5.4 Normaal of niet

Inleiding

Figuur 1

Als je de gewichten van zo'n 1000 aselect gekozen vrouwen uit de leeftijdsgroep van $20- < 30$ jaar meet, krijg je ongeveer een klokvormige frequentieverdeling. Maar mag je nu zeggen dat er sprake is van een normale verdeling?
Er bestaat normaal waarschijnlijkheidspapier. Op dat papier wordt een cumulatief relatief frequentiepolygoon een rechte lijn als er van een normale verdeling sprake is. Met behulp van de vuistregels kun je vanaf dat papier dan het gemiddelde en de standaardafwijking aflezen.

Je leert in dit onderwerp

- een cumulatief relatief frequentiepolygoon tekenen op normaal waarschijnlijkheidspapier;
- verwachtingswaarde of standaarddeviatie van een normale stochast aflezen;
- gemiddelde en standaardafwijking van som/verschil van normaal verdeelde stochasten bepalen.

Voorkennis

- werken met normale stochasten en kansen berekenen bij normale stochasten;
- grenswaarden terugzoeken bij normale kansen;
- verwachtingswaarde en standaarddeviatie berekenen van de som van onafhankelijke stochasten.

Verkennen

Opgave V1

Bij een landelijk onderzoek zijn de gewichten bepaald van 1000 aselect gekozen volwassen vrouwen van $20- < 30$ jaar, zie tabel. De frequentieverdeling lijkt op die van een normale verdeling. Kun je nu zonder meer een normale verdeling als rekenmodel gebruiken voor deze groep vrouwen?

a Ga na of deze frequentieverdeling voldoet aan de vuistregels voor een normale verdeling.

b Is het voldoen aan de vuistregels voldoende reden om te concluderen dat een normale verdeling een bruikbaar rekenmodel is?

gewicht	frequentie
35-<40	10
40-<45	15
45-<50	25
50-<55	75
55-<60	75
60-<65	125
65-<70	150
70-<75	175
75-<80	150
80-<85	100
85-<90	50
90-<95	25
95-<100	15
100-<105	10

Figuur 2

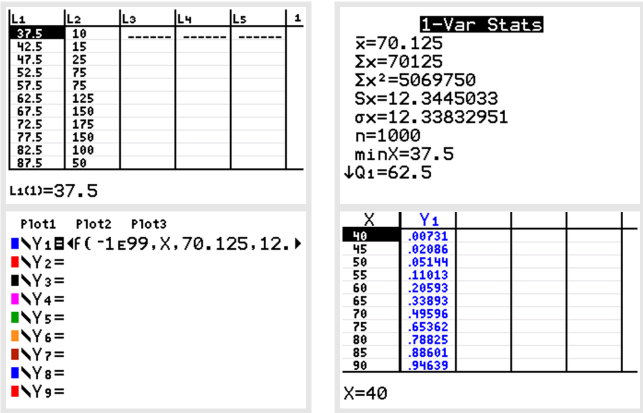
Uitleg 1

Bij een landelijk onderzoek zijn de gewichten bepaald van duizend aselect gekozen volwassen vrouwen van twintig tot dertig jaar. De gegevens zijn weergegeven in de tabel.

Zijn de gewichten van de groep vrouwen normaal verdeeld?
Als je van de gegeven frequentieverdeling een cumulatieve relatieve frequentieverdeling maakt en je vergelijkt die met de normale verdeling, dan zou je ongeveer hetzelfde moeten krijgen.

gewicht	frequentie
35-<40	10
40-<45	15
45-<50	25
50-<55	75
55-<60	75
60-<65	125
65-<70	150
70-<75	175
75-<80	150
80-<85	100
85-<90	50
90-<95	25
95-<100	15
100-<105	10

