

3.5 Totaalbeeld

Samenvatten

Je hebt nu alle theorie van **Lineaire verbanden** doorgewerkt. Er moet een totaalbeeld van deze leerstof ontstaan... Ga na, of je al de bij dit onderwerp horende begrippen kent en weet wat je ermee kunt doen. Ga ook na of je de activiteiten die staan genoemd kunt uitvoeren. Maak een eigen samenvatting!

Begrippenlijst

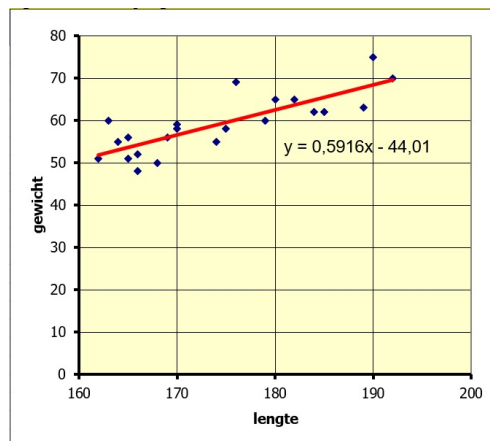
- lineaire functie — hellingsgetal = richtingscoëfficiënt — begingetal
- lineair verband — lineaire vergelijking met twee variabelen
- stelsel (lineaire) vergelijkingen met twee variabelen — oplossen door substitutie en/of de balansmethode
- lineair model

Activiteitenlijst

- bij lineaire functie hellingsgetal en begingetal herkennen om snel de grafiek te kunnen tekenen
- algemene lineaire verbanden herkennen — herschrijven naar lineaire functie
- stelsel (lineaire) vergelijkingen met twee variabelen oplossen
- lineair model opstellen, vergelijking lijn door twee gegeven punten opstellen

Achtergronden

In praktijksituaties wordt een verband tussen twee variabelen vaak onderzocht door te meten. Een eenvoudig voorbeeld is het verband tussen lengte en gewicht bij mensen. Langere mensen zullen gemiddeld wel zwaarder zijn dan kleinere, dus het lijkt er op dat er tussen lengte L (in cm) en gewicht G (in kg) een verband bestaat. Dat kun je voor scholieren in 4 havo bijvoorbeeld onderzoeken door een steekproef te nemen (bijvoorbeeld alle 4-havo-leerlingen van een bepaalde school) en daarvan lengte en gewicht te meten. Als je die gegevens in een Excelbestand zet en vervolgens een grafiek (kies grafiektype 'Spreiding') maakt, kun je bekijken of er als grafiek ongeveer een rechte lijn uitkomt. In Excel kun je de rechte lijn die het beste bij je meetpunten past laten tekenen (Invoegen: Trendlijn). Zelf kun je er dan wel een formule bij maken. Excel past hierbij **lineaire regressie** toe. Het verband is alleen betrouwbaar als je meetpunten ook echt redelijk dicht bij de getekende trendlijn liggen.



Figuur 1

Testen

Opgave 1

Twee hardlopers lopen 1000 meter in een vrijwel constant tempo. Ton loopt met een snelheid van 15 km/h, Henk met een snelheid van 12 km/h. Henk begint twee minuten eerder aan de 1000 meter dan Ton.

- Hoe groot zijn hun snelheden in meter per minuut?
- Hoeveel meter ligt Henk op Ton voor als Ton aan zijn 1000 meter begint?
- Voor Ton geldt de formule $a = 250t$, waarin t de tijd en a de afgelegde afstand (vanaf de start van de 1000 meter) is. Welke eenheden zijn er gebruikt?

- d Waarom is voor Ton de afgelegde afstand a wel recht evenredig met de tijd t en is dit voor Henk niet het geval?
- e Welke formule met dezelfde variabelen geldt dan voor Henk?
- f Breng beide grafieken in beeld. Wie is het eerst aan het einde van de 1000 meter gekomen en hoeveel lag hij toen op de ander voor?

Opgave 2

Breng de lineaire vergelijkingen in beeld op de grafische rekenmachine. Bepaal de richtingscoëfficiënt van de lijn.

- a $3x - 2y = 24$
- b $x + 3y = 6$
- c $x = 2y + 1$
- d $y = 2$

Opgave 3

Los de stelsels van vergelijkingen op. Rond waar nodig af op 1 decimaal.

