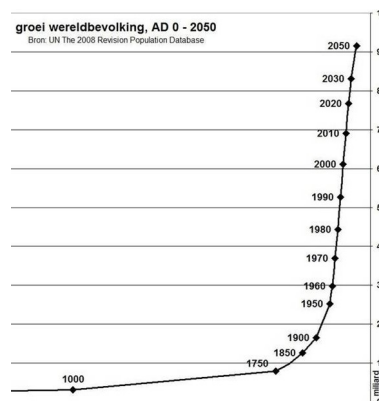


5.4 Groei en verval

Inleiding

Vooraf in ontwikkelingsgebieden is vaak sprake van een sterke groei van de bevolking. Het maakt daarbij nogal veel verschil of er jaarlijks een bepaalde (ongeveer) vaste hoeveelheid bij komt, of dat er jaarlijks een (ongeveer) vast percentage van de hoeveelheid van het jaar ervoor bijkomt. In dit tweede geval groeit de totale hoeveelheid steeds sterker, de groei is exponentieel. Maar niet altijd is dit verschil in het begin goed te zien...



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- lineaire met exponentiële verbanden vergelijken in de context van groei dan wel verval, ook halvering en verdubbeling;
- formules maken bij lineaire en exponentiële verbanden, ook interpoleren en extrapoleren;
- lineaire en exponentiële vergelijkingen en ongelijkheden in context.

Voorkennis

- werken met lineaire en exponentiële verbanden, de bijbehorende formules opstellen, grafieken maken, etc.;
- vergelijkingen en ongelijkheden oplossen, zowel met de GR als (waar dat kan) met de hand.

Verkennen

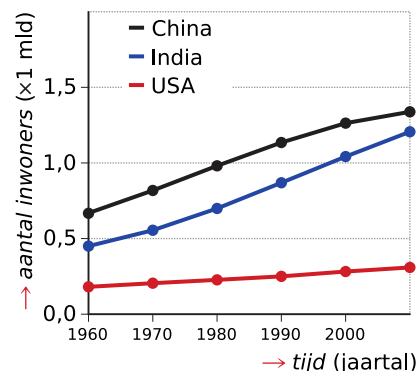
Opgave V1

Je ziet hier een tabel met de aantallen inwoners van China, India en de USA, afgerond op miljoenen inwoners.

jaar	1960	1970	1980	1990	2000	2010
China	667	818	981	1135	1263	1338
India	450	555	699	869	1042	1206
USA	181	205	227	250	282	309

Tabel 1

De figuur laat dit ook nog eens zien.



Figuur 2

- In welke van deze drie landen is de bevolking het minst gestegen?
- Ga voor de USA uit van lineaire groei en stel een formule op voor het aantal mensen in miljoenen N_{USA} afhankelijk van de tijd t in jaren na 1960.
- In India lijkt de groei (zeker vlak na 1960) steeds sterker te worden. Ga voor dit land uit van exponentiële groei en stel een formule op voor het aantal mensen in miljoenen N_{India} afhankelijk van de tijd t in jaren na 1960.
- China heeft jarenlang een één kind politiek gevoerd. Wat wordt hiermee bedoeld en waar zie je dit aan?

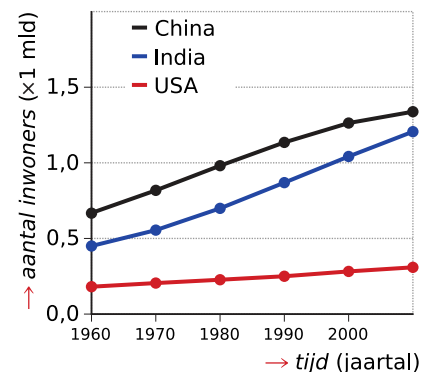
- e Ga voor China uit van lineaire groei en voor India van exponentiële groei. Bepaal daarmee het jaar waarin India voor het eerst meer inwoners zal hebben dan China.

