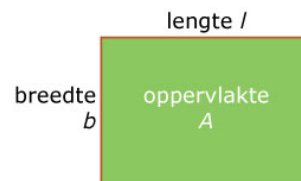


1.1 Formules gebruiken

Inleiding

‘De oppervlakte van een rechthoek kun je uitrekenen door de lengte en de breedte met elkaar te vermenigvuldigen.’ Dat is een zin die je kunt inkorten tot $A = l \cdot b$ als je de oppervlakte van de rechthoek voorstelt door de letter A , de lengte door de letter l en de breedte door de letter b . Zo'n ingekorte zin heet een ‘formule’. Formules zijn overzichtelijker dan lange zinnen, maar je moet wel goed onthouden (of opschrijven) wat al die letters voorstellen. Bij toepassingen moet je ook aan de eenheden denken: als lengte en breedte in meter zijn, dan is de oppervlakte in vierkante meter.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- verschillende soorten formules herkennen: formules die een verband weergeven tussen variabelen, formules in de vorm van een vergelijking die je kunt oplossen en formules als rekenregel;
- de grafiek tekenen bij een formule die het verband tussen twee variabelen beschrijft;
- onderscheid maken tussen grootheden en eenheden.

Voorkennis

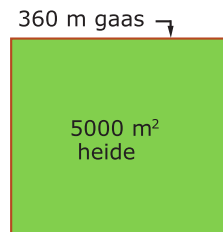
- werken met variabelen (met letters);
- tabellen maken en grafieken tekenen.

Verkennen

Opgave V1

Een herder wil met 300 m gaas een stuk heide afgrenzen om er schapen te laten grazen. Het af te grenzen stuk moet rechthoekig worden met een oppervlakte van 0,5 ha (dus 5000 m²). De vraag is nu of dat kan en zo ja, wat dan de lengte en de breedte zijn van het af te zetten stuk heide.

- Om welke variabelen gaat het in dit probleem?
- Stel een formule op voor de omtrek van het af te zetten stuk heide. Gebruik de letter l voor de lengte en b voor de breedte, beide in meters.
- Stel een formule op voor de oppervlakte van het af te zetten stuk heide.
- Los het probleem verder op, bijvoorbeeld met behulp van tabellen of grafieken.



Figuur 2

Uitleg

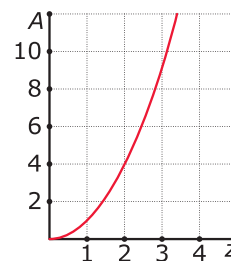
“De oppervlakte van een rechthoek kun je uitrekenen door de lengte en de breedte met elkaar te vermenigvuldigen.” Dat is een zin die je kunt inkorten tot $A = l \cdot b$ als je de oppervlakte van de rechthoek voorstelt door de letter A , de lengte door de letter l en de breedte door de letter b . Zo'n ingekorte zin heet een ‘formule’. Formules zijn overzichtelijker dan lange zinnen, maar je moet wel goed onthouden (of opschrijven) wat al die letters voorstellen. Bij toepassingen moet je ook aan de eenheden denken: als lengte en breedte in meter zijn uitgedrukt, dan moet oppervlakte in vierkante meter worden uitgedrukt.

Lengte en breedte zijn grootheden, net zoals bijvoorbeeld ‘tijd’, ‘oppervlakte’ en ‘kapitaal’. Een grootheid bestaat uit een variabele en een bijpassende eenheid. In formules schrijf je alleen die variabelen, geen eenheden. Formules hebben meestal de vorm van een vergelijking, dus een zin met een ‘isgelijktteken’. In de praktijk beschrijven formules vaak het verband tussen grootheden.

De formule $A = z^2$ is een vergelijking die een verband tussen de variabelen A en z vastlegt. Je kunt er een tabel bij maken en een grafiek bij tekenen.

z	0	1	2	3	4
A	0	1	4	9	16

Tabel 1



Figuur 3

Als z de lengte van een vierkant is in centimeter en A de oppervlakte in cm^2 , dan zijn lengte en oppervlakte de grootheden van de formule en cm en cm^2 de eenheden.

De vergelijking $2t + 40 = 300$ geeft informatie over de onbekende t . Deze vergelijking heeft als oplossing $t = 130$, want $2 \cdot 130 + 40 = 300$.

