

1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Je hebt nu het onderwerp **Analytische meetkunde** doorgewerkt. Er moet een totaalbeeld van deze leerstof ontstaan... Ga na, of je al de bij dit onderwerp horende begrippen kent en weet wat je er mee kunt doen. Ga ook na of je de activiteiten die staan genoemd kunt uitvoeren. Maak een eigen samenvatting!

Begrippenlijst

- cartesisch coördinatenstelsel — midden van een lijnstuk — lengte van een lijnstuk
- vergelijking van een (rechte) lijn
- vergelijking van een cirkel met gegeven middelpunt en straal
- snijpunten — stelsel vergelijkingen — strijdig stelsel
- richtingscoëfficiënt en hellingshoek — hoek van twee lijnen — loodrechte stand

Activiteitenlijst

- een cartesisch assenstelsel invoeren — het midden en de lengte van een lijnstuk berekenen
- vergelijkingen van rechte lijnen opstellen
- vergelijkingen van cirkels opstellen
- snijpunten berekenen, vooral van lijnen en lijnen en cirkels
- de hellingshoek van een rechte lijn berekenen — de hoek tussen twee lijnen berekenen — onderzoeken of twee lijnen loodrecht op elkaar staan — de vergelijking van een lijn loodrecht op een gegeven lijn opstellen

Achtergronden

René Descartes (1596 - 1650) maakte in 1618 kennis met de Nederlandse wiskundige Isaac Beeckman, die hem de wiskundige inzichten van die dagen, onder andere met het werk van François Viète en het gebruik van letters voor variabelen, leerde.

Uiteindelijk schreef Descartes 'Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences', met als aanhangsel 'La Géométrie'. Het werd in 1637 in Leiden gepubliceerd. Hierin nam Descartes afstand van de logica (van Aristoteles) die bijna 2000 jaar lang het wetenschappelijk denken had beheerst. Hij twijfelde aan alle bestaande kennis en vond dat alle wetenschap op wiskundige methoden moest worden gebaseerd. Zijn wereldbeeld was dat van een groot mechaniek bestaande uit allemaal delen die via wiskundige wetten op elkaar reageerden.

Op het gebied van de wiskunde zelf zette hij een revolutionaire ontwikkeling in door het rechthoekig (cartesisch) assenstelsel in te voeren. In één klap konden meetkundige objecten worden beschreven met getallen en vergelijkingen. Dit leidde tot het ontstaan van de analytische meetkunde...



Figuur 1

Testen

Opgave 1

Gegeven zijn de lijn $l : 5x - 4y = 40$ en de punten $A(12,3)$ en $B(2,-2)$.

- Lijn m gaat door de punten A en B . Bereken de coördinaten van het snijpunt van de lijnen l en m .
- Stel een vergelijking op van de lijn p door het midden van lijnstuk AB die loodrecht op lijn m staat.
- Bereken de exacte coördinaten van het snijpunt C van lijn p en lijn l .
- Bereken de oppervlakte van driehoek ABC in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 2

Bereken de hoeken van $\triangle ABC$ met $A(15,21)$, $B(29,28)$ en $C(25,40)$ in graden nauwkeurig.

Opgave 3

In een cartesisch assenstelsel zijn er twee cirkels met straal $\sqrt{13}$ die door de punten O en $A(0,6)$ gaan. Stel de vergelijkingen van deze cirkels op.

Opgave 4

Stel steeds een vergelijking op van de beschreven lijn of cirkel.

- a De lijn l door de punten $A(-22,105)$ en $B(58,65)$.
- b De lijn m door $C(24,0)$, loodrecht op l .
- c De cirkel c_1 door C met middelpunt $M(20,3)$.
- d De lijn n door de snijpunten van de cirkels c_1 en $c_2 : (x - 24)^2 + y^2 = 2$.

Opgave 5

Gegeven is de lijn $l : 4x - 15y = 61$ en punt $P(0,12)$.

- a Stel een vergelijking op van de lijn m door P , loodrecht op l .
- b Bereken het snijpunt S van de lijnen l en m .
- c Bereken de afstand van P tot lijn l .
- d Stel een vergelijking op van de cirkel c met middelpunt P en door S .
- e Waarom hebben cirkel c en lijn l precies één snijpunt?