Uitleg

Bekijk de tabel en grafiek.

jaar	1960	1970	1980	1990	2000	2010
China	667	818	981	1135	1263	1338
India	450	555	699	869	1042	1206
USA	181	205	227	250	282	309

Tabel 2



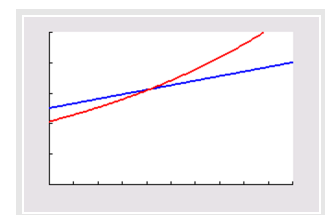
Figuur 3

Onderzoekers voorspellen dat de bevolkingsomvang van China vanaf het jaar 2000 lineair zal toenemen. Voor India is de verwachting dat de bevolkingsomvang vanaf het jaar 2000 exponentieel toeneemt. In welk jaar zal India naar verwachting het land China inhalen qua bevolkingsomvang? Om antwoord te geven op deze vraag, kun je voor beide landen een formule opstellen voor de bevolkingsgroei. Neem hierin N de bevolkingsomvang, t de tijd in jaar na het jaar 2000, b de beginwaarde bij $t = 0$. Vervolgens kan met behulp van de grafische rekenmachine het juiste jaar gevonden worden.

- De formule voor de bevolkingstoename van China is van de vorm: $N = at + b$
Hierin is a de richtingscoëfficiënt, ofwel de toename per jaar.
Er geldt: $N_C = 7,5t + 1263$
- De formule voor de bevolkingstoename van India is van de vorm: $N = b \cdot g^t$
Hierin is g de groeifactor per jaar.
Er geldt: $N_I = 1042 \cdot 1,01^t$
Hierbij hoort een groeipercentage van 1% per jaar.

Voor het vinden van het jaartal waarin de bevolking van India die van China inhaalt moet de ongelijkheid $N_I > N_C$ worden opgelost.

Hier wordt gebruikgemaakt van extrapoleren: op basis van de meest recente cijfers over de groei van de bevolkingsomvang zijn formules opgesteld en die zijn gebruikt om de bevolkingsomvang in de jaren daarna te schatten. De formules kunnen ook gebruikt worden voor interpoleren: de bevolkingsomvang kan daarmee in een jaar tussen 2000 en 2010 geschat worden.



Figuur 4

Opgave 1

Gebruik de gegevens uit de **Uitleg**.

- Welke algemene formule geldt voor lineaire groei?
- Stel de lineaire formule op die hoort bij de bevolkingsgroei van China vanaf 2000.
- Welke algemene formule geldt voor exponentiële groei?
- Laat zien hoe je de groeifactor per jaar berekent en stel daarmee de exponentiële formule op die hoort bij de bevolkingsgroei van India vanaf 2000.

- e Laat zien hoe je het groeipercentage van de bevolkingsgroei in India berekent.
- f Bereken in welk jaar de bevolking van India die van China naar verwachting inhaalt.

Opgave 2

Bekijk in de **Uitleg** de tabel met gegevens over de bevolkingsomvang van de Verenigde Staten. Onderzoekers voorspellen dat de bevolkingsomvang van de VS vanaf het jaar 2000 lineair zal toenemen. Van een groot ontwikkelingsgebied is bekend dat in het jaar 2000 de bevolkingsomvang zo'n 170 miljoen was. Dit aantal groeide exponentieel tot 210 miljoen in 2010. De voorspelling is dat de groei zich op deze manier zal voortzetten.

- a Stel een formule op voor de bevolkingsomvang N van de VS met $t = 0$ in 2000.
- b Stel een formule op voor de bevolkingsomvang N van het ontwikkelingsgebied met $t = 0$ in 2000.
- c De vraag is in welk jaar het ontwikkelingsgebied naar verwachting de VS in zal halen qua bevolkingsomvang.
Stel bij deze vraag een ongelijkheid op en los deze op met de grafische rekenmachine.
- d Bepaal de verdubbelingstijd van de bevolkingsomvang voor de VS en voor het ontwikkelingsgebied en vergelijk de uitkomsten met elkaar.

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Als er een **lineair verband** tussen y en x is, heeft de bijbehorende formule de vorm $y = ax + b$, hierin is:

- a de **richtingscoëfficiënt**, dus de toe- of afname van y als x met stappen van 1 toeneemt;
- b de **beginwaarde**, de uitkomst bij $x = 0$.

Als er een **exponentieel verband** tussen y en x is, heeft de bijbehorende formule de vorm $y = b \cdot g^x$, hierin is:

- b de **beginwaarde**, de uitkomst bij $x = 0$.
- g de **groefactor** per tijdseenheid, dus het getal waarmee y wordt vermenigvuldigd als x met stappen van 1 toeneemt.

Als bijvoorbeeld de groefactor per 5 jaar g is, is de groefactor per jaar $g^{\frac{1}{5}}$.