- a
$$\begin{cases} 3x - 4y = 12 \\ 4x + 3y = 12 \end{cases}$$
- b
$$\begin{cases} K = 40 + 0,16a \\ K = 36 + 0,18a \end{cases}$$
- c
$$\begin{cases} q = 200 - 0,25p \\ p \cdot q = 10000 \end{cases}$$
- d
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ y = x^2 \end{cases}$$

Opgave 4

Gegeven is lijn l die door de punten $(-40,46)$ en $(110,96)$ gaat en lijn m die een richtingscoëfficiënt heeft van -3 en door het punt $(2,14)$ gaat.

- a Stel de formule op van beide lijnen.
- b Bereken algebraïsch het snijpunt van beide lijnen.

Opgave 5

Iemand investeert € 10000,00 die voor hem worden belegd in twee aandelenfondsen A en B. De aandelen in fonds A leveren minder winst op, maar er is weinig risico dat ze sterk in waarde dalen. Fonds B lijkt meer winst op te gaan leveren, maar er is een groter risico aan verbonden. Het fonds A levert na een jaar een winst van 10% op, het fonds B levert na een jaar 14% winst. In totaal wordt er € 1180,00 aan winst aan deze investeerder uitgekeerd.

Hoeveel geld is er voor hem in fonds A belegd?

Opgave 6

In de jaren zeventig van de vorige eeuw bestonden er verschillende tarieven voor het gebruik van aardgas. Voor het gemak zijn de bedragen omgerekend in euro.

In een zekere plaats gold:

- bij een jaarverbruik tot 600 m^3 :
vastrecht € 21,00 per jaar en daarbovenop € 0,13 per verbruikte m^3 (tarief 1);
 - bij een jaarverbruik vanaf 600 m^3 :
vastrecht € 48,00 per jaar en daarbovenop € 0,08 per verbruikte m^3 (tarief 2).
- a Teken de grafiek van de jaarlijkse kosten K voor een gasverbruik a lopend van 0 tot 1200 m^3 .

- b** De grafiek van a valt in twee delen uiteen. Voor elk van die delen zijn de jaarlijkse kosten een lineaire functie van a , het aantal verbruikte m^3 . Geef van elk van die lineaire functies een formule.
- c** Een tuinder die aan de meterstand zag dat hij op een jaarverbruik van ongeveer 590 m^3 uit zou komen, ging gas afbranden. Wat wordt daarmee bedoeld? Waarom deed hij dat?
- d** Vanaf welk jaarverbruik leverde toen het gas afbranden een besparing op? En vanaf welk jaargebruik was dat tarief twee keer goedkoper?
- e** Welke maatregelen kon het gasbedrijf treffen om het afbranden van gas te voorkomen?

Opgave 7

Iemand hangt verschillende gewichten aan een veer en meet de uitrekking. m is de massa van de gewichten in gram, u is de uitrekking van de veer in centimeter. Ze zet de meetwaarden in een tabel.

m	10	20	30	40	50	60	70	80
u	4,8	10,3	15,1	19,7	25,0	29,8	35,2	40,1

Tabel 1

- a** Zet de punten in een assenstelsel. Waarom is er sprake van een lineair verband (bij benadering)?
- b** Geef de formule die u uitdrukt in m .
- c** Als er 50 gram aan de veer hangt is de totale lengte l van de veer 35 centimeter. Geef de formule die l uitdrukt in m .
Een tweede veer is zonder gewicht eraan 8 centimeter lang en met 10 gram eraan 15,5 centimeter lang.
- d** Geef de formule die de lengte l van deze tweede veer uitdrukt in m .
- e** Er is een massa die ervoor zorgt dat de totale lengte van beide veren gelijk is. Bereken deze massa.

Toepassen

Opgave 8: Afgelegde weg, snelheid en versnelling

Bij een eenparige beweging is de snelheid constant. Bij een eenparig versnelde beweging is de versnelling constant. In Nederland geldt op sommige plaatsen een maximumsnelheid van 100 km/uur. Een automobilist rijdt omdat er verder vrijwel geen verkeer op de weg is toch 140 km/uur op zo'n weggedeelte. Een verdekt opgestelde motoragent ziet hem voorbij schieten en zet de achtervolging in. Neem $t = 0$ op het moment dat de motor start. Dit is 6 seconden nadat de auto de motoragent passeert. Neem ook aan dat de auto met een constante snelheid rijdt en de motor eenparig versnelt met een versnelling van 4 m/s^2 .