De formule $2(x + 3) = 2x + 6$ is een rekenregel en geldt voor elke waarde van x .

Opgave 1

Bekijk de **Uitleg** en beantwoord de vragen.

- Noem drie verschillende eenheden bij de grootheid 'tijd'.
- Noem een mogelijke grootheid bij de eenheid cm^3 .
- Leg uit wanneer je bij een formule een grafiek kunt maken.
- Leg uit wat het verschil is tussen de formules $2(x + 3) = 2x + 6$ en $2(x + 3) = 4$.

Opgave 2

Geef van de formules aan of het een verband tussen variabelen is of niet.

- $A = 50 \cdot g^2$
- $y + 20 = 60$
- $\frac{6}{x} = 5$
- $h = 3(t - 5)$

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Een **formule** is een zin waarin **variabelen** voorkomen. Vaak beschrijven formules een verband tussen die variabelen, maar niet altijd. Formules hebben meestal de vorm van een vergelijking, dus een zin met een **isgelijktteken**. Als een formule een verband beschrijft tussen twee variabelen, kun je er een grafiek bij tekenen. Je maakt dan eerst een tabel. Vervolgens zet je de gevonden punten in een assenstelsel.

In de praktijk beschrijven formules vaak het verband tussen **grootheden**. Die grootheden worden voorgesteld door een variabele waarin de letter past bij de gebruikte grootheid. Bij zo'n grootheid hoort weer een afgesproken **eenheid** waarin hij kan worden gemeten.

- De formule $A = z^2$ is een vergelijking die een verband tussen de variabelen A en z vastlegt. Je kunt er een tabel bij maken en een grafiek bij tekenen.
- De formule $2t + 40 = 300$ geeft informatie over de onbekende t . Deze **vergelijking** heeft als oplossing $t = 130$, want $2 \cdot 130 + 40 = 300$.
- De formule $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ is een **rekenregel** en geldt dus voor elke waarde van x .

Voorbeeld 1

Een tuinman heeft voor 30 m² graszoden gekocht. Daarmee kan hij verschillende rechthoekige grasveldjes leggen. Tussen de lengte en breedte (in meter) van deze veldjes bestaat dan het verband:

$$\text{lengte} \cdot \text{breedte} = 30$$

Bij deze formule kun je een tabel maken en een grafiek tekenen. Je begint met een tabel en een 'leeg' assenstelsel. Het kan verstandig zijn om eerst de tabel helemaal in te vullen en daarna pas het assenstelsel te tekenen, omdat je dan een geschikte stapgrootte kunt bepalen voor de assen.

Als $\text{lengte} = 1$, dan is $1 \cdot \text{breedte} = 30$.

Dan geldt: $\text{breedte} = \frac{30}{1} = 30$.

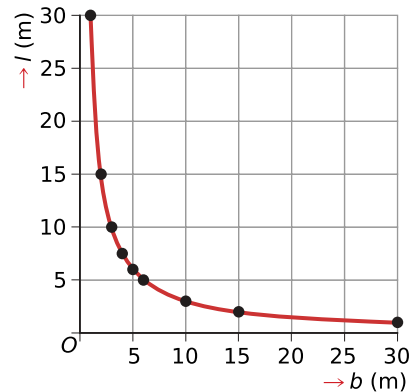
Dit noteer je in de tabel. In het assenstelsel komt het punt (1,30).

Als $\text{lengte} = 2$, dan is $2 \cdot \text{breedte} = 30$.

Dan geldt: $\text{breedte} = \frac{30}{2} = 15$.

Dit noteer je in de tabel. In het assenstelsel komt het punt (2,15).

Zo vul je de tabel verder in. De bijbehorende punten komen in het assenstelsel. Ten slotte teken je een (kromme) lijn door de getekende punten.



Figuur 4

<i>lengte</i>	1	2	3	4	5	6	10	15	30
<i>breedte</i>	30	15	10	7,5	6	5	3	2	1

Tabel 2

Opgave 3

Stel dat de tuinman uit **Voorbeeld 1** 50 m² graszoden gekocht zou hebben.

