

3.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Je hebt nu het onderwerp **Hoeken en afstanden** doorgewerkt. Er moet een totaalbeeld van deze leerstof ontstaan...

Ga na, of je al de bij dit onderwerp horende begrippen kent en weet wat je er mee kunt doen. Ga ook na of je de activiteiten die staan genoemd kunt uitvoeren. Maak een eigen samenvatting!

Begrippenlijst

- een kwadraat afsplitsen
- raaklijn aan een cirkel, raakpunt
- de hoek tussen een lijn en een cirkel, tussen twee cirkels
- de afstand van een punt tot een lijn, van een punt tot een cirkel, tussen twee evenwijdige lijnen en van een lijn tot een cirkel
- analytische meetkunde en goniometrie, de sinus- en cosinusregel

Activiteitenlijst

- door kwadraat afsplitsen middelpunt en straal van een cirkel bepalen
- nagaan of een lijn een cirkel snijdt, raakt of mijdt — met behulp van de discriminantmethode een vergelijking opstellen van een lijn die een cirkel raakt of een cirkel die een lijn raakt
- met behulp van de loodrechte stand van raaklijn en straal naar raakpunt de vergelijking van een raaklijn aan een cirkel opstellen — de hoek tussen een lijn en een cirkel en tussen twee cirkels berekenen
- de afstand berekenen tussen twee punten, van een punt tot een lijn of een cirkel en van een lijn tot een evenwijdige lijn of een cirkel
- meetkundige problemen in drie dimensies vertalen naar berekeningen in twee dimensies — analytische meetkunde en goniometrie, de sinusregel en de cosinusregel toepassen

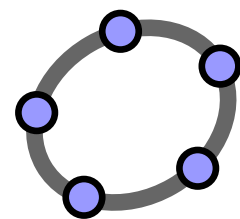
Achtergronden

Bij het werken aan wiskunde wordt veel gebruik gemaakt van **Geogebra**.

Geogebra is een interactief computerprogramma bedoeld voor (analytische) meetkunde, ruimtemeetkunde, statistiek en werken met functies. Het is bedoeld voor het leren van wiskunde, zoals je hebt gemerkt. Je kunt het jezelf gemakkelijk aanleren en het is gratis toegankelijk via www.geogebra.org.

Als het goed is heb je er ook al ruimschoots mee gewerkt, zie [de Geogebra-practica](#).

Geogebra is in 2001 ontwikkeld door Markus Hohenwarter aan de universiteit van Salzburg (als onderdeel van zijn afstudeerscriptie). Hij heeft dit doorontwikkeld met vrijwillige software ontwikkelaars over de hele wereld. Het wordt tegenwoordig beheerd vanuit de universiteit van Linz in Oostenrijk en kent een grote internationale community.



Figuur 1

Testen

Opgave 1

Gegeven zijn de cirkels $c_1 : x^2 + y^2 = 12x - 10$ en c_2 met middelpunt $M_2(4,2)$ en straal $\sqrt{10}$.

- Bereken het middelpunt M_1 en de straal r_1 van c_1 exact.
- Bereken de snijpunten van c_1 en c_2 .
- Bereken de afstand van M_2 tot cirkel c_1 exact.
- Bereken de hoek waaronder beide cirkels elkaar snijden in één decimaal.

- e De raaklijn aan c_1 in het punt $P(7,5)$ snijdt de x -as in Q . Bereken de coördinaten van Q .
- f Bereken de afstand van de raaklijn door P tot punt M_2 in twee decimalen.

Opgave 2

Stel een vergelijking op van cirkel c .

- a Cirkel c snijdt van de lijn $y = 4$ een lijnstuk met lengte 4 af, gaat door $P(-5,2)$ en heeft een middelpunt M op de x -as.
- b Cirkel c gaat door de punten $A(0,2)$, $B(4,0)$ en $C(6,14)$.