Toepassen**Opgave 6: Cola en sinas**

Een fles cola kost € 0,95 en een fles sinas kost € 1,20. Je hebt € 80,00 tot je beschikking om 75 flessen cola en/of sinas te kopen. Als je het aantal flessen cola x en het aantal flessen sinas y noemt, dan kun je hierbij twee vergelijkingen in x en y opstellen. Doe dat en bereken hoeveel flessen van elke soort je koopt.

Opgave 7: Hoogtelijnen

Een hoogtelijn in een driehoek is een lijn die door een hoekpunt gaat en loodrecht staat op de zijde tegenover dat hoekpunt. In elke driehoek ABC gaan de drie hoogtelijnen door één punt. Deze stelling kun je met analytische meetkunde als volgt bewijzen: Kies het assenstelsel zo, dat A en B op de x -as liggen en dat C op de y -as ligt. Neem $A(-a,0)$, $B(b,0)$ en $C(0,c)$ en laat $a \geq 0$, $b \geq 0$ en $c \geq 0$.

- a Welke vergelijking heeft de hoogtelijn door C nu?
- b Welke vergelijkingen hebben de andere twee hoogtelijnen?
- c Toon nu aan dat alle drie de hoogtelijnen door hetzelfde punt H gaan.

Opgave 8: Middelloodlijn

Een middelloodlijn van een lijnstuk AB is een lijn die door het midden van AB gaat en er loodrecht op staat. Een manier om zo'n middelloodlijn te construeren is door twee even grote cirkels om A en om B te tekenen en een lijn te trekken door beide snijpunten van die cirkels. Met analytische meetkunde kun je bewijzen dat je zo inderdaad een middelloodlijn krijgt.

- a Kies een geschikt assenstelsel. Welke coördinaten geef je A en B ?
- b Stel vergelijkingen op van twee even grote cirkels om A en om B .
- c Hoe maak je nu het bewijs af?

Examen

Opgave 9: Een punt binnen een cirkel

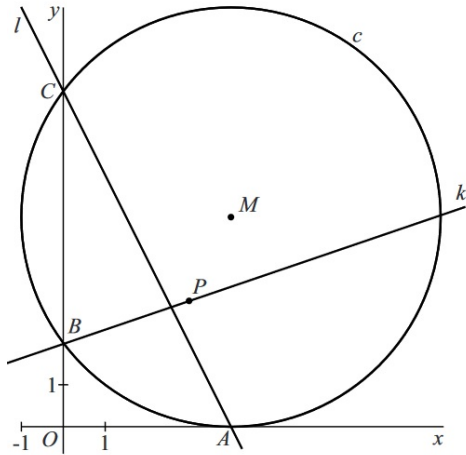
Gegeven zijn de cirkel c met vergelijking

$(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 25$ en het punt $P(3,3)$. M is het middelpunt van c .

- a** Bereken de exacte afstand van punt P tot cirkel c .

Cirkel c raakt de x -as in het punt A en snijdt de y -as in de punten B en C , waarbij C boven B ligt.

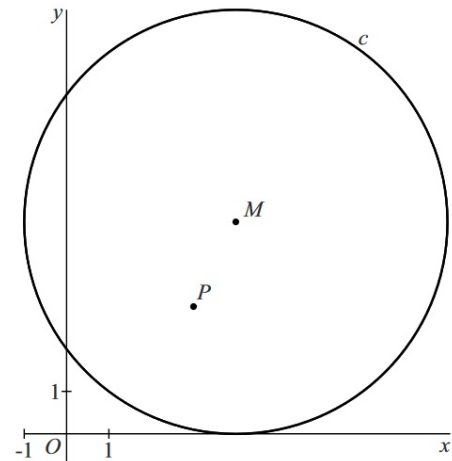
Lijn k gaat door B en P en lijn l gaat door A en C .



Figuur 3

- b** Bereken in graden nauwkeurig de scherpe hoek waaronder k en l elkaar snijden.

(bron: pilotexamen havo wiskunde B in 2012, eerste tijdvak)



Figuur 2



© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