Het **groepercentage** geeft aan met hoeveel procent een hoeveelheid per tijdseenheid toe- of afneemt.

Bij exponentiële verbanden spelen de **verdubbelingstijd** en de **halveringstijd** soms een belangrijke rol. Dat is achtereenvolgens de tijd die het kost om de beginwaarde te verdubbelen (als $g > 1$) of te halveren (als $0 < g < 1$). Die kun je met de grafische rekenmachine bepalen.

Voorbeeld 1

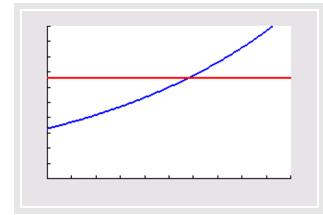
Bekijk de groeitabel van plaats A. Zowel exponentiële groei als lineaire groei zijn denkbaar. Bepaal door middel van zowel lineair extrapoleren als exponentieel extrapoleren de bevolkingsomvang in 2030 en vergelijk de resultaten met elkaar. Bereken ook in beide situaties de verdubbelingstijd.

jaar	1985	1995	2005	2015
aantal inwoners plaats A ($\times 1000$)	662	701	743	784

Tabel 3

Antwoord

- Bij een lineair verband geldt $N = 4,07t + 662$.
In 2030 is $t = 45$. $N = 4,07 \cdot 45 + 662 = 845,15$, dus 845150 inwoners.
Bij een exponentieel verband geldt $N = 662 \cdot 1,006^t$.
Hier is in 2030 $N = 662 \cdot 1,006^{45} \approx 866,497$, dus 866497 inwoners.
De resultaten liggen redelijk dicht bij elkaar.
- De verdubbelingstijd bij het lineaire verband is te vinden door een vergelijking algebraïsch op te lossen: dit geeft afgerond 163 jaar.
De verdubbelingstijd bij het exponentiële verband is te vinden door de vergelijking $662 \cdot 1,006^t = 1324$ op te lossen met de grafische rekenmachine. Dit geeft afgerond 116 jaar.



Figuur 5

Opgave 3

Bekijk **Voorbeeld 1** over het aantal inwoners in plaats A.

- Zowel exponentiële groei als lineaire groei zijn denkbaar. Laat dit met berekeningen zien.
- Stel een lineaire formule op voor de bevolkingsomvang van plaats A, met de tijd t in jaar.
- Bepaal door middel van lineair extrapoleren het aantal inwoners van plaats A in 2043.
- Stel een exponentiële formule op voor de bevolkingsomvang van plaats A, met de tijd t in jaar.
- Bepaal door middel van exponentieel extrapoleren het aantal inwoners van plaats A in 2043.
- Bereken in beide situaties de verdubbelingstijd in jaar.

Opgave 4

Bekijk de groeitabel van het aantal herten in een bosgebied. Eerst groeide het aantal herten exponentieel, maar sinds 2012 wordt er gecontroleerd op de herten gejaagd omdat te veel herten een gevaar opleveren voor het verkeer.

jaar	2006	2008	2010	2012	2014	2016
aantal herten	32	51	82	131	140	150

Tabel 4

- Vanaf 2012 zijn zowel exponentiële groei als lineaire groei denkbaar. Laat dit met berekeningen zien.
- Bepaal door middel van zowel lineair extrapoleren als exponentieel extrapoleren het aantal herten in 2025 en vergelijk de resultaten met elkaar.
- Bereken ook in beide situaties de verdubbelingstijd.

Voorbeeld 2

Sommige stoffen in de natuur vallen spontaan uit elkaar en zenden daarbij straling uit. Dit proces heet radioactief verval. Bekijk de vervaltable met daarin de hoeveelheid van stof M in microgram (μg).

tijd (dag)	0	2	4	6	8
hoeveelheid stof M (μg)	450	432	415	398	381

Tabel 5

Zowel lineair als exponentieel verval zijn denkbaar. Bepaal door middel van zowel lineair extrapoleren als exponentieel extrapoleren de hoeveelheid van stof M na 13 dagen en vergelijk de resultaten met elkaar. Bereken in beide situaties de halveringstijd.