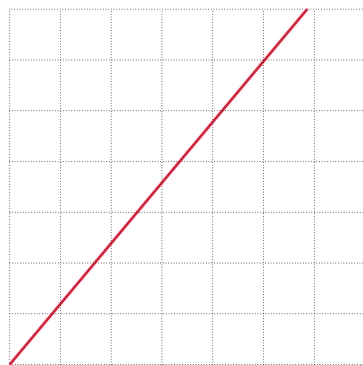
- Welke formule zou dan gelden tussen het verband van de lengte en breedte (in meter) van de rechthoekige veldjes?
- Teken de grafiek bij de formule.

Opgave 4

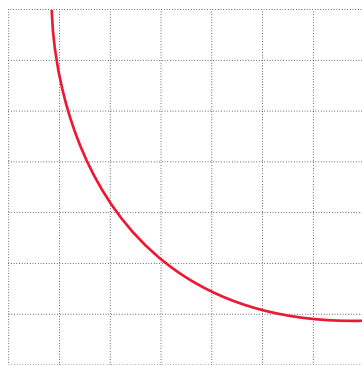
Gebruik de formule: $\text{oppervlakte (rechthoek)} = \text{lengte} \cdot \text{breedte}$.

- Gegeven is dat $\text{lengte} = 6$ m. Vul dit in de formule in. Geef de formule die hierdoor ontstaat.
- Nu is gegeven dat $\text{oppervlakte} = 12$ m². Schrijf op wat de formule dan wordt.
- Van een rechthoek is bekend dat deze een vierkant is. Schrijf de formule op die voor deze rechthoek het verband tussen oppervlakte en lengte beschrijft.

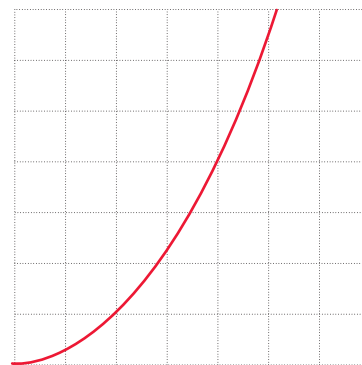
De grafieken horen bij de formules uit a, b en c.



grafiek I



grafiek II



grafiek III

Figuur 5

- d** Neem de grafieken over. Schrijf bij elke grafiek de juiste formule, zet de juiste variabelen bij de assen en maak er een goede schaalverdeling bij.

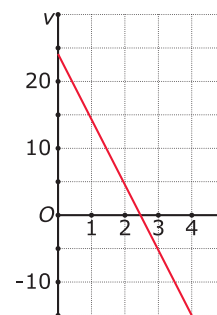
Voorbeeld 2

Gooi je een steen recht omhoog met een beginsnelheid van 24,1 meter per seconde, dan wordt de snelheid van de steen (zolang hij niet op de grond is gekomen) weergegeven door: $v = 24,1 - 9,8t$

t stelt de tijd in seconden voor en v de snelheid in meter per seconde. Bekijk de bijbehorende grafiek. Je wilt weten op welk tijdstip de steen op zijn hoogste punt is. Hoe lees je dat uit deze grafiek af?

Antwoord

Zolang de steen omhoog gaat, is v positief; zodra de steen daalt, is v negatief. Je kunt uit de grafiek aflezen op welk tijdstip de snelheid van de steen 0 is. Op dat moment is de steen op zijn hoogste punt. Dat is ongeveer na 2,5 seconden.



Figuur 6

Opgave 5

Bereken op welk tijdstip de steen uit **Voorbeeld 2** op zijn hoogste punt is. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 6

Sophie staat op haar balkon, steekt haar arm uit over het hek en gooit een tennisbal recht omhoog met een beginsnelheid van 5 m/s. In het voorbeeld staat beschreven hoe bij een omhoog geworpen steen de snelheid van de tijd afhangt. De bal komt na 2 seconden op de begane grond.

- Pas de formule voor de snelheid van de steen $v = 24,1 - 9,8t$ aan voor de gegevens van de tennisbal. Welke formule krijg je nu?
- Teken de grafiek bij deze formule.
- In de grafiek is de snelheid soms positief, soms negatief. Hoe komt dat?
- Na hoeveel seconden is de bal op zijn hoogste punt? Geef je antwoord in duizendsten van een seconde nauwkeurig.
- Met welke snelheid komt de bal op de grond? Geef je antwoord in kilometer per uur.

Voorbeeld 3

Wat is het verschil tussen de volgende formules?