Figuur 3

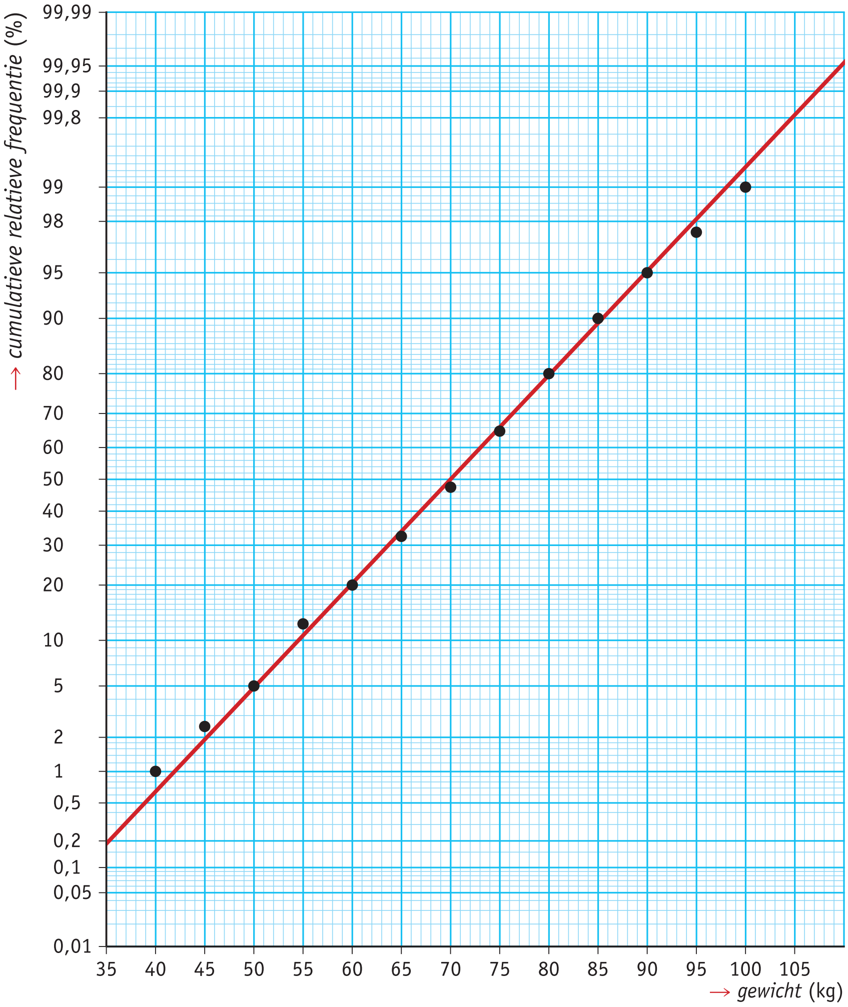


Figuur 4

Maar er bestaat speciaal normaal-waarschijnlijkheidspapier. Daarop worden alle cumulatieve normale verdelingen rechte lijnen. Zet daarom op het normaal-waarschijnlijkheidspapier de cumulatieve relatieve frequenties van de gewichten uit tegen de bovengrenzen (rechterklassengrenzen). Het laatste punt (105,100) kan niet getekend worden omdat 100% niet op het papier staat.

Gebruik hiervoor het bestand met **normaal-waarschijnlijkheidspapier**.

Bekijk het resultaat.



Figuur 5

Je zult zien dat de punten ongeveer op een rechte lijn liggen.

Opgave 1

Bestudeer **Uitleg 1**. Neem (of print) een aantal bladen normaal waarschijnlijkheidspapier.
Ga uit van een normale verdeling met $\mu = 70{,}13$ en $\sigma = 12{,}34$.

a Bereken voor $g = 40, 45, 50, \ldots, 105$ de kans $\text{P}(G \leq g | \mu = 70{,}13 \text{ en } \sigma = 12{,}34)$.
Schrijf de kansen in procenten.

b Zet op normaal waarschijnlijkheidspapier de kansen uit a uit tegen g.

c Liggen de punten die je bij het vorige onderdeel hebt gevonden op een rechte lijn?
Zo ja, teken deze lijn.

d Waar in je figuur vind je μ terug? Kun je ook σ terugvinden?

Opgave 2

Neem nu de tabel met de werkelijke gewichten van de 1000 vrouwen.

a Maak hierbij een tabel met cumulatieve relatieve frequenties.

b Schrijf bij de horizontale as op het normaal waarschijnlijkheidspapier de klassengrenzen 35,40,45,...,105.
Zet vervolgens van elke klasse de cumulatieve relatieve frequentie uit tegen de rechter klassengrens van die klasse.
Waarom moet je de rechter klassengrenzen van de klassen gebruiken?

c Teken nu een rechte lijn door de punten.
Verschilt je grafiek veel van de grafiek van de normale verdeling (uit vorige opgave)?

d Kun je nu concluderen dat de gewichten van deze 1000 vrouwen normaal zijn verdeeld?

Uitleg 2

Een fles olijfolie zit verpakt in een geschenkdoosje. Het gewicht D van het doosje is normaal verdeeld met een gemiddelde van 120 gram en een standaardafwijking van 5 gram. Het gewicht F van de fles olijfolie is ook normaal verdeeld met een gemiddelde van 850 gram en een standaardafwijking van 25 gram.
De kans dat het doosje met een fles olijfolie erin meer weegt dan 1000 gram, kun je berekenen door een nieuwe stochast te maken: $T = D + F$.

Deze stochast T is ook weer normaal verdeeld met een gemiddelde van
$\mu(T) = \mu(D) + \mu(F) = 120 + 850 = 970$ gram en een standaardafwijking van
$\sigma(T) = \sqrt{(\sigma(D))^2 + (\sigma(F))^2} = \sqrt{5^2 + 25^2} = \sqrt{650} \approx 25{,}5$ gram.

De gevraagde kans is: $\text{P}\left(T > 1000 | \mu = 970 \text{ en } \sigma = \sqrt{650}\right) \approx 0{,}1197$.

Je kunt ook de kans berekenen dat het verschil in gewicht van twee flessen olijfolie (F_1 en F_2) meer is dan 30 gram. Ook hiervoor maak je een nieuwe stochast: $V = F_1 - F_2$.

Deze stochast V is ook weer normaal verdeeld met een gemiddelde van
$\mu(V) = \mu(F_1) - \mu(F_2) = 850 - 850 = 0$ gram en een standaardafwijking van
$\sigma(V) = \sqrt{(\sigma(F_1))^2 + (\sigma(F_2))^2} = \sqrt{25^2 + 25^2} = \sqrt{1250} \approx 35{,}4$ gram.