- a** Hoeveel seconden na $t = 0$ rijdt de motor sneller dan de auto?
- b** Hoeveel m voorsprong heeft de auto op het moment dat de motor start?
- c** Stel een formule op voor de afgelegde weg $a(t)$ van de auto. Kies geschikte eenheden.
- d** De topsnelheid van de motor is 200 km/uur. Hoe lang doet de motor er over om die te bereiken?
- e** Als de motor op topsnelheid rijdt, is zijn snelheid constant. Welke formule geldt dan voor de afgelegde weg $m(t)$ van de motor?
- f** Na hoeveel seconden heeft de motor de auto ingehaald?

Opgave 9: Cijfers vaststellen

Bij het bepalen van het cijfer van een toets wordt uitgegaan van een lineair verband tussen de score s en het cijfer c . Neem aan dat de maximale score 80 punten is. Bij een score van 80 punten hoort als cijfer een 10, bij een score van 0 punten hoort als cijfer een 1. De omslagscore is de score waarbij het cijfer 5,5 (dus net voldoende) is.

- a** Met welke formule kun je de score omzetten naar een cijfer?
- b** Hoeveel bedraagt de omslagscore?

Als een toets zeer slecht wordt gemaakt, dan kun je als docent de cijfers wat ophogen door de omslagscore te veranderen. Bijvoorbeeld verlaag je de omslagscore met 5 punten. Nog steeds levert een score van 0 punten een 1 en een score van 80 punten een 10 op. De grafiek van c als functie van s bestaat dan uit twee lineaire gedeelten.

- c Welke twee formules heb je nu nodig om het cijfer te berekenen?
- d Welk cijfer krijgt iemand die zonder ophogen een 6 zou krijgen?

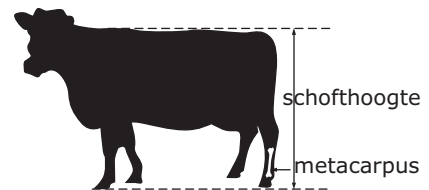
Is een toets daarentegen erg gemakkelijk, dan kan de docent de cijfers naar beneden bijstellen door de omslagscore te verhogen. Stel dat een docent met zichzelf afsprekt dat hij achteraf de omslagscore met maximaal 5 punten zal verlagen of verhogen, afhankelijk van de resultaten van de toets.

- e Je zou zonder bijstelling een 5,8 halen. Welk cijfer kan dit maximaal nog worden? En minimaal?

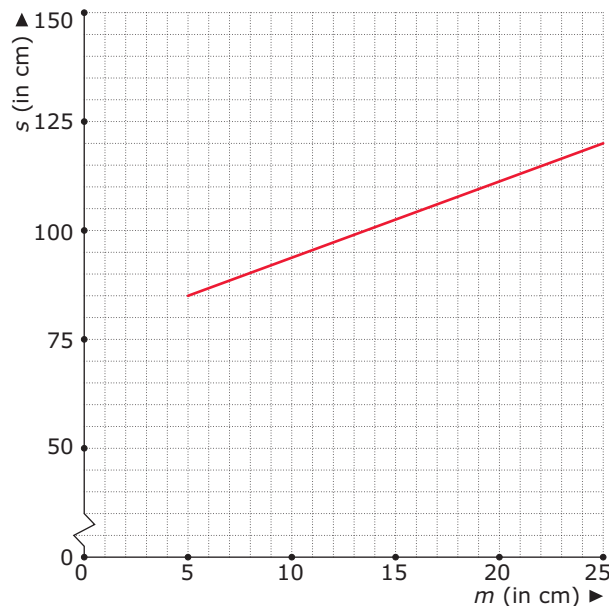
Examen

Opgave 10: Schofthoogte

Oudheidkundigen proberen informatie te krijgen over de voedselsituatie van vroegere bewoners van een nederzetting. Uit botjes in afvalputten blijkt welke dieren men vroeger at en soms ook hoeveel. Niet bekend is hoeveel voedsel een rund uit die tijd opleverde, maar daarover zou de grootte van het dier informatie kunnen geven. Als maat voor de grootte neemt men de schofthoogte. Meestal ontbreken er botten die nodig zijn om de schofthoogte te bepalen. Vaak treft men wel een middenvoetsbeentje (metacarpus) aan. Men heeft voor twee runderrassen, A en B, kunnen vaststellen dat er tussen de metacarpus en de schofthoogte een verband bestaat. Dat verband verschilt per ras. Onderstaande grafiek (zie [werkbld](#)) geeft het verband tussen de schofthoogte (s) en de lengte van de metacarpus (m) voor ras A.