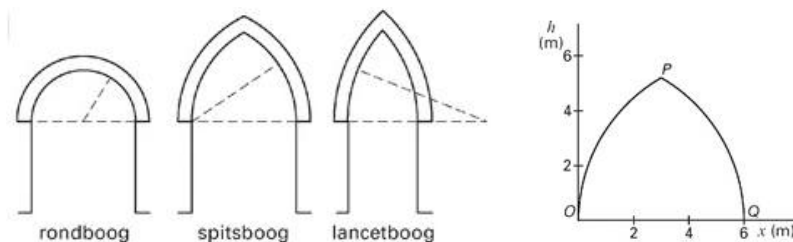
Opgave 3

Een bol met straal 12 cm ligt in een vaas waarvan de open binnenkant een zuivere kegelvorm van hoogte 30 cm en diameter 30 cm heeft. De vraag is: Steekt de bol boven de bovenrand van de vaas uit? En zo ja hoeveel? Je lost dit probleem op door gebruik te maken van analytische meetkunde.

- a Teken een dwarsdoorsnede van kegel en bol in een cartesisch assenstelsel. Neem voor de top van de kegel $O(0,0)$ en laat de hoogte van de kegel samenvallen met de y -as.
- b Kies voor het middelpunt van de bol $M(0,m)$ en stel een bijpassende vergelijking voor de bol op.
- c Welke twee raaklijnen aan de bol kun je nu gebruiken om het probleem op te lossen?
- d Bepaal door berekening m en bereken hoever de bol boven de kegel uit steekt of hoeveel de rand van de kegel boven de bol zit.
- e Hoe had je dit probleem zonder analytische meetkunde kunnen oplossen?

Opgave 4

Al heel lang worden in bouwwerken hoogconstructies gebruikt om grote ruimten te overspannen. Hier zie je enkele soorten bogen, waaronder de spitsboog. Een spitsboog is opgebouwd uit twee cirkelbogen. Hierbij ligt het middelpunt van de ene cirkelboog op een uiteinde van de andere cirkelboog.

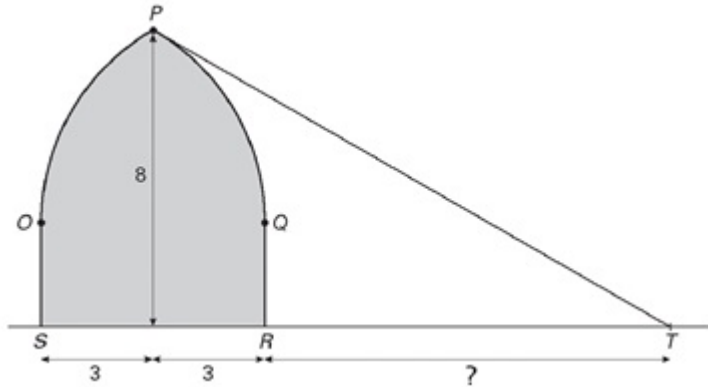


Figuur 2

Hier is de vorm van een spitsboog OPQ in een cartesisch assenstelsel getekend. O is het middelpunt van cirkelboog PQ en Q is het middelpunt van cirkelboog OP .

- a Stel vergelijkingen op van de cirkels waarvan OP en PQ bogen zijn.
- b Bereken de hoogte van punt P . Geef je antwoord in centimeters nauwkeurig.

Een toegangspoort tot een kasteel heeft aan de bovenkant de vorm van een spitsboog en heeft in een vooraanzicht de vorm die je hieronder ziet afgebeeld. Hetzelfde cartesische assenstelsel geldt ook voor deze figuur. De top P van de spitsboog bevindt zich 8 meter boven de grond. In dit punt P zitten twee bewakingscamera's, eentje om het gebied links van de poort in de gaten te houden en eentje om het gebied rechts van de poort in de gaten te houden. Deze laatste camera neemt niets waar van het gebied onder de raaklijn PT .