De gevraagde kans is: $\text{P}\left(V > 30 | \mu = 0 \text{ en } \sigma = \sqrt{1250}\right) \approx 0{,}1981$.

Opgave 3

Bestudeer **Uitleg 2**.

a Reken zelf de volgende twee kansen nog eens na:
$\text{P}\left(T > 1000 | \mu = 970 \text{ en } \sigma = \sqrt{650}\right)$ en $\text{P}\left(V > 30 | \mu = 0 \text{ en } \sigma = \sqrt{1250}\right)$.

b Bereken in vier decimalen de kans dat een doosje met een fles olijfolie erin, minder weegt dan 950 gram.

Opgave 4

Bekijk nogmaals de doosjes met olijfolie in **Uitleg 2**.

a Bereken het gewicht in grammen van de 10% zwaarste doosjes met een fles olijfolie erin.

b Hoe groot zal het gemiddelde gewicht en de standaardafwijking van twee flessen olijfolie samen zijn (zonder doosje)?

c Bereken in vier decimalen de kans dat twee flessen olijfolie (zonder doosje) samen minder dan 1650 gram wegen.

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Zet je bij een normaal verdeelde stochast X met gemiddelde $\mu(X)$ en standaardafwijking $\sigma(X)$ op **normaal-waarschijnlijkheidspapier** kansen van de vorm $P(X \leq g)$ uit tegen de bovengrens g, dan krijg je een rechte lijn. Elke zuivere normale verdeling wordt, getekend op normaal-waarschijnlijkheidspapier, een rechte lijn.

Maak je van een gegeven frequentieverdeling een cumulatieve relatieve frequentieverdeling en zet je die uit op normaal-waarschijnlijkheidspapier, dan zou je een rechte lijn moeten krijgen als de frequenties normaal zijn verdeeld. De cumulatieve relatieve frequenties moeten daarbij tegen de **bovengrenzen** van de klassen worden uitgezet. Hier vind je een blad **normaal-waarschijnlijkheidspapier**.

Vaak liggen op het normaal-waarschijnlijkheidspapier de punten van de cumulatieve relatieve frequentieverdeling niet precies op een rechte lijn. Trek dan een rechte lijn die zo goed mogelijk bij de getekende punten past. Je benadert op die manier de frequentieverdeling door de normale kansverdeling die bij die lijn hoort.

Schat de verwachtingswaarde door af te lezen welk getal er bij 50% hoort.
Omdat één van de twee vuistregels zegt dat bij een normale verdeling 68% in het interval $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ ligt, is bij 84% de waarde van $\mu + \sigma$ af te lezen. Bepaal zo σ.

Als X en Y twee onafhankelijke normaal verdeelde stochasten zijn, dan is de stochast $X + Y$ ook normaal verdeeld en

$\mu(X+Y) = \mu(X) + \mu(Y)$ en $\sigma(X+Y) = \sqrt{(\sigma(X))^2 + (\sigma(Y))^2}$.

Ook de stochast $X - Y$ is dan normaal verdeeld en

$\mu(X-Y) = \mu(X) - \mu(Y)$ en $\sigma(X-Y) = \sqrt{(\sigma(X))^2 + (\sigma(Y))^2}$.

Deze regels gelden ook als je met meer dan twee onafhankelijke normaal verdeelde stochasten te maken hebt.

Voorbeeld 1

De tabel geeft de diameters (in mm) van machinaal geproduceerde moeren.

Ga met behulp van normaal waarschijnlijkheidspapier na, dat deze diameters normaal zijn verdeeld en lees het gemiddelde en de standaardafwijking af uit de grafiek.
Vergelijk deze met het echte gemiddelde en de standaardafwijking.

diameter	percentage
12,8-<12,9	0,1
12,9-<13,0	2,1
13,0-<13,1	13,6
13,1-<13,2	34,1
13,2-<13,3	34,0
13,3-<13,4	13,6
13,4-<13,5	2,0
13,5-<13,6	0,1

Figuur 6

Antwoord

Met de grafische rekenmachine vind je $\mu(M) \approx 13{,}20$ en $\sigma(M) \approx 0{,}10$ waarin M de diameter van een moer voorstelt.

Op normaal-waarschijnlijkheidspapier verschillen de cumulatieve relatieve frequentieverdeling vanuit de tabel en die gemaakt vanuit een normale verdeling met $\mu = 13{,}20$ en $\sigma = 0{,}10$ vrijwel niet van elkaar.

Conclusie: M is normaal verdeeld met $\mu(M) \approx 13{,}20$ en $\sigma(M) \approx 0{,}10$.

