5.2 Gebieden en ongelijkheden

Inleiding

Je maakt een heg van thuja's en jeneverbessen. Thuja's kosten € 15,75 per stuk, jeneverbessen kost € 27,50 per stuk, want je wilt al meteen flinke struiken hebben. Je wilt maximaal 50 struiken planten en niet meer dan € 1000,00 uitgeven. Zo'n probleem kun je beschrijven met behulp van ongelijkheden als je bijvoorbeeld het aantal thuja's x en het aantal jeneverbessen y noemt.

Figuur 1 jeneverbes

Je leert in dit onderwerp

- lineaire ongelijkheden zoals $px + qy \leq r$ oplossen (dus het bijpassende gebied tekenen);
- gebieden ingesloten door lineaire ongelijkheden interpreteren;
- gebieden binnen een grafiekenbundel interpreteren.

Voorkennis

- formules herleiden naar een vorm waarin y is uitgedrukt in x;
- getallen en uitdrukkingen in formules invullen;
- bij een formule met drie of meer variabelen een grafiekenbundel tekenen.

Verkennen

Opgave V1

Je maakt een heg van thuja's en jeneverbessen. Thuja's kosten € 15,75 per stuk, jeneverbessen kost € 27,50 per stuk, want je wilt al meteen flinke struiken hebben. Je wilt maximaal 50 struiken planten en niet meer dan € 1000,00 uitgeven.
Zo'n probleem kun je beschrijven met behulp van ongelijkheden als je bijvoorbeeld het aantal thuja's x en het aantal jeneverbessen y noemt.

a Stel twee ongelijkheden op die bij dit probleem passen.

b Hoeveel van beide planten ga je kopen?

Uitleg 1

Je maakt een heg van thuja's en jeneverbessen. Thuja's kosten € 15,75 per stuk, jeneverbessen kosten € 27,50 per stuk. Je wilt maximaal 50 struiken planten en niet meer dan € 1000,00 uitgeven. Hoeveel struiken van iedere soort kun je dan kopen?
Zo'n probleem beschrijf je met behulp van ongelijkheden. Noem bijvoorbeeld het aantal thuja's x en het aantal jeneverbessen y. Nu kunnen er twee ongelijkheden worden opgesteld:

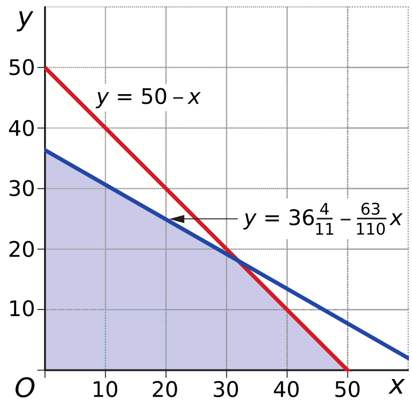
- $x + y \leq 50$
- $15{,}75x + 27{,}5y \leq 1000$

Bij de grenzen van deze ongelijkheden kun je vergelijkingen van de vorm $y = \ldots$ maken, zodat ze kunnen worden ingevoerd op de grafische rekenmachine.

- $x + y = 50$ geeft $y = 50 - x$
- $15{,}75x + 27{,}5y = 1000$ geeft $y = 36\frac{4}{11} - \frac{63}{110}x$

De rode grafiek hoort bij $y = 50 - x$ en het gebied daaronder voldoet aan de ongelijkheid $x + y \leq 50$.

De blauwe grafiek hoort bij $y = 36\frac{4}{11} - \frac{63}{110}x$ en het gebied daaronder voldoet aan de ongelijkheid $15{,}75x + 27{,}5y \leq 1000$.
Het paarse gebied voldoet dus aan beide ongelijkheden. Daarom zijn alle punten binnen het paarse gebied oplossingen van het probleem. Dit gebied heeft als grenslijnen de vergelijkingen $x + y = 50$ en $15{,}75x + 27{,}5y = 1000$. In het **Practicum** zie je hoe dit met een grafische rekenmachine kan.
Zo is bijvoorbeeld het punt (20,10) een juiste oplossing. Er worden dan in totaal $20+10 = 30$ struiken gekocht, en de kosten daarvoor zijn: $15{,}75 \cdot 20 + 27{,}50 \cdot 10 = 590{,}00$ euro.