Figuur 3

- c Stel een vergelijking op van lijn PT .
- d Ook de andere camera neemt niets waar onder de raaklijn in P aan cirkelboog OP . Deze raaklijn snijdt het verlengde van TS in punt U . Bereken de lengte van het lijnstuk UT . Geef je antwoord in meters op één decimaal nauwkeurig.

Toepassen

Opgave 5: Omgeschreven cirkel

De straal van de omgeschreven cirkel van een gelijkzijdige driehoek met zijden van a cm kun je in a uitdrukken. Laat zie hoe je dit kunt doen door een geschikt assenstelsel te kiezen.

Opgave 6: Bissectrice

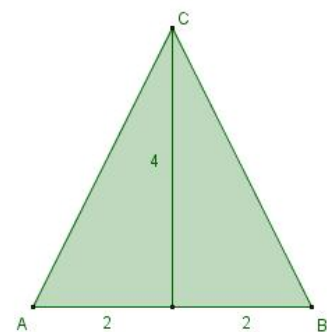
De deellijn (of bissectrice) van een hoek is de lijn die de hoek in twee gelijke delen verdeelt. De lijnen $l : y = 0$ en $m : y = 2x$ maken een scherpe hoek met elkaar. Punt $P(x, y)$ is een punt van de deellijn van deze hoek.

- a Stel een vergelijking op van deze deellijn (benaderingen in drie decimalen nauwkeurig).
- b Toon aan dat elk punt van deze deellijn dezelfde afstand heeft tot lijn l als tot lijn m .

Opgave 7: Een cirkel uit een driehoek

Je ziet hier een gelijkbenige driehoekige lap stof. Je wilt er een zo groot mogelijke cirkelvormige lap stof uit snijden. Hoe groot wordt de straal?

- a Maak een assenstelsel zo, dat $A = (-2, 0)$, $B = (2, 0)$ en $C = (0, 4)$.
- b Het middelpunt van de gevraagde cirkel is $M(0, p)$. M moet even ver van de lijnen AB , BC en AC liggen. Druk $d(M, AB)$ en $d(M, BC)$ beide uit in p .
- c Bereken p en beantwoord de vraag.



Figuur 4

Examen

Opgave 8: Werkplaats met gebogen dak

In Nederland zie je op bedrijventerreinen vrij grote overeenkomsten in de dakvormen van fabriekshallen, opslagloodsen en werkplaatsen. Een werkplaats met een veel voorkomende dakvorm is te zien in de bovenste figuur.

De vloer van deze werkplaats heeft de vorm van een rechthoek.

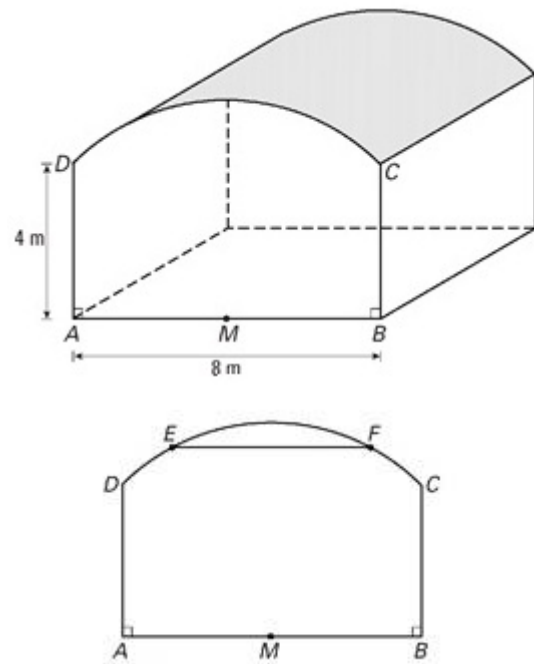
Het dak heeft een gebogen vorm: in het vooraanzicht is boog CD een kwart deel van de cirkel waarvan het middelpunt M het midden van AB is. De breedte AB is 8 meter. De hoogte $AD = BC$ is 4 meter.