Opgave 5

In **Voorbeeld 1** zie je een tabel met diameters van machinaal geproduceerde moeren.

a Reken zelf het gemiddelde en de standaardafwijking na.

b Bereken voor $g = 12{,}9;\ 13{,}0;\ 13{,}1;\ldots;\ 13{,}6$ de kans $\mathrm{P}(M \leq g \mid \mu = 13{,}20 \text{ en } \sigma = 0{,}10)$.
Schrijf de kansen in procenten.

c Zet op normaal waarschijnlijkheidspapier de kansen uit onderdeel b uit tegen g.
Trek vervolgens een rechte lijn door deze punten.

d Zet op hetzelfde papier de cumulatieve relatieve frequenties van de moeren (uit de tabel) uit tegen de rechter klassengrenzen. Trek vervolgens zo goed mogelijk een rechte lijn door deze punten.

e Ga na dat de lijnen ongeveer samenvallen. Wat betekent dat?

Opgave 6

In de tabel hiernaast zie je de lengtes van slagtanden van mannelijke olifanten in een safaripark ergens in Afrika.

a Bereken op je grafische rekenmachine met behulp van de klassenmiddens het gemiddelde en de standaardafwijking. Rond af op één decimaal.

b Breid de tabel uit met de cumulatieve percentages.

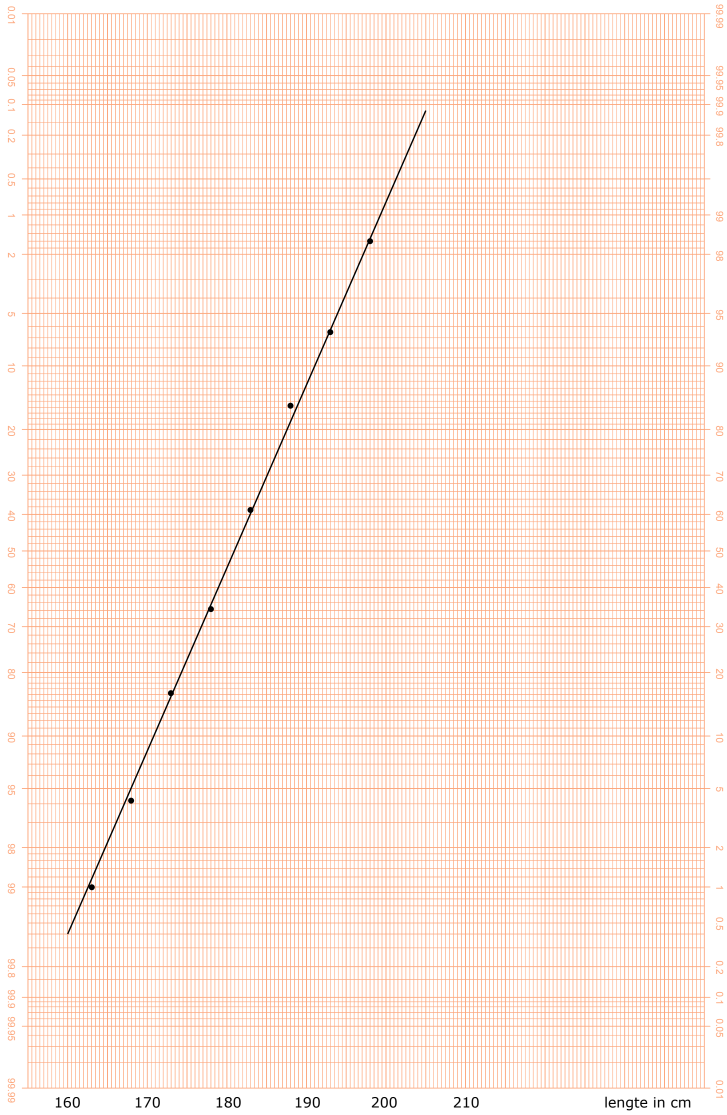
c Zet op normaal waarschijnlijkheidspapier de cumulatieve percentages uit tegen de rechterklassengrenzen en ga zo na of er van een normale verdeling van de lengtes van de slagtanden sprake is.

lengte (cm)	percentage
190– < 195	0,3
195– < 200	1,1
200– < 205	1,6
205– < 210	6,8
210– < 215	5,1
215– < 220	21,1
220– < 225	13,5
225– < 230	16,5
230– < 235	19,5
235– < 240	4,0
240– < 245	7,3
245– < 250	2,5
250– < 255	0,7

Tabel 1

Voorbeeld 2

De lengteverdeling van Nederlandse mannen boven 20 jaar is bij benadering klokvormig. Hier zie je op normaal waarschijnlijkheidspapier hoe deze verdeling wordt benaderd door een rechte lijn.



Figuur 7

Bepaal vanuit deze figuur de gemiddelde lengte en de standaardafwijking.

Antwoord

Op deze lengteverdeling van Nederlandse mannen boven 20 jaar kun je aflezen:

- bij 50% zit de gemiddelde lengte van $\mu \approx 181$ cm;
- bij 84% zit volgens de vuistregels $\mu + \sigma \approx 189$ cm.

Je vindt een gemiddelde van ongeveer $\mu = 181$ cm met een standaardafwijking van ongeveer $\sigma = 189 - 181 = 8$ cm.

Opgave 7

Wanneer een cumulatieve relatieve frequentiepolygoon, op normaal-waarschijnlijkheidspapier getekend, vrijwel een rechte lijn oplevert is er sprake van een normale verdeling. In het voorbeeld kun je zien hoe je dan het gemiddelde en de standaardafwijking van de verdeling kunt aflezen uit de figuur. Ga zelf na dat de in het voorbeeld vermelde waarden inderdaad correct zijn.