Figuur 2

Opgave 1

Gebruik de gegevens uit **Uitleg 1**.

a Leg uit waarom de ongelijkheden $x + y \leq 50$ en $15{,}75x + 27{,}5y \leq 1000$ bij het probleem horen.

b De rode grafiek hoort bij $y = 50 - x$. Aan welke ongelijkheid voldoet het gebied onder de rode grafiek? En onder de blauwe grafiek?

c Waarom bevinden zich binnen het paarse gebied de oplossingen van beide ongelijkheden?

d Leg uit hoe het gebied bij twee ongelijkheden getekend kan worden.

e Laat met een berekening zien dat het punt (10,30) een juiste oplossing is.

f Laat met een berekening zien dat het punt (20,30) geen juiste oplossing is.

Opgave 2

Iemand wil een heg van liguster en laurier maken. Ligusterstruiken kosten € 6,00 per stuk, laurierstruiken kosten € 13,50 per stuk. Ze wil maximaal 30 struiken planten en niet meer dan € 300,00 uitgeven.

a Stel twee ongelijkheden op bij dit probleem.

b Schrijf de vergelijkingen van de grenslijnen van de ongelijkheden in de vorm $y = \ldots$

c Plot de grafieken van beide grenslijnen. Kleur het gebied dat voldoet aan beide ongelijkheden.

d Ga na welk van deze punten juiste oplossingen zijn van het probleem: (5,10), (30,0), (25,10), (15,15).

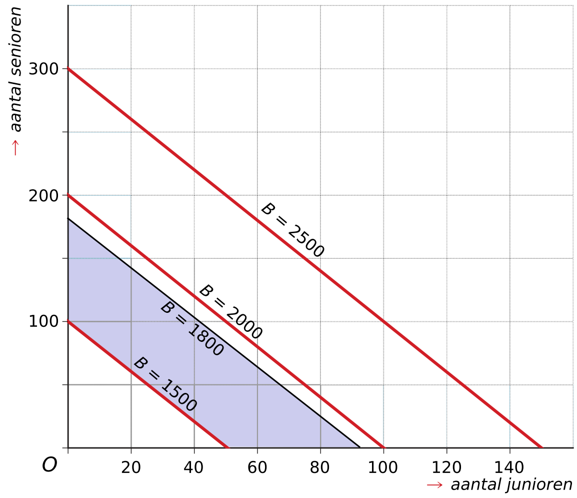
Uitleg 2

Het subsidiebedrag B (euro) dat een sportclub jaarlijks ontvangt, hangt af van het aantal senioren s en het aantal junioren j. Er geldt: $B = 1000 + 10j + 5s$
Je kunt een grafiekenbundel bij deze formule maken.
Al jarenlang ontvangt men een subsidie tussen de € 1500,00 en de € 1800,00. In de grafiekenbundel kun je het bijbehorende gebied aanduiden.

Kleur het gebied waarvoor geldt: B ligt tussen de 1500 en 1800.
$B = 1500$ staat al in de grafiekenbundel.
$B = 1800$ levert de formule:

$$\begin{aligned} 1800 &= 1000 + 10j + 5s \\ 10j + 5s &= 800 \\ 2j + s &= 160 \\ s &= 160 - 2j \end{aligned}$$

Teken de lijn die voldoet aan de formule in de grafiekenbundel erbij en kleur het gebied tussen $B = 1500$ en $B = 1800$.



