midden van ribbe CG. Het vlak $PBQH$ verdeelt de kubus in twee lichamen, waarvan het lichaam $ABCD.PBQH$ er één is.

a Teken de drie aanzichten van $ABCD.PBQH$.

b Teken een uitslag van het lichaam $ABCD.PBQH$.

c Bereken de grootte van de hoeken van vlak $PBQH$ in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 11

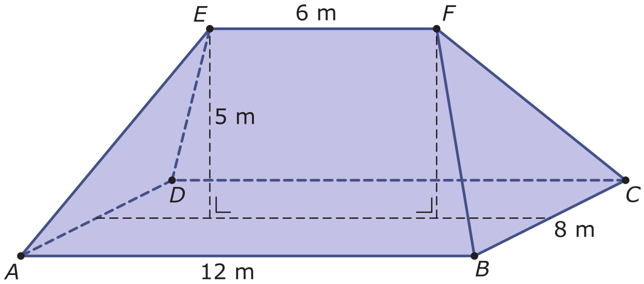
Een piramide $T.ABCDE$ heeft als grondvlak een regelmatige vijfhoek $ABCDE$. De hoogte van de piramide is TS, waarin punt S het middelpunt is van de cirkel waar de hoekpunten van het grondvlak op liggen. Alle ribben van deze piramide zijn 4 cm.

a Teken de aanzichten van piramide $T.ABCDE$. Laat alle noodzakelijke berekeningen zien. Boven- en vooraanzicht is voldoende.

b Teken een uitslag van deze piramide. Laat ook nu alle noodzakelijke berekeningen zien.

Opgave 12

Bekijk het schilddak met een rechthoekig grondvlak $ABCD$ waarbij de nok EF van het dak precies boven het midden van het grondvlak zit. Het dak zelf bestaat uit twee gelijkzijdige driehoeken en twee symmetrische trapezia.



Figuur 14

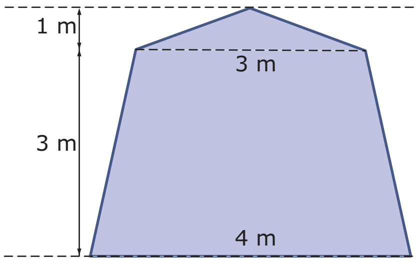
a Teken de drie aanzichten van dit schilddak.

b Teken een uitslag van dit schilddak.

Opgave 13

Bekijk het zijaanzicht van een zuiver cirkelvormige tent.

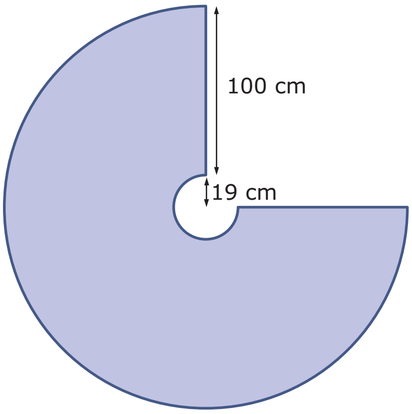
Maak een schets van de uitslag van deze tent met daarin de juiste afmetingen.



Figuur 15

Opgave 14

Arabische dansende derwisjen dragen vaak een zogenaamde kegelrok. Dat is een wijd uitlopende rok die - als de stof stijf zou zijn - de vorm heeft van een afgeknotte kegel. Hier zie je het patroon (de uitslag) van zo'n kegelrok.



Figuur 17

Figuur 16

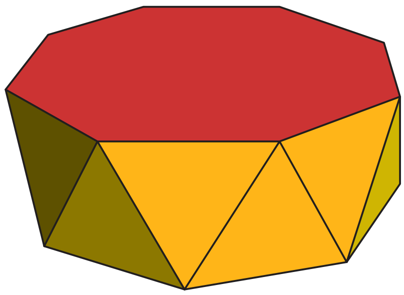
Teken een vooraanzicht en een bovenaanzicht van de afgeknotte kegel die erbij hoort. Laat alle noodzakelijke berekeningen zien.

Toepassen

Opgave 15: Antiprisma

Deze figuur is een regelmatig achthoekig antiprisma.
Alle ribben van dit antiprisma zijn 5 cm.

Teken een uitslag van dit antiprisma.



Figuur 18

Testen

Opgave 16

Van een regelmatige vierzijdige piramide $T.ABCD$ is het grondvlak $ABCD$ een vierkant. Alle ribben van deze piramide zijn 6 cm. Punt P is het midden van AT en punt Q is het midden van DT. Het vlak $BCQP$ verdeelt de piramide in twee delen. Eén van die delen is het lichaam $ABCD.PQ$.

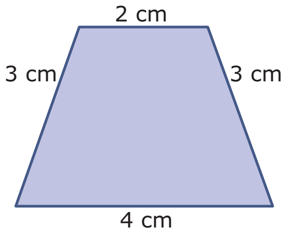
a Teken drie aanzichten van het lichaam $ABCD.PQ$. Laat de noodzakelijke berekeningen zien.

b Teken een uitslag van dit lichaam en laat ook nu de berekeningen zien.

Opgave 17

Bekijk het zijaanzicht van een afgeknotte kegel.

Teken een uitslag van deze kegel.



Figuur 19

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: `f.spijkers@math4all.nl`

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij `a.f.otten@math4all.nl` een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.