Opgave 8

In een fabriek worden kilopakken suiker machinaal gevuld. Volgens de Europese norm mag niet meer dan 2,5% van de pakken suiker minder dan 1000 gram bevatten. Gebruik het bestand **De vulgewichten van honderd pakken suiker**.

a Bereken het gemiddelde en de standaardafwijking van deze vulgewichten in één decimaal.

b Maak een tabel met cumulatieve relatieve frequenties van deze vulgewichten. Gebruik klassen met een klassenbreedte van 1 gram. Begin met de klasse 996− < 997.

c Teken op normaal-waarschijnlijkheidspapier de cumulatieve relatieve frequentieverdeling.

d Zijn de vulgewichten (bij goede benadering) normaal verdeeld? Zo ja, trek dan de rechte lijn die hoort bij deze normale verdeling.

e Laat zien dat het gemiddelde vulgewicht en de bijbehorende standaardafwijking die je uit de figuur afleest, overeenkomen met de berekende waarden.

f Welke vulgewichten hebben de 10% zwaarste pakken suiker? Lees je antwoord uit de figuur af.

Voorbeeld 3

De diameters M van een bepaalde soort moeren zijn normaal verdeeld met
$\mu(M) \approx 13{,}20$ en $\sigma(M) \approx 0{,}10$ mm.
Bij deze moeren horen bouten waarvan de diameters B ook normaal zijn verdeeld: $\mu(B) \approx 13{,}05$ en $\sigma(B) \approx 0{,}10$ mm.
Deze bouten passen nog in de moeren als hun diameters maximaal 0,25 mm kleiner zijn dan die van de moeren.
Hoeveel procent van de bouten past niet?

Antwoord

Kijk naar het verschil $V = M - B$ van de diameters van een bout en een moer. Dit verschil is ook normaal verdeeld met

- $\mu(V) = \mu(M - B) = \mu(M + \text{-}B) = \mu(M) + \mu(\text{-}B) =$
  $\mu(M) - \mu(B) = 13{,}20 - 13{,}05 = 0{,}15$ mm;
- $\sigma(V) = \sigma(M - B) = \sigma(M + \text{-}B) = \sqrt{(\sigma(M))^2 + (\sigma(\text{-}B))^2} =$
  $\sqrt{(\sigma(M))^2 + (\sigma(B))^2} = \sqrt{0{,}10^2 + 0{,}10^2} = \sqrt{0{,}02} \approx 0{,}14$ mm.

De bouten passen als $0 \leq V \leq 0{,}25$.

De kans hierop is $\text{P}\left(0 \leq V \leq 0{,}25 | \mu = 0{,}15 \text{ en } \sigma = \sqrt{0{,}02}\right) \approx 0{,}616$.

Conclusie: 38% van de bouten past niet in de moeren.

Opgave 9

In **Voorbeeld 3** vind je de gegevens van machinaal geproduceerde moeren en bijbehorende bouten.

a Reken zelf het percentage bouten na dat niet in de moeren past.

Het bedrijf dat deze bevestigingsmiddelen maakt, produceert nog veel meer bouten en moeren in diverse afmetingen. Voor een ander type bout met bijpassende moer geldt: de diameter van de moer is normaal verdeeld met een gemiddelde van 8,10 mm en een standaardafwijking van 0,05 mm en de diameter van de bout is normaal verdeeld met een gemiddelde van 8,05 mm en een standaardafwijking van 0,03 mm. De bouten passen in de moeren als de diameter van de moer minstens 0,02 mm groter is dan de diameter van de bout.

b Hoeveel procent van deze bouten is te dik voor de moeren?

Ook de gewichten van de bouten en moeren van nog een andere soort zijn normaal verdeeld: het gemiddelde gewicht van de moer is 5,0 gram met een standaardafwijking van 0,2 gram en het gemiddelde gewicht van de bout is 7,3 gram met een standaardafwijking van 0,3 gram. Ze worden verpakt in dozen. In elke doos zitten 100 bouten en moeren.

c Hoe zwaar zijn de bouten en moeren in zo'n doos gemiddeld? En welke standaardafwijking hoort daar bij?

d Hoeveel procent van deze dozen heeft een totale inhoud van meer dan 1235 gram?