Figuur 3

Opgave 3

Gebruik de gegevens uit **Uitleg 2**.

a Wat is de betekenis van het gekleurde gebied in de grafiekenbundel?

b Het aantal senioren blijft al jaren constant, met tachtig personen. Geef deze situatie in de figuur aan door een lijn te trekken.

c Geef de snijpunten van de lijn uit b met de grafieken die horen bij $B = 1500$ en $B = 1800$. Wat is de betekenis van deze snijpunten?

d Stel dat het subsidiebedrag al jaren tussen € 2000,00 en € 2500,00 schommelt, welk gebied hoort daar dan bij?

e Stel dat het subsidiebedrag al jaren tussen € 2000,00 en € 2500,00 schommelt, en dat het aantal senioren al jaren constant rond de 80 zit. Tussen welke aantallen heeft het aantal junioren dan gevarieerd? Hoe is dat af te lezen uit de grafiekenbundel?

Opgave 4

Het subsidiebedrag B dat een sportclub jaarlijks ontvangt, hangt af van het aantal senioren s en het aantal junioren j. Er geldt: $B = 800 + 20j + 10s$.

a Maak de bijbehorende grafiekenbundel met $B = 1000$, $B = 1500$, $B = 2000$ en $B = 2500$.

b Al jarenlang ontvangt men een subsidie tussen de € 2500,00 en de € 2800,00. Geef in de grafiek het bijbehorende gebied aan.

c Het aantal senioren blijft ook al jaren constant, ongeveer tachtig personen. Tussen welke aantallen heeft het aantal junioren dan gevarieerd? Geef dit in de figuur aan.

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Ongelijkheden met twee variabelen hebben niet één oplossing, maar een **gebied** met alle mogelijke oplossingen van het bijbehorende probleem. Wanneer bij zo'n probleem twee (of meer) ongelijkheden horen, bepalen de bijbehorende vergelijkingen de **grenslijnen** van het gebied.

Ook in een grafiekenbundel kun je gebieden aangeven. Zo'n gebied bevindt zich tussen twee grafieken van de bundel en kun je met ongelijkheden beschrijven. In het **Practicum** zie je hoe een grafische rekenmachine zo'n gebied kan arceren.

Voorbeeld 1

Teken het gebied bij de lineaire ongelijkheid $4x + 5y \leq 40$ in een xy-assenstelsel.

Antwoord

Om een lineaire ongelijkheid te tekenen schrijf je de bijbehorende vergelijking in de vorm van $y = ...$ Daarna teken je de grafiek van de vergelijking. Bepaal door middel van twee controlepunten aan welke kant van de lijn het juiste gebied zit. Kleur of arceer het gebied dat voldoet aan de ongelijkheid. In het **Practicum** zie je hoe dit met een grafische rekenmachine kan.

LET OP: Bij $<$ en $>$ doet de grenslijn niet mee met het gebied, de grenslijn is dan een stippellijn. Bij $\leq$ en $\geq$ doet de grenslijn wel mee met het gebied, de grenslijn is dan een doorgetrokken lijn.

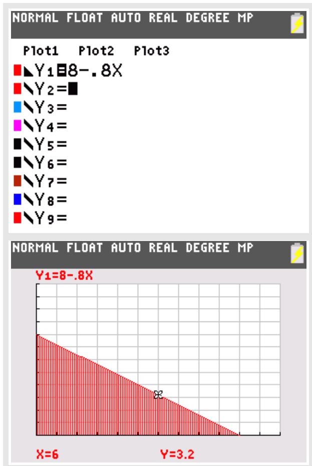
De bijbehorende vergelijking is: $y_1 = 8 - \frac{4}{5}x$

Voer de vergelijking in op de grafische rekenmachine.
Venster bijvoorbeeld: $-4 \leq x \leq 12$ en $-4 \leq y \leq 12$

Om het gebied te bepalen kies je aan beide kanten van de lijn een controlepunt.
Bijvoorbeeld: (6,6) en (4,2)
Onderzoek welk van de controlepunten aan de ongelijkheid voldoet.