Figuur 2



Figuur 3

- a Stel een formule op, die bij deze grafiek past.
Voor ras B geldt de formule: $s = 5m + 16$ ($5 \leq m \leq 25$).
- b Teken in de figuur de grafiek bij deze formule.
- c Bereken in millimeters nauwkeurig bij welke waarde van m de schofthoogten van beide rassen gelijk zijn.

In theorie zou bij opgegeven waarden van m en s van een dier vastgesteld kunnen worden of het een dier van ras A of van ras B betreft, met uitzondering van de situatie zoals bedoeld in c. In werkelijkheid is het verband tussen de lengte van de metacarpus en de schofthoogte niet zo precies als de formules aangeven. We nemen aan dat bij elke lengte van de metacarpus de schofthoogte kan variëren van 2 cm onder de aangegeven waarde tot 2 cm erboven.

- d Bepaal met behulp van de grafieken bij welke lengten van de metacarpus er problemen kunnen optreden bij het vaststellen van het ras.

Uit de schofthoogte kan bij benadering het levend gewicht van een rund worden afgeleid. Er blijkt een verband te bestaan dat nagenoeg lineair is. Gegevens over dit verband staan in onderstaande tabel.

schofthoogte (cm)	levend gewicht ras A (kg)	levend gewicht ras B (kg)
110	400	380
120	470	435

Tabel 2

De lengte van een gevonden metacarpus is 21 cm. Het botje kan van een rund van ras A of van ras B zijn.

- e Bereken voor beide mogelijkheden het levend gewicht.

(bron: examen wiskunde A havo 1990 - I)

Opgave 11: Windsnelheid en hoogte

Op een bepaalde dag is in Vlaardingen op verschillende hoogtes de windsnelheid gemeten. Uit de meetresultaten blijkt dat er bij benadering een lineair verband bestaat tussen de windsnelheid W in m/s en de hoogte h in meter voor hoogten tussen 10 en 80 meter (zie tabel). De formule $W = a \cdot h + b$ geeft dit lineaire verband.

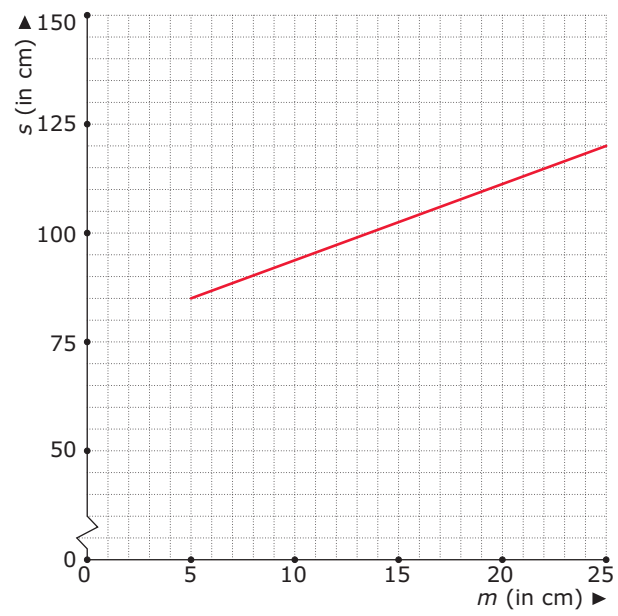
h	10	20	30	40	50	60	70	80
W	1,2	1,6	2,1	2,5	3,0	3,4	3,8	4,3

Tabel 3

Bereken a en b met behulp van de gegevens in de tabel.
Rond a af op drie decimalen en b op twee decimalen.

(bron: examen wiskunde B havo 2006 - I)

Werkblad bij Opgave 10 op pagina 4





© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