- $K = 2a - 3b$
- $2x + 3 = -4x + 5$
- $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

Antwoord

- $K = 2a - 3b$ is een verband tussen drie variabelen.
- $2x + 3 = -4x + 5$ is een vergelijking die je kunt oplossen. De oplossing is: $x = \frac{1}{3}$.
- $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ is een rekenregel. Dit wordt duidelijk als je de haakjes wegwerkt:

$$(x + 1)^2 = (x + 1)(x + 1) = x^2 + x + x + 1 = x^2 + 2x + 1.$$

Opgave 7

In **Voorbeeld 3** zie je de formule $K = 2a - 3b$.

- a Neem $a = 4$ en teken een grafiek bij de formule.
- b Neem $b = -1$ en teken een grafiek bij de formule.

Opgave 8

Welke van de formules stelt een verband tussen twee variabelen voor?

- a $inhoud = 3r^2$
- b $inhoud = l \cdot b \cdot h$
- c $4(a - b) = 4a - 4b$
- d $lengte = 200 - lengte$
- e $2p + 25 = 14 - 0,5p$
- f $x \cdot y = 12$

Verwerken

Opgave 9

Welke van de formules beschrijft een verband tussen twee variabelen?

- a $(2 + x) \cdot y = 2y + xy$
- b $inhoud \text{ (kubus)} = r^3$
- c $S = 400 - 5t^2$
- d $a^2 + b^2 = c^2$

Opgave 10

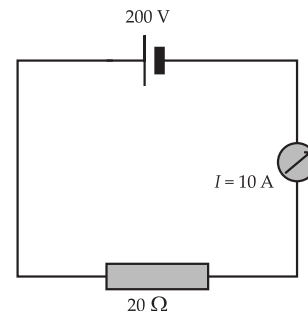
Voor het gebruik van elektriciteit betaal je een vast bedrag per jaar en een bedrag per kWh (kilo-wattuur) verbruik. De totale jaarlijkse kosten hangen daarom af van het aantal kWh dat er wordt verbruikt. Die totale kosten kun je omrekenen naar kosten per kWh. Er geldt de formule: $K = 0,12 + \frac{32}{a}$. Hierin is a het aantal verbruikte kWh en K de kosten per kWh (in euro).

- a Hoeveel bedraagt het vaste bedrag per jaar?
- b Teken de grafiek van K afhankelijk van a .
- c Voor welke waarde van a bedragen de kosten per kWh 16 eurocent?

Opgave 11

Een elektrische weerstand wordt aangesloten op een spanning van 200 volt. Met behulp van een ampèremeter kun je de stroomsterkte meten. Voor deze situatie geldt de wet van Ohm: $U = I \cdot R$ waarin U de spanning in V (volt) is, I de stroomsterkte in A (ampère) en R de weerstand in Ω (ohm).

- Bij een spanning van 200 volt beschrijft de wet van Ohm het verband tussen I en R . Welke formule hoort daar bij en welke eenheden horen bij deze formule?
- Teken de grafiek bij deze formule. Zet R op de horizontale as.
- Welke stroomsterkte wordt er gemeten als $R = 15$?



Figuur 7

Opgave 12

Een bal wordt recht omhoog geschoten en is na 2,7 seconde op het hoogste punt. De snelheid neemt per seconde met 9,8 meter af.

- Hoe groot is de beginsnelheid in meter per seconde van de bal?
- Stel een formule op voor de snelheid van de bal.
- Hoe groot is de snelheid in kilometer per uur van de bal na 1,5 seconde?

Opgave 13

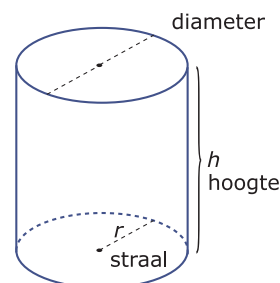
Van een balk is de breedte 3 cm korter dan de lengte. De hoogte is 5 cm. Hoe groot is de lengte van de balk als de inhoud 140 cm^3 is?

Toepassen

Opgave 14: Cilindervormig blikje

Voor de inhoud van een cilindervormig blikje geldt: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$. Hierin is V de inhoud (het volume), r de straal in centimeter en h de hoogte in centimeter.