$4{,}6 + 5{,}6 = 40$: klopt niet
$4{,}4 + 5{,}2 = 40$: klopt

Het juiste gebied bevindt zich dus op en onder de grenslijn $y = 8 - \frac{4}{5}x$.



Figuur 4

Opgave 5

Bekijk **Voorbeeld 1** over het tekenen van de lineaire ongelijkheid $4x + 5y \leq 40$.

a Welk gebied hoort bij de ongelijkheid $4x + 5y \geq 40$?

b Welk gebied hoort bij de ongelijkheid $4x + 5y < 40$?

Opgave 6

Teken de lineaire ongelijkheid $3x + 6y > 22$ in een assenstelsel.

Voorbeeld 2

Iemand wil sla en prei in haar moestuin zaaien. Een zakje zaadjes voor sla kost € 0,55 en een zakje zaadjes voor prei kost € 0,25. Ze wil maximaal 40 zakjes zaad kopen, en maximaal € 18,00 uitgeven. Hoeveel zakjes slazaad en hoeveel zakjes preizaad kan ze kopen?
Maak een schets van het gebied waarin de oplossingen van dit probleem zich bevinden. Bepaal het snijpunt van de grenslijnen en leg uit wat de betekenis daarvan is.

Antwoord

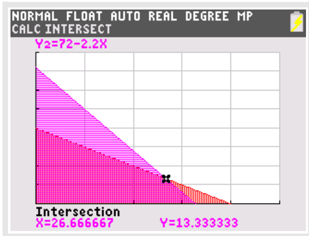
Neem x voor het aantal zakjes slazaad en y voor het aantal zakjes preizaad. Dan kunnen er twee ongelijkheden opgesteld worden:

- $x + y \leq 40$
- $0{,}55x + 0{,}25y \leq 18$

Schrijf beide bijbehorende vergelijkingen in de vorm $y = ...$ zodat ze kunnen worden ingevoerd op de grafische rekenmachine:

- $y = 40 - x$
- $y = 72 - 2{,}2x$

Voer in: $y_1 = 40 - x$ en $y_2 = 72 - 2{,}2x$
Venster bijvoorbeeld: $0 \leq x \leq 50$ en $0 \leq y \leq 80$



Figuur 5

Het dubbel gearceerde gebied voldoet aan beide ongelijkheden. Daarom zijn alle punten binnen dit gebied oplossingen van het probleem. De grenslijnen hebben de vergelijkingen $x + y = 40$ en $0{,}55x + 0{,}25y = 18$.

Bij het snijpunt van de grenslijnen is de verhouding tussen het aantal zakjes slazaad en het aantal zakjes preizaad precies zo dat het totaalbedrag gelijk is aan het maximum van € 18,00 en het aantal zakjes gelijk is aan het maximum van 40.
De optie intersect geeft: $x \approx 26{,}7$ en $y \approx 13{,}3$. In dit geval moet x naar beneden worden afgerond omdat je anders over het maximum bedrag heen gaat. Dus $x = 26$ en $y = 14$.

Opgave 7

Bekijk **Voorbeeld 2**.

a Laat zien hoe je aan $y_1 = 40 - x$ en $y_2 = 72 - 2{,}2x$ komt.

b Bereken het snijpunt van de grenslijnen zonder de grafische rekenmachine te gebruiken.

c In het punt (10,30) heb je ook 40 plantjes. Ben je dan goedkoper of duurder uit.