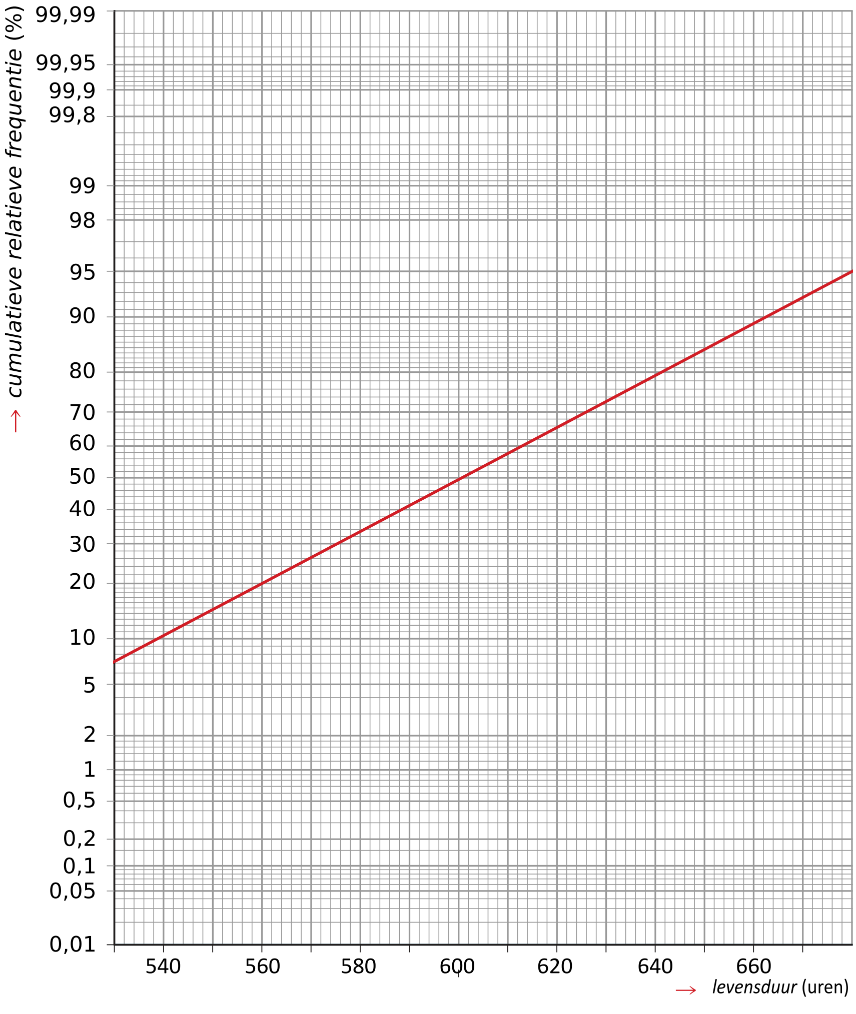
Opgave 10

Voor een verhuizing wil iemand stapels boeken in afsluitbare dozen vervoeren. De dikte B van de boeken is normaal verdeeld met een gemiddelde van 7,0 cm en een standaardafwijking van 1,3 cm. De binnenhoogte D van de dozen is ook normaal verdeeld met een gemiddelde van 83,0 cm en een standaardafwijking van 0,9 cm.
Bereken de kans dat een stapel van 15 willekeurig gekozen boeken op elkaar gestapeld in een willekeurige doos past.

Verwerken

Opgave 11

In de grafiek zie je de levensduur van 250 batterijen bij aanhoudende belasting. Het aantal 'lege' batterijen is geregistreerd na perioden van steeds 30 uren. De levensduur van de batterijen is vrijwel normaal verdeeld. Je ziet de resultaten van de duurproef op normaal waarschijnlijkheidspapier weergegeven.



Figuur 8

a Geef met behulp van deze figuur een schatting van het percentage batterijen dat langer meegaat dan 660 uren.

b Geef met behulp van deze figuur zowel een schatting van de gemiddelde levensduur als van de standaardafwijking van de levensduur van deze batterijen.

c Geef met behulp van deze figuur een schatting van de levensduur van de 2,5% ‘volste’ batterijen.

Opgave 12

Mark koopt een groot en een klein pak suiker. De gewichten van de grote en de kleine pakken suiker zijn normaal verdeeld. In het grote pak zit gemiddeld 1002 gram suiker met een standaardafwijking van 6,3 gram. Het gemiddeld gewicht van het kleine pak is 503 gram met een standaardafwijking van 3,9 gram.

Bereken in vier decimalen de kans dat het totale gewicht van het kleine en grote pak suiker meer is dan 1500 gram.

Opgave 13

Deze tabel geeft de bloeddruk in mmHg (millimeter kwikdruk) van een groep mannen en een groep vrouwen. We gaan ervan uit dat de bloeddruk een continue variabele is.

Bloeddruk 150 personen in mm Hg		
	mannen	vrouwen
bloeddruk	frequentie	frequentie
105	2	1
110	4	3
115	6	5
120	16	15
125	15	12
130	6	6
135	7	7
140	7	7
145	7	8
150	2	5
155	1	3
160	1	2
165	1	1
	75	75

Figuur 9

a Bereken van beide groepen de gemiddelde bloeddruk en de standaardafwijking van de bloeddruk.

b Welke klassenindeling is hier gehanteerd?

c Laat met behulp van normaal waarschijnlijkheidspapier zien dat de bloeddruk van de mannen niet normaal verdeeld is.

d Je kunt wel een rechte lijn trekken die de verdeling zo goed mogelijk benaderd. Doe dat en lees het gemiddelde en de standaardafwijking af die bij die lijn passen. Wijken de waarden veel af van de berekende waarden?

e Is de bloeddruk van de vrouwen wel normaal verdeeld?