Antwoord

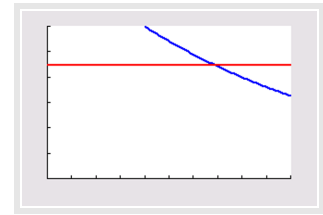
- Bij een lineair verband geldt $M = -8,5t + 450$. Na 13 dagen is $t = 13$.
 $M = -8,5 \cdot 13 + 450 = 339,5 \mu\text{g}$.

Bij een exponentieel verband geldt $M = 450 \cdot 0,98^t$. Hier is na 13 dagen
 $M = 450 \cdot 0,98^{13} \approx 346,1 \mu\text{g}$.

De resultaten liggen redelijk dicht bij elkaar.

- De halveringstijd bij het lineaire verband is te vinden door een vergelijking algebraïsch op te lossen: dit geeft afgerond 26 dagen.

De halveringstijd bij het exponentiële verband is te vinden door de vergelijking $450 \cdot 0,98^t = 225$ op te lossen met de grafische rekenmachine. Dit geeft afgerond 34 dagen.



Figuur 6

Opgave 5

Bekijk **Voorbeeld 2** over het verval van de hoeveelheid van stof M.

- Zowel lineair als exponentieel verval zijn denkbaar. Laat dit met berekeningen zien.
- Stel een lineaire formule op voor de hoeveelheid stof M, met de tijd t in dagen.
- Bepaal door middel van lineair extrapoleren de hoeveelheid van stof M na 360 uur.
- Stel een exponentiële formule op voor de hoeveelheid stof M, met de tijd t in dagen.
- Bepaal door middel van exponentieel extrapoleren de hoeveelheid van stof M na 360 uur.
- Bereken in beide situaties de halveringstijd in dagen.

Opgave 6

Kernenergie levert weinig afval op, maar het is wel afval dat speciale aandacht vereist. Het is namelijk radioactief en het blijft nog tientallen jaren warmte afgeven. In 2003 is in Zeeland een gebouw geopend waar de komende honderd jaar kernafval zal worden opgeslagen. Het gebouw heet HABOG, Hoogradioactief Afval Behandelings- en Opslag Gebouw. In het HABOG wordt het afval van de kerncentrale van Borssele opgeslagen. Over honderd jaar zijn de radioactiviteit en de warmte van het afval zo veel afgenomen dat het afval op een andere plaats kan worden opgeslagen. Het afval uit Borssele bestaat jaarlijks uit zes glasblokken met hoogradioactief afval. In het begin geeft zo'n blok evenveel warmte af als een kachel van 1800 Watt. Na 100 jaar is de warmteafgifte verminderd tot die van drie gloeilampen, ofwel 180 Watt. De warmteafgifte neemt exponentieel af.

- Bereken het percentage waarmee de warmteafgifte per jaar afneemt. Rond af op twee decimalen.
- Het gebouw is knaloranje geverfd. In grote groene letters zijn er beroemde formules van Einstein en Planck op aangebracht. Elke tien jaar wordt het gebouw opnieuw geverfd, telkens in een iets lichtere tint om de afname van de warmteafgifte aan te geven.
 Je mag er in de rest van de opgave van uitgaan dat de warmteafgifte met 2,3% per jaar afneemt. Bereken het percentage waarmee de warmteafgifte in een periode van tien jaar afneemt. Rond af op één decimaal.
- Bereken na hoeveel jaar de warmteafgifte nog maar de helft is van de oorspronkelijke hoeveelheid. Rond af op één decimaal.

(naar: examen wiskunde A1,2 in 2005, tweede tijdvak)

Voorbeeld 3

De verkoop van SmartWatches daalt na het uitbrengen ervan. Ditzelfde geldt voor de verkoop van een gewoon horloge.

Bekijk de twee vervaltabellen met daarin het aantal verkochte SmartWatches en gewone horloges per dag na het uitbrengen.

tijd (t)	7	14	21
verkochte aantal SmartWatches	200000	20000	2000
tijd (t)	10	100	1000
verkochte aantal gewone horloges	5000	500	50

Tabel 6

De eerste dagen na het uitbrengen worden er altijd heel veel SmartWatches verkocht, hetzelfde geldt voor gewone horloges. Vanaf de tweede week kunnen zowel exponentiële groei als omgekeerd evenredige groei passen bij de verkooppalingen. Welke soort groei hoort bij welk apparaat?