Opgave 8

Een paar kinderen verkopen limonade en zelfgebakken cakejes op de vrijmarkt. Een bekertje limonade verkopen ze voor € 1,50 en een cakeje voor € 2,00. Ze hebben 50 cakejes bij zich en 60 bekertjes limonade. Ze willen hiermee geld inzamelen voor een goed doel, minimaal € 150,00. De kosten voor de ingrediënten en het materiaal krijgen ze van hun ouders, dus al het geld dat ze inzamelen is winst.

a Stel drie ongelijkheden op bij dit probleem.

b Plot het gebied waarin de oplossingen van dit probleem zich bevinden.

c De cakejes blijken erg goed te verkopen. Al snel hebben ze alle cakejes verkocht. Wat is het minimale aantal bekertjes limonade dat ze moeten verkopen om hun doel te behalen?

d Hoe hoog is de maximale winst die ze kunnen behalen?

Voorbeeld 3

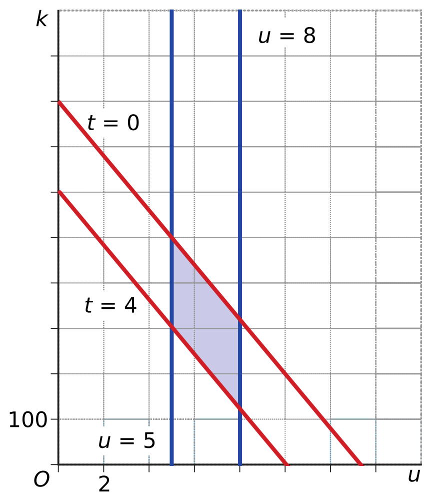
Een gemeente wil het water in haar buitenzwembad op 20 °C houden. De gemeente legt hiervoor een verwarmingsinstallatie aan. Omdat je in de zomermaanden ook van de warmte van de zon kunt profiteren, voorspelt een verwarmingsdeskundige dat de verwarmingskosten k zullen voldoen aan de formule: $k = 800 - 60u - 50t$
Hierin is u het gemiddeld aantal zonuren per dag en t het gemiddeld aantal graden Celsius dat de buitentemperatuur afwijkt van de 20 °C.
k wordt gerekend in euro per dag.

De hele maand juli is bijgehouden wat de gemiddelde buitentemperatuur was. Deze schommelde tussen 20 °C en 24 °C. Het aantal zonuren schommelde tussen de 5 en 8 uur per dag.

- Teken het gebied dat bij de maand juli hoort.
- Welke ongelijkheden beschrijven dit gebied?
- Tussen welke bedragen varieerden de verwarmingskosten in de maand juli?

Antwoord

- De gemiddelde buitentemperatuur schommelde tussen 20 °C en 24 °C, dus t schommelde tussen 0 en 4. Het gebied zit dus tussen $t = 0$ en $t = 4$.
  $t = 0$ geeft $k = 800 - 60u$
  $t = 4$ geeft $k = 800 - 60u - 200$ en dus $k = 600 - 60u$
  Het aantal zonuren schommelde tussen de 5 en 8 uur per dag, dus tussen $u = 5$ en $u = 8$.
  Teken nu het juiste gebied.
- Het gebied wordt omschreven door de ongelijkheden:
  $k \leq 800 - 60u$, $k \geq 600 - 60u$, $u \geq 5$ en $u \leq 8$
- De verwarmingskosten in juli zijn maximaal in de linkerbovenhoek van het gebied en minimaal in de hoek rechtsonder. Vul $u = 5$ in de formule van $t = 0$ in, en vul $u = 8$ in de formule van $t = 4$ in. De maximale kosten waren: $800 - 60 \cdot 5 = 500{,}00$ euro.
  De minimale kosten waren: $600 - 60 \cdot 8 = 120{,}00$ euro.



Figuur 6

Opgave 9

Een andere gemeente wil het water in haar buitenzwembad ook op 20 °C houden. Voor hen geldt de formule: $k = 1000 - 80u - 60t$, waarin u het gemiddeld aantal zonuren per dag is en t het gemiddeld aantal graden Celsius dat de buitentemperatuur afwijkt van de 20 °C. k wordt gerekend in euro per dag.

a De hele maand augustus is bijgehouden wat de gemiddelde buitentemperatuur iedere dag was. Deze schommelde tussen 19 °C en 23 °C. Het aantal zonuren schommelde tussen de 5 en 7 uur per dag. Teken het gebied dat bij de maand augustus hoort.

b Welke ongelijkheden beschrijven dit gebied?