- Breng in het voorvlak van de werkplaats een cartesisch assenstelsel aan waarvan de oorsprong met punt M en de x -as met lijn AB samen valt. Stel nu een vergelijking op van de cirkel waar boog CD een deel van is.
- Bereken de lengte van boog CD in gehele centimeters nauwkeurig.

Ter versteviging van de dakconstructie is op een aantal plaatsen op 5 meter hoogte een stalen dwarsbalk aangebracht. In de onderste figuur zie je een vooraanzicht van de werkplaats met daarin zo'n dwarsbalk EF .

- Bereken de lengte van EF in gehele centimeters nauwkeurig.
- Bereken de hoek die EF met de cirkelboog maakt in de punten E en F .

(naar: herexamen wiskunde B1,2 in 2000)



Figuur 5

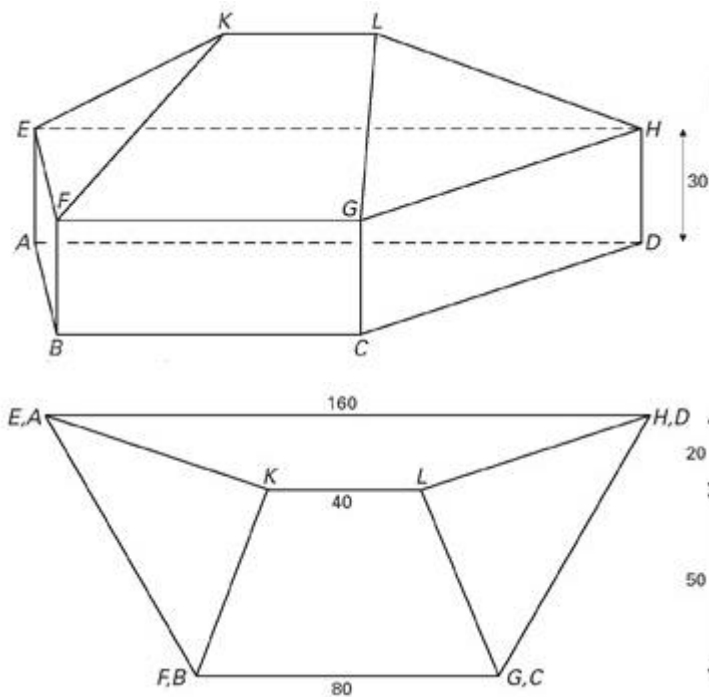
Opgave 9: Broeibak

In een folder van een tuincentrum staat de hiernaast afgebeelde foto van een broeibak. De broeibak heeft een glazen deksel in de vorm van een gelijkbenig trapezium. Op de foto is te zien dat de deksel open staat. Hieronder is een model van deze broeibak getekend. De glazen deksel $FGLK$ is hierbij gesloten.

Vlak $EFGH$ is evenwijdig aan het grondvlak $ABCD$. KL ligt 30 cm boven $EFGH$. Je ziet ook het bovenaanzicht van de gesloten broeibak. AD is evenwijdig aan BC . AB is even lang als DC . Alle afmetingen zijn gegeven in cm. De dikte van het hout en van het glas worden verwaarloosd.



Figuur 6



Figuur 7

- a** Teken een dwarsdoorsnede van de broeibak op schaal 1 : 10 die loodrecht op het vlak $BCGF$ staat en door het midden M van BC gaat.

Als de deksel van deze broeibak wordt geopend of gesloten beschrijft het midden P van FG een deel van een cirkel.

- b** Teken deze baan van punt P in je dwarsdoorsnede.
- c** Breng in deze dwarsdoorsnede een cartesisch assenstelsel aan waarvan M de oorsprong is en de x -as in vlak $ABCD$ ligt. Stel ten opzichte van dit assenstelsel een vergelijking op van de cirkel waarvan de boog die de baan van P beschrijft een deel is.
- d** Hoe ver steekt het punt P aan de voorkant uit als het zich op 80 cm boven het grondvlak $ABCD$ van de broeibak bevindt?

(naar: herexamen wiskunde B1,2 in 2002)



© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