- In welke eenheid moet V worden uitgedrukt?
- Hoeveel bedraagt de inhoud van een blikje met een diameter van 80 mm en een hoogte van 16 cm? Rond af op twee decimalen.
- Welke formule geeft het verband tussen V en r voor blikjes met een hoogte van 16 cm?
- Van andere blikjes is de inhoud 1 liter. Welk verband is er nu tussen r en h ? Schrijf het in de vorm $h = \dots$



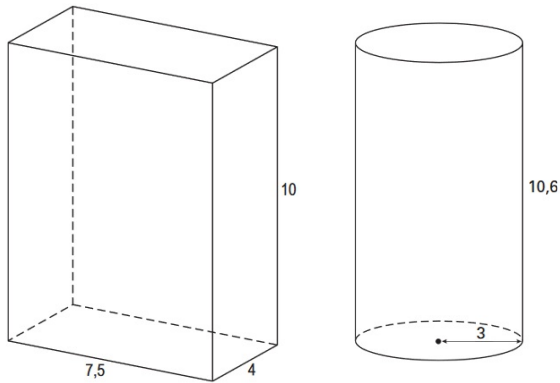
Figuur 8

Opgave 15: Temperatuur pakje frisdrank

De temperatuur van een gekoeld pakje of blikje frisdrank stijgt op een zonnig strand snel. Dit heeft verschillende oorzaken. We beperken ons in deze opgave tot de oppervlakte en het volume van de verpakking.

Als een verpakking bij dezelfde inhoud een grotere oppervlakte heeft, zal de frisdrank erin sneller opwarmen. Hiervoor is de warmte-uitwisselingsfactor F van belang. Er geldt: $F = \frac{A}{V}$, waarbij A de totale oppervlakte van de verpakking is in cm^2 en V het volume in cm^3 .

Bekijk de balkvormige en de cilindervormige frisdrankverpakking. In deze afbeeldingen zijn ook de afmetingen in cm aangegeven. Voor de oppervlakte A van de cilinder geldt $A = 2\pi r^2 + 2\pi rh$, waarbij h de hoogte is en r de straal van het grondvlak.



Figuur 9

In beide verpakkingen gaat vrijwel dezelfde hoeveelheid frisdrank. De warmte-uitwisselingsfactor F is verschillend.

- a** Onderzoek welke verpakking de kleinste F -waarde heeft.

Voor een groot koffiezetapparaat moet een cilindervormige tank worden ontworpen met een inhoud van 8 liter (1 liter = 1000 cm³). Noem de straal van het grondvlak van deze tank r en de hoogte van deze tank h (r en h in cm). De hoogte h van de tank kun je uitdrukken in de straal r . Er geldt $h = \frac{8000}{\pi \cdot r^2}$. Een eis die men aan het ontwerp van het koffiezetapparaat stelt, is dat de hoogte h tussen 20 cm en 40 cm ligt.

- b** Teken de grafiek bij de formule en bepaal welke waarden er zijn toegestaan voor de straal r .

(naar: examen havo wiskunde B1,2 in 2006, tweede tijdvak)

Testen

Opgave 16

Welke van de formules stellen een verband tussen twee variabelen voor?

- a** $a + b = 8$
- b** $(p + 5)^2 = p^2 + 10p + 25$
- c** $4x^2 - 25 = 135$
- d** $R = 50p - 2p^2$

Opgave 17

De Quetelet-index (QI) is een maat voor een gezond gewicht. Je berekent de QI met de formule $QI = \frac{G}{l^2}$. Hierin is l je lengte in meters en G je gewicht in kilogram. Bij deze index wordt de eenheid niet vermeld. De waarde wordt in één decimaal nauwkeurig uitgerekend en gebruikt. Neem aan dat een QI van 20 tot 25 gezond is.

- a** Bereken de QI van iemand die 180 centimeter lang is en 78 kilogram weegt.
- b** Bij een QI van 20 kun je een grafiek maken van iemands gewicht afhankelijk van zijn lengte. Teken die grafiek.
- c** Teken in hetzelfde assenstelsel de grafiek $QI = 25$.
- d** Stel je een persoon voor van 180 centimeter lengte. Geef in je figuur aan welke gewichten voor deze persoon gezond zijn. Zet de ondergrens en de bovengrens er in de grafiek bij, in kilogram nauwkeurig.



© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