Opgave 14

Merel heeft met haar vriendin Eefje afgesproken om te gaan shoppen in Arnhem. Merel reist met de bus van Nijmegen naar Arnhem. De aankomsttijd M van Merel is normaal verdeeld met een verwachte aankomsttijd van 11:18 u en een standaardafwijking van 5 minuten. Eefje neemt de bus vanuit Apeldoorn. Ook de aankomsttijd E van Eefje is normaal verdeeld met een verwachte aankomsttijd van 11:16 u en een standaardafwijking van 7 minuten.

Bereken in vier decimalen de kans dat Merel eerder aankomt dan Eefje.

Opgave 15

Op een bepaalde dag werd, tussen 6:00 u en 10:00 u 's morgens, de snelheid van auto's op een snelweg (waar de maximum snelheid 120 km/u is) gemeten. Het blijkt dat deze snelheid normaal verdeeld is. 12% van de auto's reed niet harder dan 105 km/u en 26% reed harder dan 126 km/u. Bepaal met behulp van normaal waarschijnlijkheidspapier het gemiddelde en de standaardafwijking van de snelheid van deze auto's.

Opgave 16

Twee verspringers houden een wedstrijd tegen elkaar. Ze springen elk twee keer.

Springer A springt op dit moment gemiddeld 8,60 meter met een standaardafwijking van 10 cm.
Springer B springt op dit moment gemiddeld 8,50 meter met een standaardafwijking van 20 cm.

Bereken in drie decimalen de kans dat verspringer A beide keren verder springt dan verspringer B.

Opgave 17

De vleugelspanwijdte van een volwassen albatros is normaal verdeeld met een standaardafwijking van 17 cm.
12% van de vogels blijkt een spanwijdte van meer dan 280 cm te hebben.
Hoeveel procent zal dan een spanwijdte van minder dan 240 cm hebben?
Onderzoek dat met behulp van normaal waarschijnlijkheidspapier.

Toepassen

Opgave 18: Lichaamslengtes van 5001 vrouwen

Open het bestand **Enkele lichaamsafmetingen van 5001 vrouwen uit 1947**. Hierin zie je een tabel met lichaamslengtes in cm van de 5001 vrouwen uit het onderzoek in 1947 van Freudenthal en Sittig in opdracht van De Bijenkorf.

a Bereken de gemiddelde lichaamslengte en de standaardafwijking.

b Teken op normaal waarschijnlijkheidspapier de bijbehorende cumulatieve relatieve frequentieverdeling.

Zijn de lichaamslengtes bij benadering normaal verdeeld?

c 95% van de lichaamslengtes zit tussen $\mu – a$ en $\mu + a$. Hoe groot is a? Lees je antwoord uit de figuur af.

d Welke minimale lengte hebben de 16% grootste lichaamslengtes? Lees je antwoord uit de figuur af.

Opgave 19: Kniehoogtes van 5001 vrouwen

Open het bestand **Enkele lichaamsafmetingen van 5001 vrouwen uit 1947**. Hierin zie je een tabel met kniehoogtes in cm van de 5001 vrouwen uit het onderzoek in 1947 van Freudenthal en Sittig in opdracht van De Bijenkorf.

a Bereken de gemiddelde kniehoogte en de standaarddeviatie.

b Teken op normaal waarschijnlijkheidspapier de bijbehorende cumulatieve relatieve frequentieverdeling.

Zijn de kniehoogtes bij benadering normaal verdeeld?

c Ga na, dat de gemiddelde kniehoogte en de standaardafwijking die je uit de figuur kunt aflezen overeenkomen met de berekende waarden.

d 60% van de kniehoogtes zit tussen $\mu – a$ en $\mu + a$. Hoe groot is a? Lees je antwoord uit de figuur af.

e Welke minimale lengte hebben de 15% grootste kniehoogtes? Lees je antwoord uit de figuur af.

Opgave 20: Stalen buizen

In een staalfabriek worden twee soorten buizen (A en B) geproduceerd. Deze worden vervolgens in allerlei combinaties aan elkaar gelast. De lengte van de buizen van soort A is normaal verdeeld met een gemiddelde van 80 cm en een standaardafwijking van 4 cm. Ook de lengte van de buizen van soort B is normaal verdeeld met een gemiddelde van 55 cm en een standaardafwijking van 3 cm.

a Een buis van soort A wordt gelast aan een buis van soort B. Bereken in vier decimalen de kans dat de totale lengte meer dan 140 cm is.

b Bereken in vier decimalen de kans dat een buis van soort A minder dan 30 cm langer is dan een buis van soort B.

c Nu worden er twee buizen van soort B gelast aan een buis van soort A. Bereken in vier decimalen de kans dat de totale lengte minder dan 185 cm is.

Testen

Opgave 21

Deze tabel is afkomstig uit het Statistisch Zakboek 1983 van het Centraal Bureau voor de Statistiek.