Antwoord

Bij beide tabellen wordt het verkochte aantal steeds gedeeld door 10 ofwel vermenigvuldigd met $\frac{1}{10}$. Het verschil zit hem in de tijdstippen waarop dat gebeurt.

In de tabel van de gewone horloges worden de tijdstippen steeds met 10 vermenigvuldigd. Hier geldt: als de tijd wordt vermenigvuldigd met 10, dan wordt het verkochte aantal gedeeld door 10. Dat is een omgekeerd evenredig verband.

In de tabel van de SmartWatches worden voor de tijd steeds gelijke stappen genomen, iedere 7 dagen wordt het verkochte aantal vermenigvuldigd met $\frac{1}{10}$. Dat is een exponentieel verband.

Opgave 7

Gebruik de gegevens uit **Voorbeeld 3**.

- Stel voor beide apparaten een formule op die het verkochte aantal A na t dagen beschrijft.
- Bereken met behulp van extrapoleren de hoeveelheid verkochte apparaten van beide soorten na 30 dagen en vergelijk de resultaten met elkaar.

Opgave 8

Bekijk de twee vervaltabellen met daarin de hoeveelheid van stof M en stof P in microgram (μg).

tijd (h)	1	4	16	64
hoeveelheid stof M (μg)	1000	250	62,5	15,6
tijd (h)	0	24	48	72
hoeveelheid stof P (μg)	1000	250	62,5	15,6

Tabel 7

Zowel exponentiële groei als omgekeerd evenredige groei kunnen passen bij het verval van een stof.

- Welke soort groei hoort bij welke stof?
- Stel van beide stoffen een formule op die de hoeveelheid stof na t uur beschrijft.
- Bereken met behulp van extrapoleren de hoeveelheid van beide stoffen na 100 uur en vergelijk de resultaten met elkaar.
- Bereken voor beide stoffen de halveringstijd.

Verwerken

Opgave 9

Geef voor iedere tabel aan van welke soort groei er (bij benadering) sprake is.

a

<i>tijd</i> (h)	2	4	6	8
<i>aantal</i>	150	180	216	259

Tabel 8

- A. lineaire groei
- B. exponentiële groei
- C. omgekeerd evenredige groei

b

<i>tijd</i> (h)	2	4	6	8
<i>aantal</i>	150	180	210	240

Tabel 9

- A. lineaire groei
- B. exponentiële groei
- C. omgekeerd evenredige groei

c

<i>tijd</i> (h)	2	4	6	8
<i>aantal</i>	150	75	50	37,5

Tabel 10

- A. lineaire groei
- B. exponentiële groei
- C. omgekeerd evenredige groei

Opgave 10

Gegeven zijn twee punten van een grafiek. Stel een lineaire formule en een exponentiële formule op bij het verband tussen de twee punten.

- a (0,12) en (20,42)
- b (0,55) en (40,10)

Opgave 11

Lisette en Elma huren allebei een appartement sinds het jaar 2012. Het eerste jaar betaalden ze allebei evenveel huur per maand. In de tabel is te zien dat de huur ieder jaar verhoogd wordt en dat dit bij Lisette en Elma niet om hetzelfde bedrag gaat.

<i>tijd</i> (jaar)	2012	2013	2014	2015	2016
<i>maandelijkse huur Lisette</i> (euro)	600	660	726	798,60	878,46
<i>maandelijkse huur Elma</i> (euro)	600	660	720	780	840

Tabel 11

- a Van welke soort groei is er bij Lisette sprake?
 - A. exponentiële groei
 - B. lineaire groei
- b Van welke soort groei is er bij Elma sprake?
 - A. exponentiële groei
 - B. lineaire groei

- c Stel voor beide dames een formule op waarmee de huurprijs H in het jaar t kan worden berekend met $t = 0$ in 2012.
- d Bepaal door middel van extrapoleren de huurprijs van beide dames in 2020.
- e Bepaal voor beide dames de verdubbelingstijd van de huurprijs.

Opgave 12

In twee verschillende bosgebieden heerst een konijnenplaag. In het ene gebied probeert men hier iets aan te doen door jagers een bepaald aantal konijnen per week te laten schieten. In het andere gebied worden wolven losgelaten die naar verwachting heel wat konijnen zullen opeten. In de tabel staan de aantallen konijnen in beide gebieden. In week 0 zijn de jagers begonnen en de wolven losgelaten.