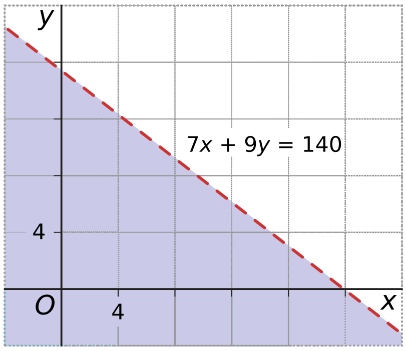
c Tussen welke bedragen varieerden de verwarmingskosten in de maand augustus?

Verwerken

Opgave 10

Aan welke ongelijkheid voldoet het gekleurde gebied?

A. $7x + 9y < 140$
B. $7x + 9y > 140$
C. $7x + 9y \leq 140$
D. $7x + 9y \geq 140$



Figuur 7

Opgave 11

Teken het gebied dat voldoet aan de gegeven ongelijkheid.

a $5x + 8y \leq 30$

b $10x - 7y > 45$

Opgave 12

Een stel dat gaat trouwen heeft aan de gasten geld gevraagd voor de huwelijksreis. Vrienden van het stel besluiten er iets grappigs van te maken door het hele bedrag in losse munten van € 0,50 en € 0,05 te geven. Ze stoppen deze munten in een lange koker waarin alle munten op elkaar gestapeld worden. Deze koker is 1 meter lang. Een munt van € 0,50 is 2 mm dik, een munt van € 0,05 is 1,5 mm dik. In totaal willen ze een bedrag van maximaal € 175,00 in de koker stoppen.

a Stel ongelijkheden op en breng het gebied waarin de oplossingen van dit probleem zich bevinden in beeld.

b Bepaal het snijpunt van de grenslijnen en leg uit wat de betekenis daarvan is.

Opgave 13

Het energieverbruik bij volwassen mannen kan berekend worden met de Harris- en Benedict-formule die in 1984 herzien is door Roza en Shizgal. De formule is: $E = 88{,}362 + 13{,}397G + 4{,}799H - 5{,}677L$ Hierin is E het energieverbruik per 24 uur in rust in kcal, G het gewicht in kg, H de lichaamslengte in centimeter en L de leeftijd in jaar.

a Meneer Jackson is een bejaarde man met een lengte van 1,83 m. Zijn gewicht schommelde gedurende zijn leven regelmatig. Maak voor meneer Jackson een grafiekenbundel met daarin zijn energieverbruik in rust uitgezet tegen zijn gewicht, en neem daarbij voor zijn leeftijd de vaste waarden $L = 20$, $L = 40$, $L = 60$ en $L = 80$.

b Tussen zijn 20ste en zijn 40ste schommelde het gewicht van meneer Jackson tussen de 70 en 100 kg.
Schets de grafiekenbundel en kleur daarin het gebied dat hierbij hoort.

c Welke ongelijkheden beschrijven dit gebied?

d Tussen welke waarden kan het energieverbruik in rust van meneer Jackson tussen zijn 20ste en 40ste levensjaar gevarieerd hebben?

Opgave 14

Willemijntje heeft € 2,50 gekregen om iets lekkers te kopen in een snoepwinkel. Toverballen kosten € 0,40 per stuk, kauwgomballen kosten € 0,15 per stuk. Willemijntje wil maximaal 10 stuks kopen.
Stel ongelijkheden op bij dit probleem. Maak een schets en kleur het gebied dat voldoet aan de ongelijkheden.