Dienstplichtigen naar lichaamslengte (17,5 jarigen, 1982)	
lengte in cm	**percentage dienstplichtigen**
<160	0,2
160 - 164	0,9
165 - 169	4,1
170 - 174	12,9
175 - 179	25,1
180 - 184	28,5
185 - 189	18,7
190 - 194	7,4
195 - 199	1,8
200 en meer	0,4
aantal dienstplichtigen (abs.): 105.897 gemiddelde lengte (cm): 180,7	
Bron: Inspectie Geneeskundige Dienst Koninklijke Landmacht	

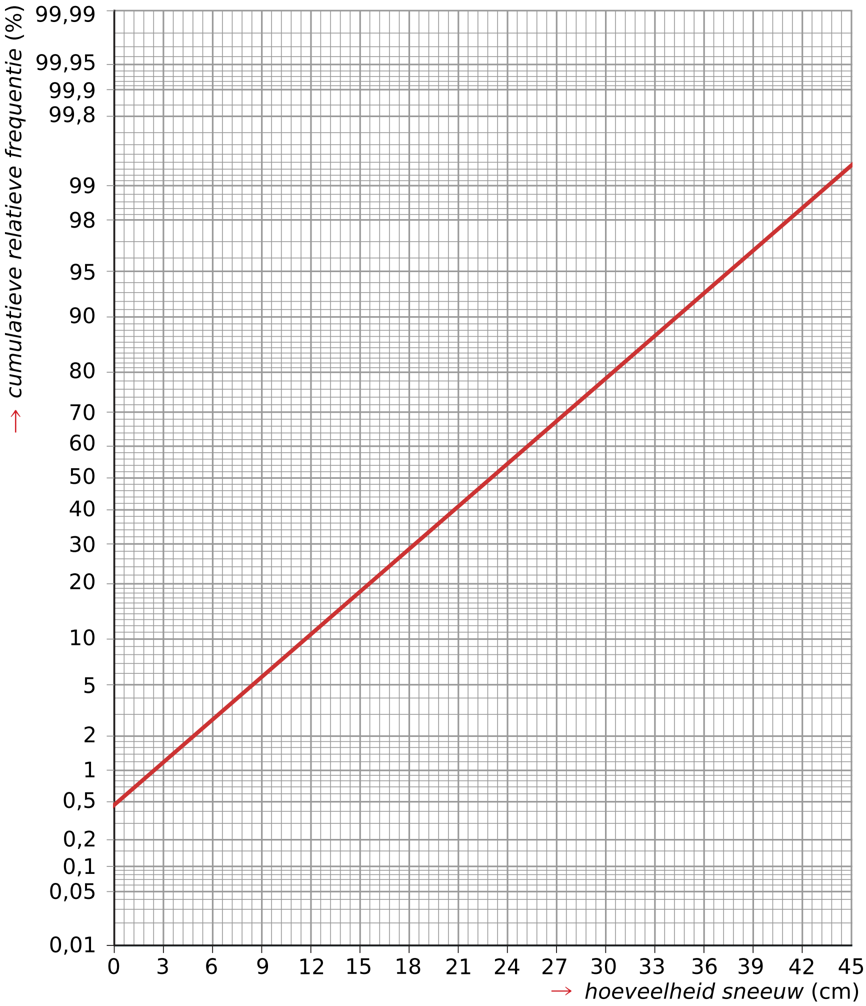
Tabel 2

a Toon met normaal waarschijnlijkheidspapier aan dat de lichaamslengten vrijwel normaal verdeeld zijn; controleer of het vermelde gemiddelde juist is en bepaal de standaardafwijking.

b Voor de marechaussee geldt een minimumlengte van 170 cm en voor de luchtmacht een maximumlengte van 193 cm.
Bereken met behulp van de normale verdeling (gebruik het gemiddelde en de standaardafwijking die je bij onderdeel a hebt gevonden) het percentage van de dienstplichtigen van wie de lengte zowel geen belemmering is voor dienst bij de marechaussee als bij de luchtmacht (in gehele procenten nauwkeurig).

Opgave 22

In een noordelijk gelegen stad sneeuwt het in het winterseizoen regelmatig.
Van de hoeveelheid sneeuw die afgelopen winter per dag dat het sneeuwde viel, is een grafiek op normaal-waarschijnlijkheidspapier gemaakt.



Figuur 10

a Leg uit hoe je uit deze grafiek kunt aflezen hoeveel procent van de dagen dat het sneeuwde er meer dan 18 centimeter sneeuw per dag viel.

b Leg uit waarom de hoeveelheid sneeuw die per sneeuwdag viel normaal verdeeld is en bepaal de gemiddelde hoeveelheid sneeuw die per sneeuwdag viel. Bepaal ook de bijbehorende standaardafwijking.

Opgave 23

Literpakken melk worden machinaal gevuld. Zo'n pak heeft een inhoud die normaal is verdeeld met een gemiddelde van 1,010 liter en een standaardafwijking van 0,006 liter. De vulmachine staat ingesteld op het gieten van gemiddeld 1,005 liter melk in zo'n pak met een standaardafwijking van 0,004 liter. Ook dit vulvolume is normaal verdeeld.

a In hoeveel procent van gevallen gaat bij het vullen melk verloren?

b Het gemiddelde vulvolume kan worden ingesteld. Hoeveel moet dit bedragen opdat in niet meer dan 1% van de gevallen melk verloren gaat bij het vullen van een pak?

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: `f.spijkers@math4all.nl`

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij `a.f.otten@math4all.nl` een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.