<i>tijd (week)</i>	0	4	8	12	16
<i>aantal konijnen in gebied met jagers</i>	1500	1400	1300	1200	1100
<i>aantal konijnen in gebied met wolven</i>	1500	1385	1280	1180	1085

Tabel 12

- a Van welke soort groei is er bij het gebied met de jagers en het gebied met de wolven sprake?
- b Stel voor beide gebieden een formule op waarmee het aantal konijnen K in week t kan worden berekend.
- c Bepaal door middel van extrapoleren het aantal konijnen in beide gebieden na 19 weken.
- d In week 0 zijn er in beide gebieden evenveel konijnen. De wolven eten in het begin meer konijnen op dan dat de jagers er neerschietsen. De wolven eten naarmate de tijd vordert echter steeds minder konijnen, en op een gegeven moment zijn er in beide gebieden weer evenveel konijnen. Zoek uit wanneer dat is.
- e Het is de bedoeling dat het aantal konijnen halveert. Daarna moeten de jagers stoppen met het jagen op konijnen en worden de wolven gevangen en uit het gebied verwijderd. Zoek uit wanneer dat het geval is.

Opgave 13

Bekijk de twee vervaltabellen met daarin de hoeveelheid van stof K en L in microgram (μg).

<i>tijd (h)</i>	1	3	9	27
<i>hoeveelheid stof K (μg)</i>	600	200	66,7	22,2
<i>tijd (h)</i>	0	12	24	36
<i>hoeveelheid stof L (μg)</i>	600	200	66,7	22,2

Tabel 13

Zowel exponentiële groei als omgekeerd evenredige groei kunnen passen bij het verval van een stof.

- a Welke soort groei hoort bij welke stof?
- b Bepaal door middel van zowel exponentieel extrapoleren als omgekeerd evenredig extrapoleren de hoeveelheid van beide stoffen na 50 uur en vergelijk de resultaten met elkaar.
- c Plot beide grafieken.
- d Bereken voor beide stoffen de halveringstijd.

Opgave 14

Er wordt een stroomcircuit gemaakt met een 12 Volt accu en een weerstand R (ohm) ertussen. Door dit circuit loopt een stroom I (ampère).

Bekijk in de tabel de verschillende waarden van R en I .

R (ohm)	0,5	1	2	3	4	5	10
I (ampère)	24	12	6	4	3	2,4	1,2

Tabel 14

Uit de tabel is bijvoorbeeld af te lezen dat wanneer op een accu van 12 Volt een weerstand van 0,5 ohm wordt aangesloten, een stroom van 24 ampère door het stroomcircuit loopt.

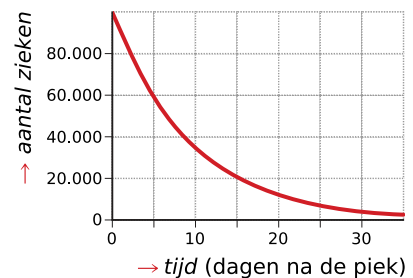
- Welke soort groei hoort bij deze tabel?
- Bepaal door middel van extrapoleren de hoeveelheid stroom bij een weerstand van 12 ohm.
- Plot de grafiek die hoort bij het verband tussen I en R .
- Wat gebeurt er met de stroomsterkte als de weerstand heel groot wordt? Licht je antwoord toe.

Toepassen

Opgave 15: Griep epidemie

Aan het begin van een griep epidemie neemt het aantal ziektegevallen exponentieel toe. Na een piek bereikt te hebben, neemt het aantal zieken ook weer af.

- Bekijk de grafiek. De eerste vijf dagen na de piek zou er zowel van lineair als exponentieel verval sprake kunnen zijn. Stel voor beide gevallen een formule op voor het aantal zieken met als tijdseenheid het aantal dagen na de piek van de griep epidemie.
- Na de eerste vijf dagen is duidelijk te zien dat de grafiek niet lineair maar exponentieel verloopt. Bepaal in uren nauwkeurig de halveringstijd van het aantal zieken.



Figuur 7

- Hoeveel zou de halveringstijd bedragen als ook na de vijfde dag het aantal zieken lineair zou blijven dalen?

Opgave 16: Aardappelteelt

Het lijkt goed te gaan met het terugdringen van het gifgebruik in de aardappelteelt. Nederlandse aardappelboeren gebruikten in 1998 gemiddeld 32 kg chemische bestrijdingsmiddelen (gif) per hectare (ha). In 2007 was dat gedaald tot 24,5 kg per ha. En het gebruik daalt nog steeds.