Opgave 15

Een bedrijf produceert en verkoopt twee producten A en B. Het bedrijf heeft per week 2100 arbeidsuren beschikbaar en 3200 machine-uren. Per 1000 producten van soort A zijn er 12 arbeidsuren en 23 machine-uren nodig. Per 1000 producten van soort B zijn er 18 arbeidsuren en 15 machine-uren nodig. Het bedrijf moet van zowel product A als product B minstens 25000 stuks per week leveren.

a Stel voor dit bedrijf vier ongelijkheden op. Neem x voor het aantal te produceren producten A in duizendtallen. Neem y voor het aantal te produceren producten B in duizendtallen.

b Teken de bijbehorende grafieken. Maak een schets en kleur het gebied dat aan alle vier de ongelijkheden voldoet.

c De optimale combinatie is het grootste aantal te produceren producten A en B dat aan alle ongelijkheden voldoet. Waar in het gebied bevindt zich de optimale combinatie? Hoeveel producten A en B worden er dan geproduceerd? Rond af op duizendtallen.

d Het bedrijf wil zo veel mogelijk winst maken. De totale constante kosten per week zijn € 175000,00. Voor product A geldt een omzet per 1000 verkochte producten van € 2300,00 en voor product B is dat € 2800,00. Hoeveel bedraagt de maximale winst per week voor dit bedrijf?

Toepassen

Opgave 16: Formule van Strouhal

Uit biologisch onderzoek blijkt dat vogels, vleermuizen en insecten op een vergelijkbare manier met hun vleugels bewegen als vissen met hun staartvin. Onderzoekers hebben een verband ontdekt tussen de slagfrequentie (het aantal slagen per seconde van de vleugels of staartvin), de slaggrootte (de afstand tussen de uiterste staartvin- of vleugelstanden tijdens een slag) en de kruissnelheid (de gemiddelde snelheid).

Voor dieren als vissen, dolfijnen, vogels en insecten is het verband hetzelfde. Er geldt namelijk: $\frac{f \cdot d}{v} = 0{,}3$

Dit wordt wel de formule van Strouhal genoemd.

In deze formule is:

- f de slagfrequentie (het aantal slagen per seconde van de vleugels of staartvin)
- d de slaggrootte (meter)
- v de kruissnelheid (meter per seconde)

a De kolibrie is een klein vogeltje dat vliegt met een hoge slagfrequentie. Een kolibrie heeft een slaggrootte van 8 cm en een kruissnelheid van 13,5 meter per seconde.
Toon aan dat een kolibrie een slagfrequentie van ruim 50 heeft.

b Teken de grafiekenbundel met de slaggrootte d uitgezet tegen de slagfrequentie f. Neem voor de kruissnelheid v een rijtje van vier vaste waarden tussen 8 en 20 m/s. Zorg dat in de grafiek een slaggrootte tot 25 cm af te lezen is.

c Kleine vogels hebben een slaggrootte tussen 9 en 12 cm en een slagfrequentie tussen 40 en 60 slagen per seconde. Geef in de grafiekenbundel het gebied aan dat bij kleine vogels hoort.

d Wat kun je zeggen over de kruissnelheid v van kleine vogels?

(naar: examen havo wiskunde A in 2007, tweede tijdvak)

Opgave 17: Verf (2)

Voordat je met verven begint, is het handig om te weten hoeveel (blikken) verf je nodig hebt. Omgekeerd kun je je ook afvragen hoeveel vierkante meter je kunt verven met één blik verf. Afhankelijk van het soort kwast dat wordt gebruikt, verlies je tussen de 5 en 10 procent van de verf. Het verband tussen deze zaken staat in de volgende formule, waarin ook rekening is gehouden met verlies van verf door gebruik van de kwast: $H = \frac{10 \cdot A \cdot d}{V \cdot (100 - p)}$

Hierin is:

- H de hoeveelheid verf (liter)
- A de oppervlakte (m^2)
- d de dikte van de verflaag (micrometer)
- V het percentage vaste stof
- p het verliespercentage bij kwasten

a Je koopt verf met een percentage vaste stof van 45 en een kwast met een verliespercentage van 8. Teken voor die situatie een grafiekenbundel met de hoeveelheid verf H uitgezet tegen de oppervlakte A. Neem voor de dikte van de verflaag d een rijtje vaste waarden tussen 0 en 100 micrometer. Neem de vensterinstellingen zo dat de grafiek af te lezen is tot 10 liter verf.

b Je verwacht dat de dikte van de verflaag tussen de 40 en 60 micrometer zal zijn. Kleur het gebied in de grafiekenbundel dat daarbij hoort.

c Je koopt 6 liter verf. Geef deze situatie in de figuur aan door een lijn te trekken.

d Hoe groot is de oppervlakte die je kunt verven?

Testen

Opgave 18

Gegeven is de ongelijkheid: $y > 3x - 9$
Teken het gebied dat eraan voldoet. Geef duidelijk aan of de grenslijn wel of niet bij het gebied hoort.

Opgave 19

Evi heeft in een winkel leuke armbandjes gezien en wil er een aantal kopen. Er zijn twee soorten. Soort 1 kost € 1,50 per stuk en soort 2 kost € 2,75 per stuk. Evi wil maximaal € 10,00 aan de armbandjes uitgeven.
Stel een lineaire ongelijkheid op bij dit probleem en teken het bijbehorende gebied in een assenstelsel.

Opgave 20

Een wielrenner moet tijdens een circa vier uur durende etappe van de Tour de France (afhankelijk van de etappe en het weer) minimaal 3000 kcal binnen krijgen. Hiervoor kan hij flesjes sportdrank drinken, die bevatten 150 kcal per fles van 0,5 L. Verder kan hij energierepen eten, die bevatten 220 kcal per reep. De coach adviseert de wielrenner om tijdens de etappe 3 tot 7 energierepen te eten. Tijdens het fietsen verliest een wielrenner 1 tot 2 liter vocht per uur, dat moet aangevuld worden met sportdrank.

a Stel ongelijkheden op en teken het gebied dat voldoet aan de caloriebehoeften van de wielrenner.

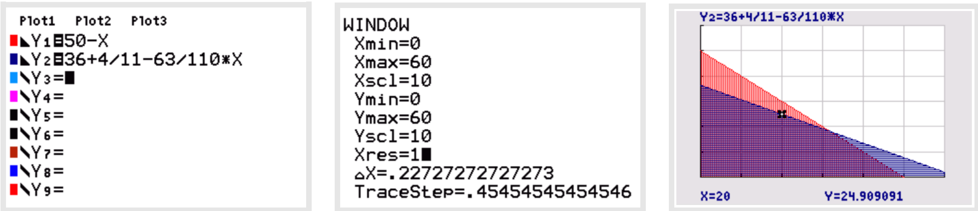
b De wielrenner krijgt onderweg van zijn coach niet meer sportdrank en energierepen dan volgens dit gebied nodig is. Bereken het aantal kcal dat de wielrenner tijdens een etappe maximaal binnen kan krijgen.

Practicum

Als je met functies werkt, wil je alle karakteristieken (nulpunten, toppen en asymptoten) in beeld. In het volgende practicum kun je nalezen hoe dat gaat. En hoe je dan maxima en minima kunt berekenen, nulpunten kunt berekenen, etc.

- **Functies en de TI84**
- **Functies en de TInspire**
- **Functies en de Casio cfx-9850**
- **Functies en de HPprime**
- **Functies en de NumWorks**

Op sommige grafische rekenmachines kun je het **gebied arceren** dat onder of boven een ingevoerde formule ligt. Hier zie je hoe dat met de TI84 gaat voor de figuur in de **Uitleg 1**.
Door op het tekentje voor Y1= te gaan staat en [ENTER] te drukken kun je de vorm van de grafiek aanpassen en kiezen voor een arcering onder of een arcering boven de grafiek. Ook kun je de kleur instellen.



Figuur 8

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.