- Neem aan dat dit gebruik lineair afnam en ook na 2007 op dezelfde wijze lineair blijft afnemen. Bereken hoeveel kg gif per ha er dan in 2015 gebruikt wordt.
- Steeds meer mensen willen biologisch geteelde aardappelen kopen. Hierdoor neemt in Flevoland het aantal hectaren waarop aardappelen biologisch geteeld worden vanaf 2007 toen het 680 ha was, exponentieel toe. Hierdoor zal dit aantal hectaren iedere 12 jaar verdubbelen. Neem aan dat de totale oppervlakte voor aardappelen in Flevoland vanaf 2007 gelijk blijft aan 20700 ha. Bereken in welk jaar in Flevoland het aantal hectaren biologisch geteelde aardappelen voor het eerst meer dan 10% van de totale oppervlakte voor aardappelen zal zijn.

(naar: examen havo wiskunde A in 2015, eerste tijdvak)

Opgave 17: Fukushima

De zeebeving van 11 maart 2011 met de daaropvolgende tsunami zorgde voor grote problemen bij de kerncentrale Fukushima I. Om de reactoren te koelen, werd zeewater in de reactoren gepompt. Dit water lekte, radioactief geworden, weer terug in zee. Hierdoor raakte vis besmet met radioactief jodium en moest de visvangst tijdelijk worden stopgezet.

Radioactief jodium verdwijnt volgens een exponentieel proces. De halveringstijd van radioactief jodium is 8 dagen. Op 6 april 2011 gaven metingen aan dat er 4800 keer de maximaal toegestane hoeveelheid radioactief jodium in het zeewater aanwezig was. De maximaal toegestane hoeveelheid radioactief jodium is 5 becquerel/liter. Op het moment dat de maximaal toegestane hoeveelheid werd bereikt, mocht er weer gevist worden. We gaan ervan uit dat er na 6 april 2011 geen nieuw radioactief jodium meer in zee lekte.

Bereken na hoeveel dagen er weer gevist mocht worden.

(naar: examen vwo wiskunde C in 2015, eerste tijdvak)

Testen

Opgave 18

In een klein dorpje in de provincie Zeeland werden in 2012 zeven nieuwe huizen gebouwd. Er waren toen ook precies zeven gezinnen die een huis in het dorp wilden laten bouwen.

De gemeente heeft sinds dat jaar bepaald, dat er ieder jaar maximaal drie nieuwe huizen meer in het dorp gebouwd mogen worden dan in het jaar ervoor gebouwd werden. Dus in 2013 mochten er tien nieuwe huizen gebouwd worden, in 2014 dertien, enzovoort.

De vraag naar nieuwbouwhuizen in het dorp stijgt echter vanaf 2012 exponentieel met 30% per jaar.

- Stel een formule op voor het aantal nieuwe huizen H dat in het jaar t in het dorp gebouwd mag worden. Stel ook een formule op voor het aantal gezinnen G dat in het jaar t een huis wil laten bouwen in het dorp. Neem $t = 0$ in 2012.
- In welk jaar zijn er voor het eerst 2,5 keer zo veel gezinnen die een nieuwbouwhuis willen kopen in het dorp dan dat er nieuwbouwhuizen beschikbaar zijn?

Opgave 19

Jodium-131 is een onstabiele radioactieve en zeer gevaarlijke stof. Jodium-131 komt van nature niet op aarde voor, maar is vrijgekomen tijdens de kernrampen in Tsjernobyl en Fukushima. Ook wordt Jodium-131 geproduceerd in een kernreactor om het te kunnen gebruiken in de nucleaire geneeskunde ter behandeling van onder andere schildklierkanker.

Bekijk de verval tabel van Jodium-131.

<i>tijd (dag)</i>	0	2	4	6	8	10	12	14	16
<i>hoeveelheid (µg)</i>	400	336	282	238	202	166	142	116	98

Tabel 15

- Welke soort groei hoort bij deze tabel?
- Bepaal door middel van extrapoleren de hoeveelheid Jodium-131 na 23 dagen.
- Plot de grafiek die hoort bij het verval van Jodium-131.
- Hoeveel dagen is de halveringstijd van Jodium-131 ongeveer?



© 2021

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
